الهندسة الكهربائية

ر.م. أوهايبية

الدّارة الكهربائية

الجزء الثاني

المجلس الأعلى للّغة العربية

الهندسة الكهربائية

ر.م. أوهاييية

الدّارة الكهربائية

الجزء الثاني

المجلس الأعلى للّغة العربية

الإيداع القانوني: 2005/1121
ر دم ك: 9961-9960-4-4

تــقــديــم (تــرجــمة)

إن هذا الكتاب الذي عرضه عليّ الأستاذ رضا أوهايبية والذي يعالج موضوع الكهرباء عموما يعدّ ثمرة سنين من الجهد. ولقد شرّفني مؤلفه عندما طلب مني أن أضع له تقديما.

ويحتوي الكتاب الذي بين أيدينا على خمسة أجزاء، تطرق المؤلف في كلّ جزء إلى جانب من جوانب علم الكهرباء بعناية شديدة.

أما المواضيع فقد تناولها بصفة تدريجية وغالبا ما يوضّحها بأمثلة وتطبيقات تيسّر للقارئ الإستيعاب وتجعل الفائدة أشمل.

ولقد توخّى المؤلف في تناول المواضيع منهجية واضحة، بحيث رتب المواضيع ترتيبا بيداغوجيا، مع جعل محتواها يتماشى والمسائل الحديثة، والإكثار من المخطّطات والمجسّدات، وكأنّما يوجّه دعوة ملحّة للقارئ لاكتشاف المسائل المطروحة.

أما أجزاء الكتاب فقد وردت مستقلة يمكن قراءتها منفصلة عند الاقتضاء، وهكذا توصّل المؤلف إلى تغطية برنامج الثانويات تغطية شاملة وكاملة. ولعلّ هذا الكتاب يمكن أن يكون مرجعا في التدريس للأستاذ والتلميذ، بل وحتى لجمهور أوسع يرغب في الاطلاع على ميدان الكهرباء.

وإني متيقّن أن هذا الكتاب، بصدوره، سيُثري لا محالة المكتبة العلمية الوطنية.

شركي براهيم
مهندس متخرّج من معهد SUPELEC ، باريس.
دكتوراه مدرسة Nantes المركزية.
أستاذ محاضر في الآليات، جامعة تلمسان.

مقدّمة

الحمد لله وحده والصلاة والسلام على من لا نبي بعده :

الرسالة الحضارية

لقد ظهرت في المكتبة العربية عدة مؤلفات وترجمات تمس ميدان الهندسة الكهربائية تمكن المختصين العرب التزود من هذا العلم الواسع والإبحار فيه بلغتهم الأم. وتعتبر هذه السلسلة المتواضعة جواب إلى كل من تكلم عن اللغة العربية ورماها بالعجز والقصر عن إقامة أبحاث علمية، فأقول لهم أن لسان العرب أوسع الألسنة مذهبا وأكثرها ألفاظا. كما تعتبر هذه السلسلة تتمة لجهد السادة الزملاء الذين سبقونا بالتأليف والترجمة لإثراء المكتبة العربية.

إن عجز العرب عن التقدم في الميدان العلمي والتكنولوجي لا يمكن بحال من الأحوال أن نجعل من سببه ضعف اللغة العربية كما يعتقد البعض، وإنما يرجع أساسا إلى ضعف إرادة العرب الذي أوصلهم إلى الاعتقاد بعدم جدوى لغتهم وعدم قدرتها على مواكبة العلوم. إن العربي يتشدق بلغة فانية ولا يتحمس للغة العربية الخالدة... بل وصل به الأمر أن يستحي بالنطق بها

ويهزأ ممن استعمل المصطلحات العربية، مدعيا عدم جدواها وقدرتها على مواكبة العلوم. لذا حق لنا أن نسأل هذا السؤال : هل العيب في اللغة العربية أم في أهلها الذين ناموا حتى تعدتهم عجلة الزمن من جهة، ومن جهة أخرى تفاني الغرب واستماتتهم في التقدم العلمي ؟

وللإجابة عن هذا السؤال نقول وبالله التوفيق : إن موقع الناس من العلم بقدر درجاتهم في الإلمام به وكلما كانت إرادة أمة قوية في بحوثها واكتشافاتها، أعطت لنفسها فرصة التقدم العلمي من جهة وفرصة تبليغ لغتها من جهة أخرى. وهذا ما أدركه الغرب تمام الإدراك فراح يتوغل في البحث والاكتشاف حتى جعل من حضارته ولغاته المتعددة تراثا لا يمكن الاستغناء عنه، وبالمقابل غفل عنه العرب فتخلفوا وتقهقروا وعجزوا عن استرجاع أمجاد أجدادهم الذين كانوا السباقين في الميدان العلمي والمعرفي وجعلوا من اللغة العربية أداة معرفة لا يمكن الاستغناء عنها.

هو نداء أبعثه إلى كل غيور على هذه الأمة أن يسهم بأفكاره ونتاج قلمه لإثراء المكتبة العربية بكل ما تحتاج إليه من علوم ومعرفة، كل في اختصاصه. عل الله إن غيرنا ما بأنفسنا من كسل وخمول وإجحاف في حق لغتنا الأم، غير الله سبحانه وتعالى واقعنا لنستعيد ما كان عليه أسلافنا الأولون، وإنها لمسؤولية أمام الله وأمام التاريخ وأمام الأمة العربية... رسالة أبعث بها لأجيال المستقبل، الشباب العربي، عله يرفع التحدي فيحظى بما لم نحظ به نحن، وينهض بما عجزنا عنه نحن ويشيد ما كان من حضارة مدنية.

فصول الكتاب

رتبت فصول الكتاب بحيث يتدرج الطالب في ميدان الهندسة الكهربائية ابتداء من المفاهيم الأولية إلى غاية أن يتمكن من استيعاب بعض المفاهيم الأساسية لهذا العلم، مع إمكانية اكتسابه لخبرة تجعله يحيط بعض الشيء بالدارات الإلكترونية، وقد أرفقت مواضيع الكتاب بأمثلة وتطبيقات عملية تعين الطالب على التعامل السهل مع مضمون الكتاب، بالإضافة إلى وضوح الصورة أمامه فيما يخص تطبيقات الكهرباء والإلكترونيات في الحياة اليومية.

عموما فإن الكتاب مقسم إلى خمسة أجزاء، كل جزء منها يتناول ميدانا محددا من علم الكهرباء، إلا الجزء الأول فهو يحتوي على بابين :

الجزء الأول : الكهرباء الساكنة + الكهرباء المتحركة.

الجزء الثاني : الدارة الكهربائية.

الجزء الثالث : الكهرومغناطيسية.

الجزء الرابع : القياس الكهربائي (مبادئ تصميم وصناعة أجهزة القياس).

الجزء الخامس : الإلكترونيات (النوابط الإلكترونية الفعالة).

كل جزء يحتوي على عدة فصول، وكل فصل يعالج مفهوما معينا. يبدأ الجزء الأول بالحديث عن الكهرباء الساكنة والكهرباء المتحركة حيث فصول الباب الأول تدور حول دراسة الشحنات الكهربائية ومدى تأثيرها في المحيط، وأما مواضيع الباب الثاني فتعالج حالة تحرك هذه الشحنات عبر محيط معين وقد تناولنا على وجه الخصوص الحركة عبر الأسلاك الناقلة. وحين

يغطي القارئ الكريم هذا الجزء يمكنه أن يباشر فصول الجزء الثاني بحيث يستطيع مع نهاية هذا الباب أن يتحكم في الدارات الكهربائية.

ويشتمل الجزء الثالث على دراسة مدى تأثير الشحنات الكهربائية على المحيط بين قوى الجذب والنفر لتكون دراسة تمهيدية للكهرومغناطيسية لتكون بدورها مدخلا مبسطا لمواضيع الجزء الرابع الذي يتناول تصميم وكيفية صنع بعض أجهزة القياس الشائعة الاستعمال. وأما الجزء الخامس فهو خاص ببعض النوابط الإلكترونية القاعدية لتكون دراسة تمهيدية للدارات الإلكترونية، التي ستتبع فيما بعد بتوفيق الله عز وجل.

بنية البحث

يتناول الكتاب المواضيع بأسلوب بسيط يختلف عن المألوف ــ وما نحسبه إلا كذلك ــ من عدة نواحي نختصرها في النقاط الموضحة أدناه.

تعتمد بنية الكتاب على تناول المواضيع مستقلة عن بعضها البعض من بدايتها بحيث حاولنا ألا نستعمل مفاهيم في موضوع معين تبقى مبهمة، يكون الطالب لم يتطرق لها بعد. فالمواضيع تعالج عن طريق سؤال وجواب، بالإضافة إلى أسلوب المخاطبة في بعض الأحيان لشد انتباه القارئ الكريم ليولي المفهوم المتناول أهمية خاصة.

فالكتاب لا يتطلب لقارئه سوى بعض المفاهيم الرياضية البسيطة ليتدرج لما هو أعقد وأصعب. فالانطلاقة تكون فكرة بسيطة تخلو من الرياضيات المحضة، حيث يعتمد على شرح المفاهيم الفيزيائية الهامة.

بالإضافة إلى اصطحاب مفاهيم الكهرباء والإلكترونيات بأمثلة عملية من الحياة اليومية للطالب، مع الإشارة إلى النقاط الهامة من الموضوع ليتسنى للطالب أن يلخصه ويخرج بأكبر قسط ممكن من المعرفة، ولن يكون ذلك إلا بالتخلي عن البراهين الرياضية كخطوة أولى لتوضيح المفاهيم مع التركيز على الجانب الفيزيائي لشرحها، فعند طرح فكرة معينة نقوم بمعالجتها من خلال الشرح الفيزيائي للأشياء لنتقدم تدريجيا في الموضوع نحو البراهين الرياضية التي يتم توضيح كيفية الوصول إليها.

والهدف المنشود من وراء هذا الأسلوب أن تنشأ للطالب استقلالية نسبية عن الأستاذ قصد بعث نزعة البحث والتنقيب لديه ليتمكن من تشخيص وتحليل المواضيع لوحده، وهو السبب المقصود من وراء التكرار الملاحظ في الكتاب. وللتأكد من أن المفاهيم الهامة قد استوعبها القارئ دون عناء، فقد أدرجت خلال كل فصل خمسة أسئلة ضمن المسائل المقترحة تشكل خلاصة الموضوع المتطرق له، وجب على الطالب أن يجيب عنها قبل التطرق لمواضيع أخرى. ونظرا لأن المهارة والخبرة في التعامل مع الدارات الإلكترونية تحتاج إلى تدريب متنوع وتمرس مكثف، وقصد رفع المستوى فإن هذه السلسلة اشتملت ـ بالإضافة إلى أمثلة وتمارين محلولة ـ على مسائل في نهاية كل فصل، جاءت لتدعيم الدروس يطلب حلها والبرهنة عليها، وسوف يجد القارئ الكريم حلولها في آخر الكتاب.

الخاتمة

لقد اكتملت هذه السلسلة بعد عمل مضني ومتواصل دام خمس سنوات في الإعداد والمراجعة، التقنية منها واللغوية، وأملي كل أملي أن تكون هذه السلسلة مفيدة للطالب والمترجم والمهندس والفني، وكافة الزملاء الذين يؤمنون بلغة الضاد ويعملون في حقل ودعم التعريب.

وما أزكي نفسي فأنا لا أعتبر، بل و لم يخطر على بالي، أن هذا الجهد الذي بين يديك فريد كامل وجب تبنيه جملة وتفصيلا. بل إني أقف عبر كل سطر وكل كلمة من هذه السلسلة أنصت إلى كل نصيحة مخلصة تنبع من القلب إلى القلب، أو إلى أي نقد بناء من غيور على أمته يشعرني بخطئي، أو إلى أي مراجعة تدعم أو تؤاخذ ما جاء في السلسلة... إن صدري رحب لكل من يهمس في أذني بنصيحة أو عتاب أو مؤاخذة أو نقد بناء.

وختاما أتقدم بالشكر الجزيل إلى كل الذين وقفوا وراء إنجاز هذا الجهد من قريب أو من بعيد، وإلى كل الذين لم يبخلوا علي بمساعداتهم العملية ومقترحاتهم المفيدة، وعلى سبيل المثال لا الحصر السادة الباحثين العاملين بالميدان : الدكتور محمد خضراوي، الدكتور عبد الحليم بن بلقاسم، الدكتور إبراهيم بوزوية، الأستاذ كريم لكحل، الأستاذ أحمد جمعي. ولا يفوتني أن أتوجه بالشكر كذلك إلى عمال وأساتذة المعهد الوطني للكهرباء والإلكترونيات (INELEC)، جامعة بومرداس، وأخص منهم بالذكر الدكتور

العربي رفوفي، الدكتور الحاج بوردوسن، الدكتور كمال مغريش، الدكتور زكي صاري، السيد يوسف بوستة، السيدة فريدة زيراري، السيدة أسيا بري. كما أنحني إعجابا وتقديرا أمام الآنسة وافية أوهايبيه للصبر الجميل الذي تحلت به والمجهود الجبار الذي بذلته لتدفعني دوما نحو إتمام هذا العمل. كما لا يفوتني وأنا أختم كلمتي هذه، أن أقف وقفة إجلال وعرفان أمام شريكة أحلامي وطموحاتي السيدة نسيمة العربي أوهايبيه وأشيد بحماسها الفياض فهي لم تدخر أي جهد أو نصح لتوفر لي الجو المناسب للبحث والكتابة مساهمة منها في ترقية اللغة العربية، فشكرا وألف شكر. إلى كل هؤلاء أثني عليهم وأسأل الله لهم خير الجزاء.

وأخيرا أتوجه إلى كل العاملين بالميدان العلمي والمهتمين بالتعريب أن يقوّمونا إن أخطأنا وأن يوجهونا الوجهة الحق. أسأل الله أن يرزقنا الصدق والإخلاص في القول والعمل، وكما منّ بإتمام هذا الكتاب أن يتم النعمة بقبوله وأن يجعله نافعا لعبده وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.

ر.م. أوهايبيه

عين طاية، في 20 يونيو 2000

الدارة الكهربائية

الكهرباء، جزء لا يتجزأ من علم الفيزياء، علم يهتم بدراسة عدد كبير من الظواهر الكونية التي تظهر للعيان للوهلة الأولى على أنها مختلفة، إلا أنها مرتبطة ببعضها البعض تعود بنا كلها إلى دراسة الشحنات الكهربائية.

الفصل 1

نموذج الدارة الكهربائية

الكهرباء أرقى الفروع العلمية التي يدرسها الإنسان وأعقدُها، فهي عصب الحضارة الحديثة وبدونها تنقطع شرايين المصانع وتتوقّف عن الحياة والحركة، ويسود العالم ظلام دامس.

تنبني هذه الحضارة الصناعية أساسا على دارات كهربائية تتفاوت في تعقيدها من حيث بُنيتها ومُكوناتها. وفي هذا الفصل دراسة تمهيدية مُتواضعة لأبسط الدارات الكهربائية، وذلك قصْد تلقينك وإدخالك عالم الكهرباء لاستيعاب مفاهيمها المعقدة. فما هي الدارة الكهربائية يا تُرى، وبما تمتاز ؟

1. عموميات

لابُد من وجود منبع للطاقة الكهربائية حتى ينشأ تيار كهربائي، الذي يكون وراء منح الاستطاعة اللاّزمة لتشغيل المستقبلات أو الحمولات. فدَوْر منبع الطاقة هو منح الطاقة الكهربائية للحمولة المستقبلة قصْد تشغيلها حسب المطلوب الذي صُممت له، قد يكون

تحويل هذه الطاقة الكهربائية إلى طاقة ميكانيكية مثلما هو الحال عند حمولة كالمحرك الكهربائي مثلا.

فالدارة المائية مثلا، تحتوي على مضخات دورها هو دفع الماء داخل الأنابيب ليصل إلى المستهلكين... وما الدارة الكهربائية إلاّ مثال يُشبه إلى حد بعيد هذه الدارة المائية، حيث سَرَيان التيار الكهربائي عبر السلك الناقل يُشبه كثيرا سريان الماء داخل الأنابيب، والمولّدات - وهي منابع الطاقة - تُشبه المضخات.

أما مقاومة الدارة الكهربائية التي تُعارض سريان التيار عبر الأسلاك الناقلة فهي تُشبه إلى حد بعيد فعل احتكاك الماء بداخل الأنابيب، مما يظهر مقاوَمة لعبور الماء داخل الأنابيب.

فكما أنّ مجموع هذه العناصر - مضخات، أنابيب ومقاومة احتكاك الماء - يُشكّل الدارة المائية فكذلك الحال بالنسبة للمُوَلدات، الأسلاك الناقلة ونوابط المقاوَمات فهي تُشكّل الدارة الكهربائية التي يعبرها التيار الكهربائي.

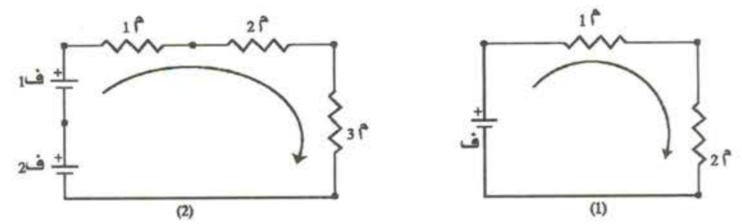
الدارة الكهربائية هي وصل منابع الطاقة (منابع الجهد) بالحمولات بواسطة مسار واحد مُغلق أو أكثر للشحنات الكهربائية، ولا يكون هذا المسار إلاّ بواسطة أسلاك ناقلة لا عازلة. فإن كان المسار واحدا ووحيدا فالدارة الكهربائية تُعرف بالدارة المتسلسلة، حيث نفس التيار يعبر كل مُكوِّنات هذه الدارة... ومن هنا نفهم أنّ الدارة أنواع وهو موضوع الفقرة الموالية.

2. أنواع الدارة الكهربائية

1.2. الدارة المتسلسلة

الدارة المتسلسلة هي الدارة التي تجمع المنابع والحمولات في مسار واحد ووحيد للشحنات، فهي إذن في تركيب تسلسُلي.

وقد تم الاصطلاح على أنّ السريان، سريان التيار الكهربائي طبعا، يكون من القطب الموجب للبطارية نحو المقاومتَيْن ثُم نحو القطب السالب للبطارية (الشكل 1.1)، على عكس سريان الشحنات والمتمثّلة في الإلكترونات. وكلما مرَّ إلكترون عبر المقاومة م$_1$، لابُد أن يمر عبر المقاوَمة م$_2$ وبالتالي يعبر البطارية ف والتي تُمثّل منبع حركة هذا الإلكترون.



الشكل 1. الدارة المتسلسلة

بمرور نفس الإلكترون عبر كل مُكوِّنات الدارة الكهربائية، نقول أنّ المسار الكهربائي واحد ووحيد، وعليه سُمِّيت هذه الدارة بالدارة المتسلسلة.

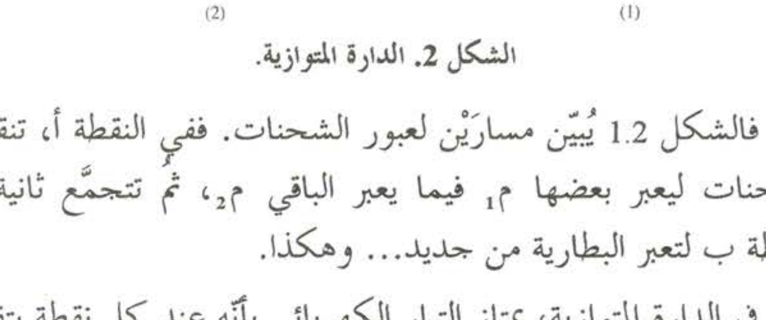
وفي الشكل 2.1 مثال ثان للدارات الكهربائية المتسلسلة، فتلاحظ أنّ المقاومات متسلسلة، طرف الواحدة منها موصول بطرف المقاومة

الموالية كما أنّ القطب الموجب للبطارية ف$_2$ موصول بالقطب السالب للبطارية ف$_1$.

الكل موصول بين قطبي سلسلة المقاومات الثلاثة : إنّها الدارة الكهربائية المتسلسلة، حيث انسياب التيار الكهربائي يكون نفسه عبر كل مُكوِّنات الدارة.

2.2. الدارة المتوازية

يُوَضِّح الشكل 2 نوعا آخرا من الدارات الكهربائية : الدارة المتوازية، حيث المقاومات موصولة بنفس الجهد إذ كل طرف مقاوَمة موصول بآخر لتُركَّب المجموعة كلها عبر قطبَي البطارية.



الشكل 2. الدارة المتوازية.

فالشكل 1.2 يُبيّن مسارَيْن لعبور الشحنات. ففي النقطة أ، تنقسم الشحنات ليعبر بعضها م$_1$ فيما يعبر الباقي م$_2$، ثُم تتجمَّع ثانية في النقطة ب لتعبر البطارية من جديد... وهكذا.

في الدارة المتوازية، يمتاز التيار الكهربائي بأنّه عند كل نقطة يتفرّع لينقسم بين مجموع الفروع ليتجمّع في مسار العودة ليتكوَّن من جديد ليعبر المنبع. وإليك مثال ثان لتترسّخ لديك المفاهيم.

في الشكل 2.2، تنقسم الشحنات في النقطة أ بحيث بعضها يعبر م$_1$، والبقية تتجه نحو النقطة جـ حيث ستنقسم من جديد، فالبعض تعبر م$_2$ والبقية تعبر م$_3$. وأما في النقطة د فتتجمّع الشحنات العابرة م$_2$ وم$_3$، والتي ستتجمّع مع الشحنات العابرة م$_1$ في النقطة ب لتكوّن من جديد مجموع الشحنات العابرة للبطارية ف.

سؤال يحزُّ في نفسك : عندما تصل الشحنات لنقطة مُعيّنة من دارة متوازية، ما هي نسب الانقسام بين فروع هذه النقطة ؟ هل هي دوما متساوية ؟

عندما تصل الشحنات إلى نقطة تفرُّع، أيّ تفرُّع وليس بالضروري أن تكون الدارة متوازية، فإنّ الشحنات تنقسم بين هذه الفروع وليس بالضروري أن يكون انقساما بالتساوي، إذ النسب المئوية للشحنات الواصلة لنقطة التفرُّع غير متساوية عند الانقسام ويرجع هذا أساسا لقيمة مقاومة الفرع، التي تعترض عبور الشحنات.

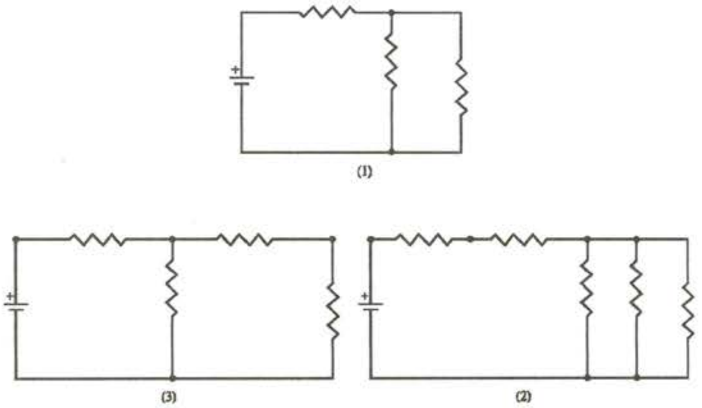
فبقدر ما تكون المقاومة ضعيفة بقدر ما يتسرّب عبر فرعها عدد أكبر من الشحنات، والعكس صحيح. ومن هنا تكون قد تفطنت إلى أنّ في حالة تساوي مقاومات الفروع لنقطة واحدة فإنّ إنقسام الشحنات يكون بالتساوي، وعليه فنفس التيار يعبر كل فروع هذه النقطة المعينة.

كخلاصة لدراسة الدارات الكهربائية المتوازية نقول أنّ نفس الجهد ف مطبّق عبر كل فروع الدارة، فإن إحتوى كل فرع على مقاومة واحدة فإنّ الجهد ف يظهر بين قطبي كل مقاومة، في حين التيار ينقسم بين فروع هذه الدارة بنسب تتفاوت حسب قيم مقاومات هذه الفروع.

3.2. الدارة الخليطة

الدارة الخليطة هي الدارة التي تجمع بين الدارة المتسلسلة والدارة المتوازية، إذ بعض النوابط المكونة لهذه الدارة تكون في تركيب تسلسُلي وبهذا يمر نفس التيار عبر هذه النوابط، والبعض الآخر تكون في تركيب متوازي حيث نفس الجهد يتأمَّل بين قطبي كل نبيط.

وفي الشكل 3 تمثيل لدارة خليطة، وهي تقريبا الوجه العام للدارات الكهربائية المدروسة في العلوم الصناعية إذ هي خليط بين مختلف الدارات الكهربائية، فبعضها دارات متسلسلة وبعضها دارات متوازية.



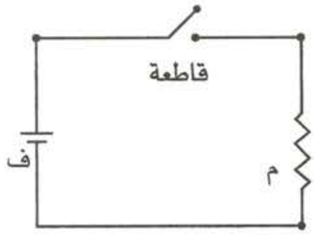
الشكل 3. الدارة الخليطة.

3. مسار التيار الكهربائي

المسار الكهربائي هو ناقل يوصل الدارة الكهربائية بما تحتويه، فمن خلاله تعبر الشحنات الكهربائية عبر مكونات الدارة. يتكون المسار الكهربائي أساسا من أسلاك معدنية ناقلة، عموما من مادة النحاس. قد يحدث أن يُقطع هذا السلك أو أن يكون ردئ التوصيل. فما يحدث في هذه الحالة ؟

1.3. الدارة المغلوقة

في حالة ما إذا أُغلقت القاطعة للشكل 4، فإنّ الدارة تُصبح متسلسلة وبذلك تعبر الشحنات من أحد قطبَي البطارية ف نحو القطب الآخر عبر المقاومة م، وعليه فنفس التيار يعبر الدارة مرورا بالمسار الكهربائي.



الشكل 4. الدارة المفتوحة.

كل دارة تحتوي على ثلاثة مكونات أساسية هي :

– تحتوي على الأقل على منبع واحد للجهد يكون مصدر التيار الكهربائي العابر لهذه الدارة.

– تحتوي على مسار كهربائي غير مقطوع لسريان الشحنات من أحد قطبي المنبع نحو القطب الثاني.

– يحتوي المسار الكهربائي على مقاومة، دورها تبديد الحرارة أو تحديد شدة التيار.

لاحظ جيدا أنّ مقاومات الأسلاك المُوصلة بين مختلف نوابط الدارة صغيرة جدا مقارنة بمقاومة النوابط ولذلك فهي غالبا مُهمَلة، إذ قيمتها لا تتعدّى $1\,\Omega$ في حين مقاومة النوابط أكبر بكثير من هذه القيمة، وعليه تُهمل مقاومة الأسلاك وتُؤخذ على أنّها معدومة أي صفر المقاومة.

2.3. الدارة المفتوحة

كل دارة يظهر فيها فتح أو قطع في المسار الكهربائي تُدعى دارة مفتوحة، وهي دارة عديمة التيار أي أنّه ليس هناك انسياب للتيار عبر المسار باعتباره مقطوعا أو مفتوحا. كيف ولماذا ؟

لا انسياب للتيار عبر دارة مفتوحة كالموضحة في الشكل 4 عندما تكون القاطعة مفتوحة، وكأنّ الدارة ذات مقاومة ضخمة جدا تؤول إلى ما لانهاية. بالفعل، فكل دارة مفتوحة تُفترض مقاومتها على أنّها ما لانهاية، الشيء الذي يشرح لماذا ينعدم التيار في الدارة المفتوحة أو المقطوعة.

عند فتح الدارة أو قطع المسار، يتوقف سريان التيار عبر الدارة في الحين. كما يمكن أن يتوقف سريان التيار بسبب ردائة السلك أو لقطع غير ظاهر خاصة إذا غُلّف السلك بمادة عازلة، فتلاحظ أن ليس هناك فتح مقصود ولكن التيار معدوم. في هذه الحالة، استوجب استعمال أجهزة وتقنيات القياس الذي عولج بإسهاب في الجزء الرابع.

كخلاصة إذن، فلانسياب التيار عبر المسار الكهربائي لابُد من دارة مغلوقة، بمعنى أنّ المسار الكهربائي يكون مغلوقا لا يحتوي على قطع أو فتح.

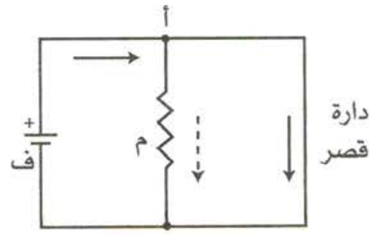
3.3. الدارة المقصورة

وتُدعى كذلك دارة القصر، هي المسار الكهربائي المغلوق بين قطبي منبع الجهد، لكن ما تمتاز به مقاومة هذا المسار أنّها مقاومة مُهمَلة تتناهى إلى الصفر.

إنّ الدارة المقصورة هي عبارة عن حُمُولة موصولة بين قطبَي منبع الجهد حيث مقاومتها مُهمَلة، تُقارب الصفر، الشيء الذي يجعل التيار المنساب عبر الدارة تكون شدته ضخمة جدا يتسبَّب في إتلاف بعض نوابط الدارة والمنبع معا إن لم تُؤخذ في الاعتبار بعض الاحتياطات اللاّزمة لحماية الدارة والمنبع كذلك.

إن شدة التيار العابر لدارة القصر ضخمة جدا، لأنّ مقاومة دارة القصر تقريبا معدومة بحُكْم أنّ مقاومة السلك الناقل ضعيفة جدا شبه معدومة.

لاحظ أنّ التيار المتولّد عن منبع الجهد ف للشكل 5 لا ينقسم في النقطة أ عبر فرعَيْها، بل يعبر كله نحو الدارة المقصورة. لماذا ؟



الشكل 5. دارة القصر.

عندما تصل الشحنات إلى النقطة أ، من البديهي أنّها سوف تنقسم عبر فرعي هذه النقطة. لكن الشحنات، المفروضة أنّها تعبر المقاومة م، سوف تجد معارضة هذه المقاومة. في حين، سوف تلاحظ هذه الشحنات أنّ المجال مفتوحا أمامها ــ ودون معارضة ــ عبر دارة القصر.

حتى نتمكن من فهم هذا المبدأ، حاول ولو ذهنيا أن تضع نفسك مكان الشحنات الكهربائية. لا شك أن هذه الشحنات تفضل المسار الذي لا تُلاقي فيه معارضة تُذكر على الذي يحتوي على معارضة. ومن ذلك سوف تعبر كل الشحنات دارة القصر دون المقاومة م.

إذن التيار يتبّع المسار الذي لا يُقابل فيه أيّ معارضة تُذكر، ولذلك فكلما وُجدت دارة قصر موازية لمقاومة فإن كل التيار يعبر دارة القصر دون المقاومة.

من خلال ما تقدم، تكون قد تنبهت إلى سبب خطورة الدارة المقصورة على منبع الجهد أو أي جهاز أو حمولة تركب عبر الدارة، فالتيار يعبر المسار الأقل معارضة الممثل في الدارة المقصورة لتتغير وسائط الدارة فتصبح الشدة ضخمة جدا تؤدي إلى إتلاف بعض مكونات الدارة.

4. محتويات الدارة الكهربائية

بغض النظر عن السلك الناقل الذي يوصل بين محتويات الدارة فإن الدارة الكهربائية تتكون أساسا من :

1. منبع الطاقة

ويضمن استمرارية سريان وانساب التيار عبر الأسلاك الناقلة، التي توصل بين مكونات الدارة. يعتبر المنبع هو أصل الطاقة اللازمة لتشغيل الدارة وضمان هذه الاستمرارية في سيلان التيار، إذ بدون هذا المنبع يتوقف التيار وينعدم. ولاحظ أن الدارة الكهربائية يمكن لها أن تحتوي على أكثر من منبع واحد.

2. الحمولة

وهي مستقبل للطاقة التي تُمنح من قبل المنبع، فحين تستهلك هذه الطاقة تؤدي هذه الحمولة الوظيفة التي من أجلها صُنعت ورُكبت عبر الدارة الكهربائية. وعموما، فإن هذه الحمولات تستقبل الطاقة في حالة معينة فـتُحولها إلى طاقة جديدة تختلف تماما عن الأولى.

3. نوابط الدارة

وهي عناصر منفصلة ومنفردة تُضاف عبر الدارة لتؤدي وظيفة مُعرَّفة مسبقا، قد تختلف وظائف هذا النوابط داخل دارة معينة إلاّ أنها تتكامل فيما بينها قصد هدف واحد معين.

تضم النوابط على سبيل المثال المقاومة، المكثفة، الوشيعة، الثنائية، والترانزسطر بشتى أنواعه، إلخ. خلال الأجزاء الخمسة من سلسلة الهندسة الكهربائية، سوف نحاول بعون الله تعالى تعريفك بأغلب النوابط الإلكترونية الموجودة في السوق، وقد تم تصنيفها في الملحق 1 خلال هذا الجزء الثاني.

عموما، هذه هي مُحتويات الدارة... إلاّ أنّ هناك عناصر أخرى قد تُوجد في دارة دون أخرى، سنحاول بعون الله التطرق لبعضها من خلال سلسلتنا هذه.

مسائل

1. ما هي الدارة الكهربائية ؟ اجتهد في تعريفها.

2. أذكر أنواع الدارة الكهربائية مع توضيح الفرق بينها.

3. متى تكون الدارة الكهربائية متسلسلة ومتى تكون متوازية ؟ بما تمتاز كل واحدة منها عن الأخرى ؟ اشرح.

4. ما هو المسار الكهربائي ومما يتكون ؟

5. ما مصدر التيار الكهربائي الذي يعبر الدارة ؟ عرفه.

6. في حالة انقطاع المسار أو ردائة نقل السلك، ما يحدث في الدارة ؟ ما تعريف هذه الدارة ؟

7. متى تكون الدارة مغلوقة ؟ هل التيار معدوم في هذه الحالة ؟ اشرح.

8. عرف الدارة المقصورة. ما الذي يمكن أن تحدثه ؟

9. اجتهد في معرفة كيفية تفادي الدارة المقصورة.

10. ما تعريف الحمولة ؟ ما الهدف من تركيبها في الدارة ؟

الفصل 2

خصائص الدارة الكهربائية

تتكون الدارة الكهربائية من مسار مغلق يضم ويوصل جميع مكونات الدارة. وفي هذا الفصل، دراسة تمهيدية للدارة النموذجية... مما تحتويه وما تمتاز به، بالإضافة إلى كيفية تناولها ومعالجتها قصد استخراج مختلف وسائطها المجهولة.

1. مميزات الدارة

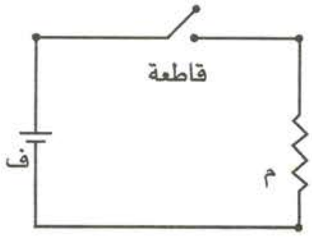
من خلال هذه الفقرة، سوف نحاول أن نتعرض إلى بعض المصطلحات التي يكثر استعمالها في علم الهندسة الكهربائية والتي تتميز بها حل الدارات الكهربائية.

1.1. القاطعة

تصنع القاطعة أساسا من مادتَيْن، مادة ناقلة وأخرى عازلة. فأما الناقلة فهي معدنية والهدف منها هو توصيل المسار الكهربائي للتيار.

وأما المادة العازلة فالهدف منها هو تمكين مستعمل القاطعة من توقيف أو تسهيل انسياب التيار عبر المسار الكهربائي دون التعرض لرجّات أو لصدمات كهربائية التي يُمكن أن تحدُث لو تم لمس المادة المعدنية مباشرة.

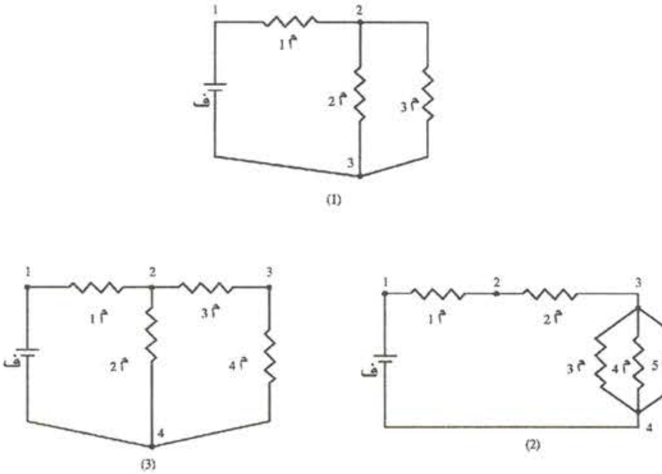
تستعمل القاطعة عادة لفتح أو غلق المسار الكهربائي أمام الشحنات الكهربائية، ومن ذلك تسهيل أو توقيف إنسياب التيار الكهربائي عبر مسار الدارة الكهربائية مثلما يوضحه الشكل 1.



الشكل 1. دارة ذات قاطعة مفتوحة في وجه المسار الكهربائي.

2.1. الجذع

كل مسار كهربائي متسلسل يعبره نفس التيار يُسمَّى الجذع، إذن فجذع الدارة – ويُدعى كذلك الفرع – ما هو إلاّ فرع من الفروع المتسلسلة لأيّ نوع من الدارات. ولتوضيح ذلك، إليك هذا المثال للشكل 2.



الشكل 2. تمثيل الجذوع والعقد.

الشكل 1.2 :

– الجذع 2 – 1 – 3 : يحتوي على المقاومة م$_1$ والمنبع ف.

– الجذع 2 – 3 : هو في حقيقته جذعان متوازيان، كل جذع يحتوي على مقاومة م$_2$ وم$_3$.

الشكل 2.2 :

– الجذع 3 – 2 – 1 – 4 : ويحتوي على البطارية ف والمقاومتَيْن م$_1$ وم$_2$.

– الجذع 3 – 4 : وهو فعلا ثلاثة جذوع متوازية، كل جذع بمقاومة : م$_3$، م$_4$، م$_5$.

الشكل 3.2 :

– الجذع 2 – 1 – 4 : ويحتوي على البطارية ف والمقاومة م$_1$.

– الجذع 2 – 3 – 4 : ويحتوي على سلسلة المقاومتين م$_3$ وم$_4$.

– الجذع 2 – 4 : ويحتوي على المقاومة م$_2$.

3.1 العقدة

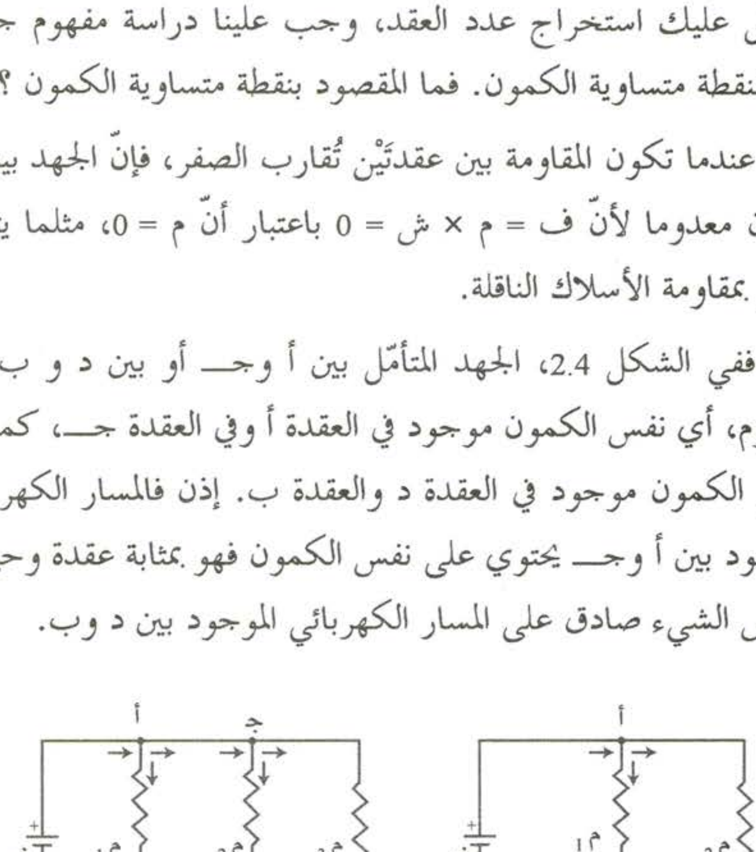
هي نقطة يلتقي عندها جذعان أو أكثر. فالشكل 1.3 يُمثّل تلاقي جذعَيْن أي أنّهما موصولان ومربوطان معا عبر نقطة وصل، أما الشكل 2.3 فيُمثل تقاطُع جذعَيْن لكن دون وصل ولا تماس.

الشكل 3. تقاطع مسارين كهربائيين بوصلة أو دونها.

تُعرَّف العُقْدة على أنّها نقطة وَصْل من دارة كهربائية حيث يُوصل فيها نبيطان اثنان أو أكثر، بمعنى تقاطُع بتماس لجذعَيْن أو أكثر. فالشكل 1.2 مثلا يحتوي على ثلاث عقد، والشكل 2.2 يحتوي على أربع عقد وأما الشكل 3.2 فهو كذلك يحتوي على أربع عقد. ولكي يسهل عليك استخراج عدد العقد، وجب علينا دراسة مفهوم جديد هو النقطة متساوية الكمون. فما المقصود بنقطة متساوية الكمون ؟

عندما تكون المقاومة بين عقدتَيْن تُقارب الصفر، فإنّ الجهد بينهما يكون معدوما لأنّ ف = م × ش = 0 باعتبار أنّ م = 0، مثلما يتعلّق الأمر بمقاومة الأسلاك الناقلة.

ففي الشكل 2.4، الجهد المتأمّل بين أ وجـ أو بين د و ب هو معدوم، أي نفس الكمون موجود في العقدة أ وفي العقدة جـ، كما أنّه نفس الكمون موجود في العقدة د والعقدة ب. إذن فالمسار الكهربائي الموجود بين أ وجـ يحتوي على نفس الكمون فهو بمثابة عقدة وحيدة، ونفس الشيء صادق على المسار الكهربائي الموجود بين د وب.



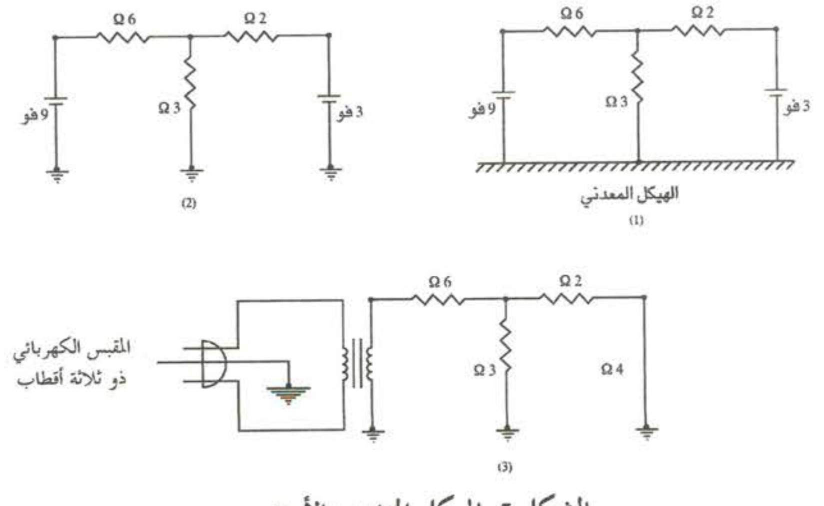
الشكل 4. تمثيل نقطة متساوية الكمون

تُعرّف النقطة المتساوية الكمون على أنّها ذلك المسار الكهربائي، حيث الشحنات تحتوي على نفس الكمون، أو بمعنى آخر هي المسار الموجود بين عقدتَيْن أو أكثر والتي تحتوي على نفس الكمون. فمثلا لتوضيح ذلك، لاحظ دارات الشكل 2.

2. الهيكل المعدني والأرض

تُركّب النوابط الإلكترونية عادة فوق إطار ناقل يُدعى الهَيْكل المعدني (الشكل 5) الذي يُعتبر جزءا من الدارة. ومن خلال الشكل 1.5، يتبيّن أن بعض مُحتوَيات الدارة تتصل مباشرة بالهيكل المعدني.

ولأجل ضُعف مقاومته، فإنّ الهيكل المعدني ينقل الكهرباء عبر الدارة تماما مثل سلك ناقل معدني، وبذلك فهو يُعتبر نقطة متساوية الكمون (الشكل 2.5) تربط بين نوابط الدارة فيتكامل المسار الكهربائي بين العقد.



الشكل 5. الهيكل المعدني والأرض.

يحتوي مَقْبَس التغذية للأجهزة الإلكترونية عادة على ثلاثة أقطاب (الشكل 3.5). عندما يُوصَل المقبس بمأخذ المنشآت السكانية مثلا، فإنّ القطب الثالث يُوصَل بالأرض. ومن ثَمّ فإنّ الهيكل المعدني موصول مباشرة بالأرض، ومن ذلك تفهم سبب تسمية الهيكل المعدني بالأرض.

وعليه، فإنّ الجهود المسجّلة بين عقد الأرض هي متساوية وتُؤخذ كمبدأ مرجعي يُعادل الصفر. وأما إن كان المقبس لا يحتوي على قطب ثالث، فإن الهيكل المعدني هو الذي يعتبر الأرض.

3. قانون كيرشوف

توصل العالم كيرشوف[1] سنة 1847 إلى وضع قانونَيْن للجهود والتيارات وهما قانون العيون وقانون العقد.

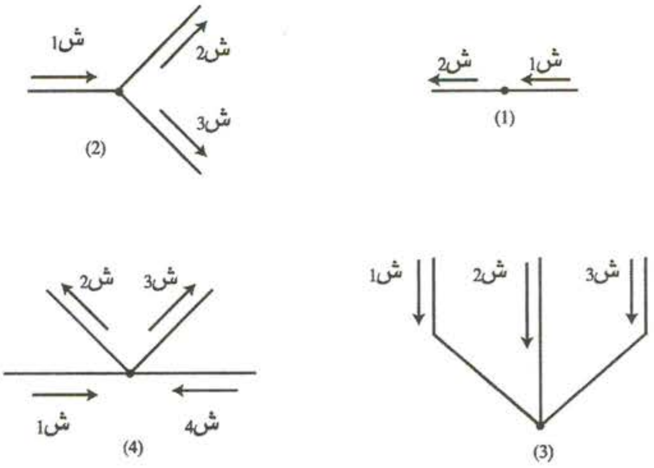
1.3. قانون العقد

ينص قانون العقد على أنّ مجموع التيارات المتجهة نحو عقدة معيّنة هو مساو لمجموع التيارات الخارجة والنابذة عن هذه العقدة. كما يُعرف هذا القانون كذلك باسم مُكتشفه : قانون كيرشوف للتيار.

ففي الشكل 1.6، التيار الداخل للعقدة هو $ش_1$ والتيار الخارج منها هو $ش_2$، وقانون العقد ينص على أنّ :

---

1. كيرشوف : (Gustav Robert KIRCHHOFF : 1824-1887) عالم فيزيائي ألماني، توصل عام 1845 من وضع قانون العقد. كما اهتم كذلك بتطوير قانون أوم واستطاع عام 1857 من تحديد سرعة انتشار الموجة المغناطيسية داخل سلك ناقل. كما كانت مساهمته في شرح الإشعاع الحراري قاعدة صلبة لكثير من العلماء الذين عاصروه.



الشكل 6. تمثيل قانون العقد.

ش$_1$ = ش$_2$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{I_1 = I_2}$

وكذلك الحال بالنسبة للشكل 2.6، فالتيار الداخل للعقدة هو ش$_1$ بينما يخرج منها تياران هما ش$_2$ و ش$_3$، إذن :

ش$_1$ = ش$_2$ + ش$_3$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{I_1 = I_2 + I_3}$

أما الشكل 3.6، فكل التيارات تدخل العقدة دون وجود لتيارات تخرج منها، وعليه نكتب :

ش$_1$ + ش$_2$ + ش$_3$ = 0 $\qquad\qquad$ $\mathbf{I_1 + I_2 + I_3 = 0}$

وأما الشكل 4.6 فقانون العقد ينص على أنّ :

ش$_1$ + ش$_4$ = ش$_2$ + ش$_3$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{I_1 + I_4 = I_2 + I_3}$

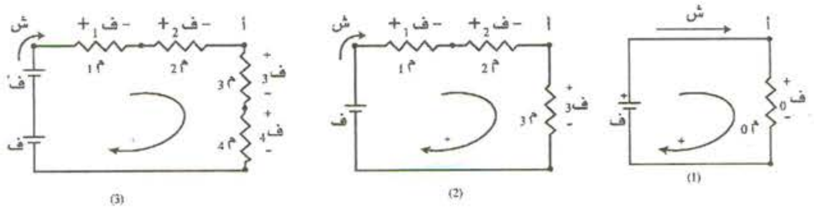
2.3. قانون العيون

ينصّ قانون العيون على أنّ مجموع الجهود عبر مسار كهربائي مُغلق يُساوي الصفر، أي أنّه وابتداء من نقطة مُعيَّنة من الدارة المغلوقة، يتم إتباع مسار كهربائي من الدارة المغلوقة ثم العودة إلى نقطة الانطلاق فإنّ مجموع الجهود يُعادل الصفر.

يُمكنك اختيار أيّ مسار يجمع أيّ عدد تريد من النوابط، لكن مع مُراعاة أنّ المسار المختار يجب أن يمر على عقدة من الدارة المغلوقة مرّة واحدة فقط، إذ لا يُمكن تطبيق قانون العيون - والمعروف بقانون كيرشوف للجهد - على مسار يمر بعقدة أكثر من مرة.

إنّ المسار المغلق لدارة كهربائية معيّنة يُدعى عَيْنا - أو حلقة - وعليه تلاحظ سبب تسميته بقانون العيون. والآن سوف نحاول بتوفيق المولى عزّ وجلّ أن نُزوِّدك بأمثلة، وقبل ذلك إليك المبدأ العام للقانون :

- أوّلا تختار نقطة الانطلاق.
- ثم تختار اتجاها موجبا للعين، غالبا ما يكون اتجاه عقارب الساعة.
- بعدها تُعرِّف الكمون الموجب (+) لكل نبيط من العين.
- ثم تجمع الجهود مع مُراعاة إشارة كل جهد لتكون مُعادلة للصفر.



الشكل 7. تمثيل قانون العيون

في الشكل 1.7، تم اختيار الاتجاه الموجب للعين، وهو يُطابق اتجاه التيار ش كما هو مُوضّح على الشكل. باعتبار أنّ اتجاه التيار ش هو اتجاه عقارب الساعة، فإنّ الجهد ف$_0$ المتأمَّل بين قطبي المقاومة م$_0$ يكون في الاتجاه المعاكس.

انطلاقا من العقدة أ عبر المقاومة م$_0$ ثم البطارية ف، نلاحظ أنّ جهد البطارية يُطابق الاتجاه الموجب المختار، إذن نكتب + ف، وأنّ جهد المقاومة م$_0$ يُعاكسه فهو − ف$_0$. ومن ذلك نكتب القانون :

ف - ف$_0$ = 0 $$V - V_0 = 0$$

ومن ذلك نكتب :

ف = ف$_0$ $$V = V_0$$

وهكذا أثبتنا أنّه عبر التركيب المتوازي، فإن الجهد المشترك واحد، أي نفس الجهد.

في الشكل 2.7، الاتجاه المختار هو نفس اتجاه التيار ش، فيتولّد عبر النوابط جهود معاكسة لاتجاه التيار. وانطلاقا من النقطة أ نحصل على -ف$_3$، +ف، -ف$_1$، -ف$_2$، وعليه قانون العيون يُكتب كما يلي :

ف - ف$_1$ - ف$_2$ - ف$_3$ = 0 $$V - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

أما الشكل 3.7، وانطلاقا من النقطة أ، نحصل على -ف$_3$، -ف$_4$، +ف، + فَ، -ف$_1$، -ف$_2$، وهذا يُوصلنا إلى قانون العيون، أي :

ف + فَ - ف$_1$ - ف$_2$ - ف$_3$ - ف$_4$ = 0

$$V + V' - V_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 0$$

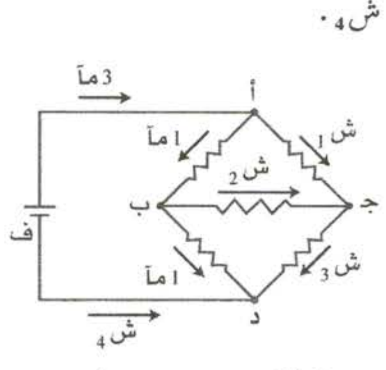
أعمال تطبيقية

تمرين 1

الشكل 8 يُوضِّح دارة شهيرة تُعرف باسم جسر ويتسطون.

1. ما هو نوع الدارة ؟ إستنبط عدد العقد. كم هو عدد الجذوع ؟

2. بواسطة قانون كيرشوف للتيار، أحسب شدة كل من التيارات ش$_1$، ش$_2$، ش$_3$، ش$_4$.



الشكل 8. جسر ويتسطون.

الجواب

1. يظهر عبر جسر ويتسطون أنّ الدارة خليطة تجمع بين تركيب متوازي ومتسلسل، وأما عدد العقد فهو 4 تجمع بينها 6 جذوع.

2. بالنظر إلى قانون العقد، يُمكن استخراج الشدة ش$_1$ من العقدة أ :

3 مآ = ش$_1$ + 1 مآ

وعليه : ش$_1$ = 3 مآ - 1 مآ = 2 مآ

وأما بتطبيق القانون على العقدة ب، فتُستخرج الشدة ش$_2$:

ش$_2$ = 1 مآ - 1 مآ = 0 مآ

وعليه تكون الشدة ش$_2$ معدومة، وهو شرط تحقيق التوازُن، وفي الفصل 9 من الجزء الرابع عرض لذلك. وأما من العقدة جـ، فتُستخرج الشدة ش$_3$:

ش$_3$ = ش$_1$ + ش$_2$ = 2 مآ - 0

وعليه : ش$_3$ = 2 مآ

ومن العقدة د، تُستخرج الشدة ش$_4$:

ش$_4$ + ش$_3$ + 1 مآ = 0

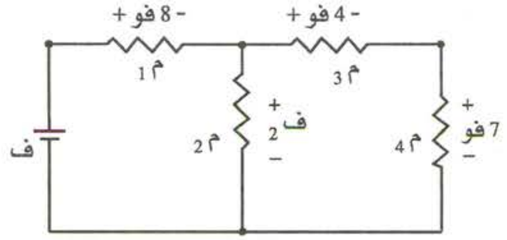
وعليه : ش$_4$ = −3 مآ، وما الإشارة السالبة (−) إلاّ تبيان على أنّ اتجاه التيار ش$_4$ هو في الاتجاه المعاكس للاتجاه الموضَّح على الشكل 8.

تمرين 2

لتكن دارة الشكل 9.

1. ابحث عن نوع الدارة المقترحة، ثم استخرج عدد العقد وعدد العيون.

2. ابحث عن جهد المنبع ف ثمُ الجهد ف$_2$.



الشكل 9. التمرين 2.

الجواب

1. الدارة خليطة تحتوي على 4 عقد و3 عيون.

2. من خلال قانون العيون، يُمكن استخراج جهد المنبع ف :

ف = 8 فو + 4 فو + 7 فو

وعليه : ف = 19 فو، وبواسطة نفس القانون يُستنبط ف$_2$:

ف = 8 فو + ف$_2$

ومن ثم فإن ف$_2$ = 11 فو. وتُلاحظ أنّه عبر العين المقابلة يُمكن استخراج نفس النتيجة، أي :

ف$_2$ = 4 فو + 7 فو = 11 فو

مسائل

1. ما الهدف من تركيب القاطعة عبر الدارة ؟ أذكر مادتي صنعها والسبب في ذلك ؟

2. ما وجه التشابه والاختلاف بين المفاهيم التالية : العقدة، نقطة الوصل، نقطة متساوية الكمون ؟ اشرح.

3. ما وجه التشابه والاختلاف بين الجذع والعين ؟ اشرح.

4. ما الفرق بين الهيكل للمعدني والأرض ؟ ما الهدف من وضعهما عبر الدارة ؟

5. ما وجه التشابه بين قانوني كيرشوف ؟

6. من خلال الشكل 2.6، أحسب شدة التيار ش$_2$ إن كانت ش$_1$ = 9 آ و ش$_3$ = 2 آ.

7. من خلال الشكل 3.6، أحسب شدة التيار ش$_1$ إن كانت ش$_2$ = 5 آ و ش$_3$ = 0,5 آ، استنبط اتجاهه.

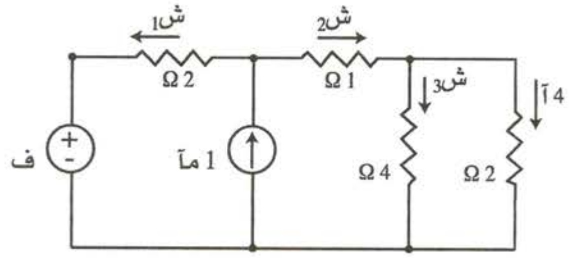
8. من خلال الشكل 4.6، أحسب شدة التيار ش$_4$ إن كانت ش$_1$ = 2,5 آ، ش$_2$ ≈ ش$_3$ ≈ 0,001 آ. ما تعليقك ؟

9. استنبط الجهد ف$_3$ من خلال الشكل 2.7، إن كان ف$_1$ = 5 فولط، ف$_2$ = 2 فولط، ف = 20 فولط.

10. أحسب الجهد ف$_2$ من خلال الشكل 2.7، إن كانت م$_1$ = 1,5ك Ω، م$_2$ = 500 Ω، م$_3$ = 100 Ω علما أنّ منبع الجهد هو ف = 50 فولط. استنبط الشدة ش.

11. استخرج الجهد ف$_{\text{ب جـ}}$ من خلال الشكل 8، إن كان ف$_{\text{أب}}$ = 3 فو، ف$_{\text{جـ د}}$ = 7فو، علما أنّ منبع الجهد هو ف = 15 فو. استنبط الجهد ف$_{\text{أجـ}}$، ف$_{\text{ب د}}$.

12. ابحث عن الجهد المتأمَّل عبر م$_3$ من الشكل 9، إن كانت م$_3$ = 4ك Ω، م$_1$ = 1ك Ω، م$_2$ = 3ك Ω، م$_4$ = 1ك Ω، باعتبار أنّ جهد المنبع هو ف = 15 فو، استنبط تيار كل جذع.



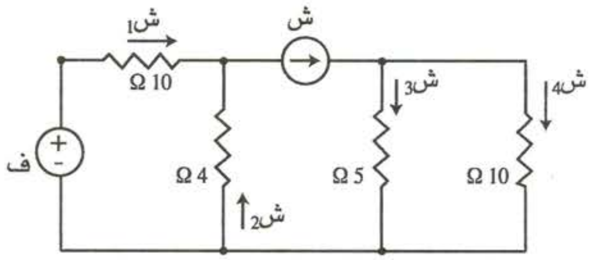
الشكل 10. المسألة 13.

13. تُدرس دارة الشكل 10 ويُطلب البحث عن :

1. عدد العقد، عدد الجذوع وعدد العيون.

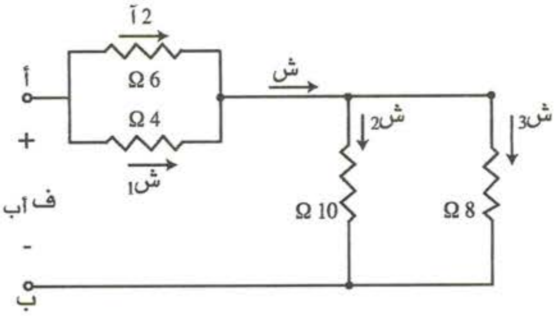
2. تيار كل جذع من الدارة.

3. جهد المنبع ف.



الشكل 11. المسألة 14.

14. أحسب شدة كل تيار من دارة الشكل 11. كم هو عدد العقد، عدد العيون وعدد الجذوع ؟



الشكل 12. المسألة 15.

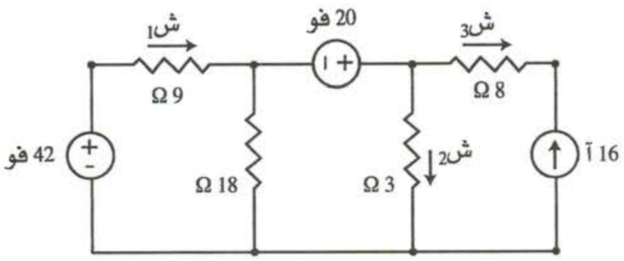
15. تُدرس الدارة الموضَّحة في الشكل 12.

1. كم هو عدد العقد، العيون والجذوع ؟

2. استخرج تيار كل جذع من الدارة.

3. أحسب المقاومة المكافئة للدارة. استنبط الجهد ف$_{أب}$.

16. باستعمال قانونَي كيرشوف، يُطلب إيجاد الشدات ش$_1$، ش$_2$، ش$_3$ من الشكل 13.



الشكل 13. المسألة 16.

الفصل 3

استغلال الدارة

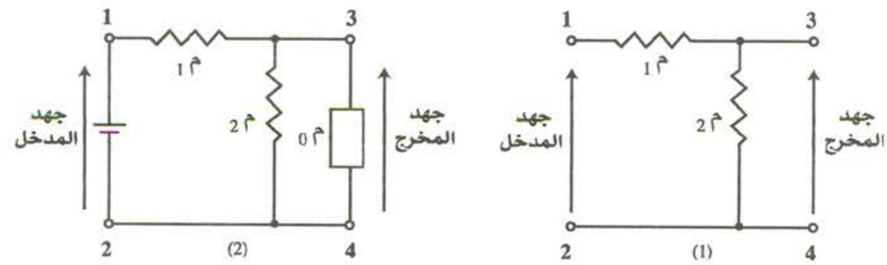
تختلف وتتنوّع الدارات الكهربائية من حيث تعقيدها ومُكوِّناتها، ومن ذلك وجب تصنيفها لتسهُل دراستها واستخراج مختلف وسائطها المجهولة.

1. مدخل ومخرج الدارة

1.1. بوابة المدخل

يُقصد بالمدخل، ويُسمى كذلك الدخول، الجزء الأمامي من الدارة الكهربائية فهو بوابة الدخول محصورة بين قطبَيْن إثنَيْن فقط يُطلق عليهما اسم قطبَي المدخل.

فالمدخل بالنسبة للتيار هو باب الدخول إلى الدارة، فالشكل 1.1 هو تمثيل لمدخل أُخذ بين القطبَيْن 1 و2. جهد المدخل هو الجهد المطبَّق بين قطبَي المدخل، وغالبا ما يُمنح بواسطة منبع جهد كبطارية مثلا (الشكل 2.1).



الشكل 1. مخرج ومدخل الدارة.

2.1. بوابة المخرج

المخرج، ويُدعى كذلك الخروج، وهو الجزء الخلفي من الدارة فهو بوابة الخروج محصورة بين قطبَيْن اثنَيْن فقط هما قطبَي المخرج (الشكل 1.1).

جهد المخرج وهو الجهد المتأمَّل بين قطبَي المخرج والمتولِّد عن جهد المدخل، وعادة ما يكون "جنيُه" عبر قطبَي مقاومة الحمل م$_0$ (الشكل 2.1) التي تُركب في المخرج كمستقبل لطاقة تمنح من المدخل.

3.1. رباعي القطب

عندما تحتوي دارة على قطبَيْن اثنَيْن فقط - غالبا هما قطبَي المدخل - تُسمى ثُنائي القطب، أما عندما تحتوي على المخرج والمدخل فهي تُسمى رُباعي القطب وهذا لاحتوائها على بوّابتين، بوابة المدخل وبوابة المخرج (الشكل 1.1)، ومن ذلك فهي تحتوي على أربعة أقطاب.

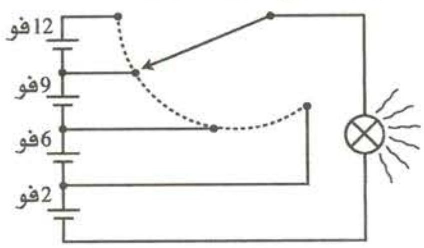
من خلال الدراسة الحالية، تلاحظ أن كل الدارات لا تحتوي إلا على المقاومات دون غيرها من النوابط الإلكترونية الأخرى. مثل هذه الدارة تدعى دارة مقاومة، في حين الدارة المفاعلة هي الدارة التي،

زيادة على المقاومات، تحتوي على مكثفات أو وشيعات أو كلاهما. وفي هذه الحالة تسمى دارة رباعية القطب مفاعلة... وفي الفصل 13 دراسة مفصلة لهذه المفاهيم.

2. خصائص الدارة المتسلسلة

1.2. التيار المشترك

في الدارة المتسلسلة، يعبُر كل النوابط الموصولة تيار واحد ووحيد، لا تتغيّر شدته إلاّ بتغيُّر جهد المدخل. في الشكل 2، تظهر أربع منابع للجهد مُستقلة عن بعضها البعض. بتحرُّك القاطعة فوق أحد هذه المنابع فإنّ التيار يتغيّر، إذ بزيادة الجهد تظهر زيادة واضحة في إضاءة المصباح ممّا يدل على تغيُّر التيار.



الشكل 2. التيار المشترك يخضع لتغيرات الجهد.

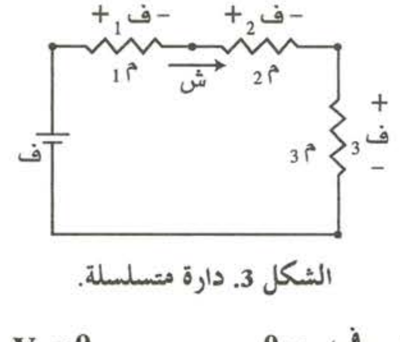
ومنه نستنتج أنّه لكل مقاومة م، تيار ثابت لا يتغيّر ما دام منبع الجهد ثابتا. فعند تغيُّر الجهد، يتغيّر بالضرورة التيار المشترك لدارة متسلسلة. وكذلك الحال إذا أخذنا جهدا ثابتا، فإنّ التيار ثابت بثُبوت قيمة المقاومة م، فحين تكبُر هذه المقاومة تصغُر شدة التيار، أي تجمعهما علاقة تناسُب عكسي.

كل الدارات المتسلسلة وكل الجذوع تتميز بعبور تيار مشترك ينساب عبر كل محتويات السلسلة، لا تتغير شدته إلا إذا تغير جهد المنبع أو لسبب ما قد يحدث تغير في إحدى وسائط الدارة... ولكن تنّبه إلى أن هذا التغير في الشدة هو نفسه عبر كل السلسلة.

2.2. الاستطاعة الكلية

لقد علمت أنّ الاستطاعة المستهلكة داخل مقاومة تُبدَّد في شكل حرارة. الآن، سوف ندرس ماهية الاستطاعة الكلية في دارة متسلسلة (الشكل 3) تحتوي على مجموعة من المقاومات.

من خلال قانون العيون، نستطيع كتابة ما يلي :



الشكل 3. دارة متسلسلة.

ف - ف1 - ف2 - ف3 = 0 $\qquad V - V_1 - V_2 - V_3 = 0$

بالتعويض نحصل على المعادلة التالية :

ف = م1 ش + م2 ش + م3 ش $\qquad V = R_1\ I + R_2\ I + R_3\ I$

لو ضربنا طرفي المعادلة بمُعامِل مشترك، وليكن الشدة ش مثلا، نحصل على ما يلي :

ش ف = م$_1$ ش$_2$ + م$_2$ ش$_2$ + م$_3$ ش$_2$

$$I\ V = R_1\ I^2 + R_2\ I^2 + R_3\ I^2$$

ويكون الجداء ف × ش هو الاستطاعة الممنوحة من طرف المولِّد ف، في حين م$_1$ × ش^2، م$_2$ × ش^2 و م$_3$ × ش^2 هي الاستطاعات المبدَّدة داخل المقاومات م$_1$، م$_2$ وم$_3$ على التوالي. إذن، الاستطاعة المبددة في الدارة المتسلسلة هي مجموع الاستطاعات المبددة في كل مقاومة من هذه الدارة، إذن :

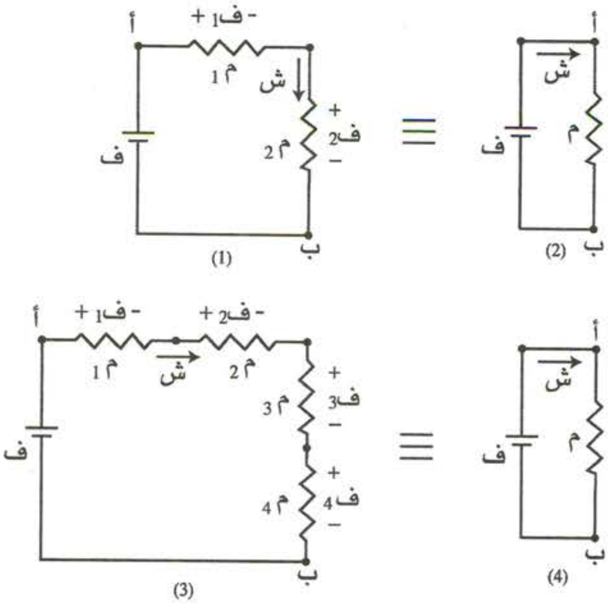
عه = عه$_1$ + عه$_2$ + عه$_3$ +... $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$

وعليه فالاستطاعة الممنوحة من طرف المنبع تعادل مجموع الاستطاعات المسجلة عبر مختلف مكونات الدارة.

3. تركيب النوابط المتسلسلة

1.3. تركيب المقاومات

تحتوي الدارة المتسلسلة على مجموعة من المقاومات، من الأحسن والأجدر بنا ولربح الوقت في الدراسة والحسابات الرياضية، أن نجعل لهذه المقاومات مقاومة مُكافِئة تُعوِّضها كلها لتعمل نفس عملها. المقاومة المكافئة لدارة متسلسلة تُؤخذ بين قطبَيْن، وتكون عبارة عن مجموع المقاومات بين هذَيْن القطبَيْن. كيف ذلك ؟



الشكل 4. تمثيل المقاومة المكافئة لدارة متسلسلة.

إليك هذا المثال : في الشكل 1.4 مثّلث دارة متسلسلة، حيث نفس التيار يعبر البطارية ف والمقاومتَيْن $م_1$ و$م_2$. إذا طبَّقنا قانون العيون، سوف نحصل على ما يلي :

$$ف - ف_1 - ف_2 = 0 \qquad\qquad V - V_1 - V_2 = 0$$

وتطبيقا لقانون أوم، نحصل على المعادلة التالية :

$$ف - م_1\,ش - م_2\,ش = 0 \qquad\qquad V - I\,R_1 - I\,R_2 = 0$$

وتبسيطا للمعادلة، نكتب ما يلي :

$$ف = ش\,(م_1 + م_2) \qquad\qquad V = I\,(R_1 + R_2)$$

إذن : $ش = \frac{ف}{م_1 + م_2}$ $\qquad$ $I = \frac{V}{R_1 + R_2}$

ومن الشكل 2.4 الممثّل للدارة المكافئة، فإنّ التيار $ش = \frac{ف}{م}$ هو نفسه الذي يعبر $م_1$ و $م_2$. فنستنتج إذن أن :

$م = م_1 + م_2$ $\qquad$ $R = R_1 + R_2$

حيث م هي المقاومة المكافئة بين القطبَيْن أ و ب للشكل 1.4. وفي الشكل 3.4 مثال ثان، إذ شدة التيار المتولِّدة عن الجهد ف تُكتب على الشكل التالي :

$ش = \frac{ف}{م_1 + م_2 + م_3 + م_4}$ $\qquad$ $I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$

في حين أنّ شدة التيار للشكل 4.4 هي :

$ش = \frac{ف}{م}$ $\qquad$ $I = \frac{V}{R}$

إذن نستنتج أن :

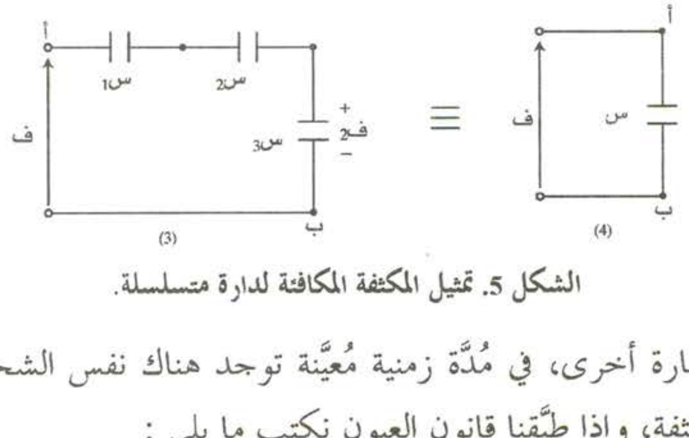
$م = م_1 + م_2 + م_3 + م_4$ $\qquad$ $R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$

فنقول أنّ المقاومة المكافئة بين نقطتَيْن أ و ب هي مجموع المقاومات الموجودة بين هاتَيْن النقطتَيْن. وفي حالة تساوي المقاومات يُمكن كتابة : $م = 4م_1 = 4م_2 = 4م_3 = 4م_4$، وعندها يكون التيار $ش = \frac{ف}{4م_1}$.

أما إذا وُجدت مقاومة صغيرة جدا (مثلا $م_2$) في سلسلة المقاومات، فإنّنا نكتب $م \approx م_1 + م_3 + م_4$. وتُلاحظ من خلال هذه الحالة لماذا لا تُؤخذ مقاومة الأسلاك بعين الاعتبار، إذ تُعتبر صغيرة جدا مقارنة بغيرها كمقاومة المقاوِم مثلا.

2.3. تركيب المكثفات

في هذه الدراسة، سوف نتطرّق للبحث عن المكثفة المكافئة لدارة متسلسلة. تمتاز دارة متسلسلة أنّ نفس التيار يعبُر كل النوابط، أي أنّ التيار ش هو نفسه عبر كلتا المكثفتَيْن $س_1$ و $س_2$ للشكل 1.5.



الشكل 5. تمثيل المكثفة المكافئة لدارة متسلسلة.

بعبارة أخرى، في مُدّة زمنية مُعيَّنة توجد هناك نفس الشحنة عبر كل مكثفة، وإذا طبّقنا قانون العيون نكتب ما يلي :

$$ف - ف_1 - ف_2 = 0 \qquad V - V_1 - V_2 = 0$$

وعند تحويل هذه المعادلة تُصبح كالتالي :

$$ف = ف_1 + ف_2 \qquad V = V_1 + V_2$$

وإذا قسمنا طرفَي المعادلة على الشحنة المشتركة ك، فإنّنا نحصل على ما يلي :

$$\frac{ف}{ك} = \frac{ف_1}{ك} + \frac{ف_2}{ك} \qquad \frac{V}{q} = \frac{V_1}{q} + \frac{V_2}{q}$$

وبالنظر للفصل 5 من الجزء الأوّل، فإنّ هذه المعادلة تُكتب كالتالي :

$$\frac{1}{س} = \frac{1}{س_1} + \frac{1}{س_2} \qquad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

وأخيرا نحصل على المعادلة التالية :

$$س = \frac{1}{\frac{1}{س_1} + \frac{1}{س_2}} = \frac{س_1 \times س_2}{س_1 + س_2} \qquad C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$$

حيث س هي المكثفة المكافئة للشكل 2.5. ونفس النتيجة – تقريبا – نحصل عليها للشكل 3.5 :

$$\frac{ف}{ك} = \frac{ف_1}{ك} + \frac{ف_2}{ك} + \frac{ف_3}{ك} \qquad \frac{V}{q} = \frac{V_1}{q} + \frac{V_2}{q} + \frac{V_3}{q}$$

ومنه :

$$\frac{1}{س} = \frac{1}{س_1} + \frac{1}{س_2} + \frac{1}{س_3} \qquad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

فنكتب ما يلي :

$$\text{س} = \frac{1}{\frac{1}{\text{س}_1} + \frac{1}{\text{س}_2} + \frac{1}{\text{س}_3}} \qquad C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

والنتيجة مُتماثلة مهما كان عدد المكثفات المركَّبة في دارة متسلسلة، وقد تنبَّهت إلى أنّ المكثفة المكافئة دائما أصغر من المكثفات المتسلسلة، بل هي أصغر من أصغر مكثفة.

خلاصة التركيب المتسلسل : كخلاصة لكل ما تقدَّم، إليك مُميَّزات الدارة المتسلسلة :

1. نفس التيار يعبر النوابط المركَّبة على تسلسُل.
2. الجهد هو مجموع الجهود عبر كل نبيط على حدة.
3. المكثفة المكافئة هي $\text{س} = \frac{1}{\frac{1}{\text{س}_1} + \frac{1}{\text{س}_2} + \dots + \frac{1}{\text{س}_{\text{ه}}}}$
4. المقاومة المكافئة هي مجموع المقاومات المتسلسلة.

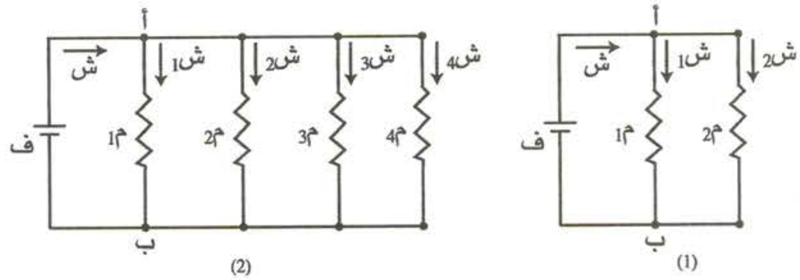
4. خصائص الدارة المتوازية

1.4. الجهد المشترك

تمتاز الدارة المتوازية (الشكل 1.6) بكَوْن التيار ش، ويُدعى التيار الأساسي، هو الذي وراء توليد عدَّة تيارات ثانوية تتفرّع عبر الجذوع

يكون مجموعها مساويا للتيار الأساسي ش. ويُمكن البرهنة على ذلك بوَضْع في كل جذع جهاز أمبير متر، فستلاحظ أنّ :

ش = ش$_1$ + ش$_2$ $\qquad\qquad$ $I = I_1 + I_2$



الشكل 6. الجهد المشترك لدارة متوازية.

كما يُمكن البرهنة على ذلك بواسطة قانون العقد. ففي الشكل 2.6، تلاحظ أنّ كمون العقدة أ هو نفس الكمون لكل العقد العُلوية ومن ذلك فهي عبارة عن عقدة وحيدة هي العقدة أ، وكذلك الحال بالنسبة للعقدة ب. فنحصل على ما يلي :

ش = ش$_1$ + ش$_2$ + ش$_3$ + ش$_4$ $\qquad\qquad$ $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$

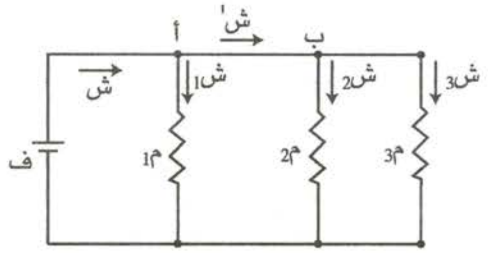
بفعل تساوي الكمون بين العقد العُلوية (العقدة أ) وتساوي الكمون بين العقد السُّفلية (العقدة ب) فإنّ جميع المقاومات مُركَّبة بين فرق كمون واحد.

فمن خلال الشكل 1.6، نستطيع القول أنّ نفس الجهد ف موجود بين قطبَي المقاومة م$_1$ والمقاومة م$_2$. وكذلك الحال بالنسبة

للشكل 2.6، فنفس الجهد ف مُسجَّل عبر كل مقاومة باعتبار أنّ كل قطب من المقاومة مَوْصول بما يُقابله من قطب المقاومة التالية.

2.4. الاستطاعة الكلية

إنّ الاستطاعة المبدَّدة في كل جذع من الدارة المتوازية (الشكل 7) تُمنح من منبع الجهد ف، فما هي إذن الاستطاعة الكلية المبدَّدة عبر مختلف المقاومات ؟



الشكل 7. دارة متوازية.

تطبيقا لقانون العقد على النقطة ب، نحصل على ما يلي :

ش` = ش$_2$ + ش$_3$ $\qquad I' = I_2 + I_3$

وإذا طبّقناه على العقدة أ، نحصل على المعادلة التالية :

ش = ش` + ش$_1$ $\qquad I = I' + I_1$

وبالتعويض في المعادلتَيْن السابقتَيْن، نحصل على ما يلي :

ش = ش$_1$ + ش$_2$ + ش$_3$ $\qquad I = I_1 + I_2 + I_3$

ولو ضربنا هذه المعادلة بمُعامل مُشترك، وليكن الجهد ف (الجهد المشترَك لجميع المقاومات)، فإنّنا سوف نحصل على ما يلي :

ف ش = ف ش$_1$ + ف ش$_2$ + ف ش$_3$

$$V \times I = V\ I_1 + V\ I_2 + V\ I_3$$

لاحظ أنّ الجداء ف × ش هو الاستطاعة الممنوحة من قِبل منبع الجهد ف، في حين الجداءات ف×ش$_1$، ف×ش$_2$ و ف×ش$_3$ هي الاستطاعات المبدَّدة في المقاومات م$_1$، م$_2$ و م$_3$ على التوالي.

ومن هنا، نقول أنّ الاستطاعة الكلية المبدَّدة في دارة متوازية هي مجموع الاستطاعات المبدَّدة في كل جذع على حدة، ونكتب العبارة التالية :

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots$$

عه = عه$_1$ + عه$_2$ + عه$_3$ + ...

خلاصة

تلاحظ أنّه مهما كان تركيب الدارة، متسلسلا أم متوازيا، فإنّ مجموع الاستطاعات المبدَّدة عبر كل النوابط منبعها واحد وهو منبع الجهد، أي عه = ف × ش هي الاستطاعة الكلية الممنوحة للدارة.

5. تركيب النوابط المتوازية

1.5. تركيب المقاومات

سنبحث عن المقاومة المكافئة في دارة متوازية، كالتي مُثِّلث في الشكل 1.6. تطبيقا لقانون العقد في النقطة أ، نحصل على التالي :

$$I = I_1 + I_2$$

ش = ش$_1$ + ش$_2$

وباعتبارها دارة متوازية فسينتُج جهد مشترَك عبر كل النوابط المركبة، إذن :

$$V = R_1\ I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V}{R_1}$$

ف = م$_1$ ش$_1$ ⇐ ش$_1$ = $\frac{\text{ف}}{\text{م}_1}$

$$\text{ف} = \text{م}_2\ \text{ش}_2 \Leftarrow \text{ش}_2 = \frac{\text{ف}}{\text{م}_2} \qquad V = R_2\ I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{V}{R_2}$$

ومن الدارة المكافئة، نعلم أنّ :

$$\text{ف} = \text{م}\ \text{ش} \Leftarrow \text{ش} = \frac{\text{ف}}{\text{م}} \qquad V = R\ I \Rightarrow I = \frac{V}{R}$$

حيث م هي المقاومة المكافئة للدارة المتوازية. وبالتعويض في المعادلة الأولى، نكتب ما يلي :

$$\frac{\text{ف}}{\text{م}} = \frac{\text{ف}}{\text{م}_1} + \frac{\text{ف}}{\text{م}_2} \qquad \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

واختزالا للمُعامِل المشترَك ف، نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{1}{\text{م}} = \frac{1}{\text{م}_1} + \frac{1}{\text{م}_2} \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

فتنتُج عنها العبارة التالية :

$$\text{م} = \frac{1}{\frac{1}{\text{م}_1} + \frac{1}{\text{م}_2}} \qquad R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

أو العبارة المبسَّطة :

$$\text{م} = \frac{\text{م}_1 \times \text{م}_2}{\text{م}_1 + \text{م}_2} \qquad R = \frac{R_1 \times R_2}{R_2 + R_2}$$

فنُعمِّم القانون على الشكل 2.6، فنكتب العبارة التالية :

$$\text{م} = \frac{1}{\frac{1}{\text{م}_1} + \frac{1}{\text{م}_2} + \frac{1}{\text{م}_3} + \frac{1}{\text{م}_4}} \qquad R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

وإذا تساوت المقاومات فالتيار هو حاصل القسمة للنسبة $\frac{ف}{م}$،
وتكون كل تيارات الجذوع متساوية بمعنى $ش = \frac{ف}{م} = ن . ش_1$، حيث ن هو عدد المقاومات و $ش_1$ هو التيار العابر لكل جذع (م هي المقاومة) من الدارة المتوازية.

2.5. تركيب المكثفات

لنفرض أنّه بَدَل المقاومات في الشكل 1.6 توجد مكثفات، وسوف نقوم بحول الله تعالى بحساب المكثفة المكافئة.

باعتبار أنّ الدارة متوازية، فإنّ التيار يختلف من جذع لآخر وعليه فإن كل مكثفة تحتوي على شحنتها الخاصة. فالمكثفة $س_1$ تحتوي على شحنة $ك_1$ بحيث $ك_1 = س_1 \times ف$. بينما المكثفة $س_2$ تحتوي على شحنة $ك_2$ بحيث $ك_2 = س_2 \times ف$.

وأما في الدارة المكافئة، فإنّ المكثفة المكافئة تحتوي على شحنة ك بحيث ك = ف × س. إذن مجموع الشحنتَيْن لكلتا المكثفتَيْن هو :

$$ك = ك_1 + ك_2 \qquad q = q_1 + q_2$$

بالتعويض نحصل على المعادلة التالية :

$$ك = ف\,(س_1 + س_2) \qquad q = V\,(C_1 + C_2)$$

وعليه :

$$\frac{q}{V}=(C_1+C_2) \qquad \frac{\text{ك}}{\text{ف}}=(\text{س}_1+\text{س}_2)$$

حيث ك = ف × س هي كمية المكثفة المكافئة، إذن :

$$C=C_1+C_2 \qquad \text{س}=\text{س}_1+\text{س}_2$$

وستحصل على نفس النتيجة بالنسبة للشكل 2.6، أي :

$$C=C_1+C_2+C_3+C_4 \qquad \text{س}=\text{س}_1+\text{س}_2+\text{س}_3+\text{س}_4$$

وختاما نقول أنّ المكثفة المكافئة لدارة متوازية هي مجموع المكثفات لهذه الدارة.

خلاصة التركيب المتوازي

كخلاصة لكل ما تقدم في دراسة مُميِّزات الدارة المتوازية، فإنّنا نجمعها في النقاط التالية :

1. نفس الجهد يظهر بين قطبي النوابط المركبة على تواز.
2. التيار الأساسي هو مجموع التيارات المتفرّعة عبر كل نبيط على حدة.
3. المكثفة المكافئة هي مجموع المكثفات المتوازية.
4. المقاومة المكافئة هي : $\text{م}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{\text{م}_1}+\dfrac{1}{\text{م}_2}+\ldots+\dfrac{1}{\text{م}_\text{ن}}}$

أعمال تطبيقية

تمرين

ثلاث مقاومات على تسلسل حيث $م_1 = 50\,\Omega$، $م_2 = 45\,\Omega$، $م_3 = 30\,\Omega$. أحسب المقاومة المكافئة. كم هي شدة التيار العابر للمقاومة $م_1$ إذا طبق بين قطبي الدارة جهد يعادل 360 فو ؟ أحسب الاستطاعة المبدَّدة في كل نبيط. كم هي الاستطاعة الكلية ؟

الجواب

المقاومة المكافئة هي $م = 50 + 30 + 45 = 125\,\Omega$، وأما التيار العابر للمقاومة $م_1 = 50\,\Omega$ فهو نفس التيار الذي يعبر بقية السلسلة، أي :

$$ش = \frac{ف}{م} = \frac{360}{125} = 2{,}88 \text{ آ}$$

وعليه فالاستطاعة المبدَّدة داخل كل نبيط هي :

$عه_1 = م_1 \,.\, ش^2 = 414{,}72$ واط.

$عه_2 = م_2 \,.\, ش^2 = 373{,}248$ واط.

$عه_3 = م_3 \,.\, ش^2 = 248{,}832$ واط.

ومنه فالاستطاعة الكلية هي مجموع هذه الاستطاعات الثلاث، أي :

$$\text{عه} = \text{عه}_1 + \text{عه}_2 + \text{عه}_3 \approx 1037 \text{ واط}$$

أو : عه $\approx 1{,}037$ كواط.

المسائل

1. عرف مدخل ومخرج الدارة الكهربائية.

2. ما الفرق بين رباعي القطب وثنائي القطب ؟ عرفهما.

3. متى تكون الدارة الكهربائية مقاوِمة ومتى تكون مفاعِلة ؟ عرف المفاعَلة واذكر نوعيها.

4. تتزايد المقاومة المكافئة في التركيب التسلسلي على خلاف التركيب المتوازي، بينما المكثفة عكس ذلك تماما. اشرح وبيّن ذلك.

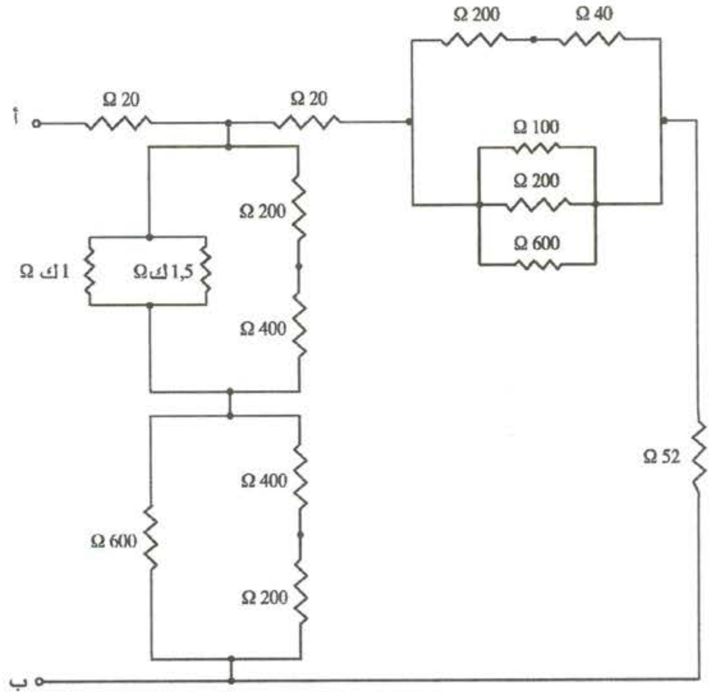
5. ما الفرق بين الجهد المشترك، التيار المشترك والتيار الأساسي ؟ ما نوع الدارة التي تسجل عبرها هذه المفاهيم الثلاثة ؟

6. داخل دارة متسلسلة، جهد يعادل 10 فولط يُتأمل بين قطبي مقاومة م$_1 = 10\Omega$. أحسب شدة تيار الدارة. إن كان لِيُخفَّض التيار بالنصف، فما هي قيمة المقاومة م$_2$ المضافَة داخل الدارة ؟ أرسم الدارة مع المقاومة المضافة م$_2$.

7. مقاومتان م$_1 = 15\Omega$ و م$_2 = 45\Omega$ مُركّبتان على تواز عبر بطارية جهدها ف = 45 فو. استخرج رسم الدارة، ثم أحسب الجهد الملاحظ

عبر كل مقاومة. استخرج تيار كل جذع ثم استنبط التيار الأساسي للدارة. كم هي المقاومة المكافئة للدارة ؟

8. أحسب المقاومة المكافئة المتأملة بين النقطتَيْن أ و ب لدارة الشكل 8.



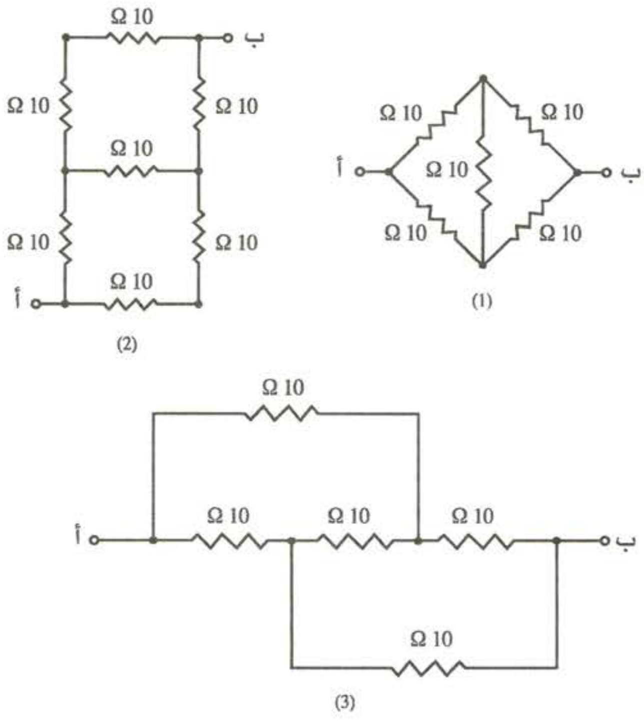
الشكل 8. المسألة 8.

9. أحسب المقاومة المكافئة المتأملة بين النقطتَيْن أ و ب للدارات الثلاث من الشكل 9.

10. التيار الأساسي من دارة متوازية شدته 50 مآ يتفرع عبر مقاومتَيْن م$_1$ = 300Ω و م$_2$ = 20Ω.

1. أحسب شدة كل جذع من الدارة المتوازية. لاحظ نسبة المقاومتين مقارنة بنسبة التيارين.

2. أحسب الجهد المشترك.



الشكل 9. المسألة 9.

11. أحسب سعة المكثفة س من دارة الشكل 10 علما أنّ المنبع 2 فولط يمنح هذه الدارة طاقة قدرُها 10 جول.

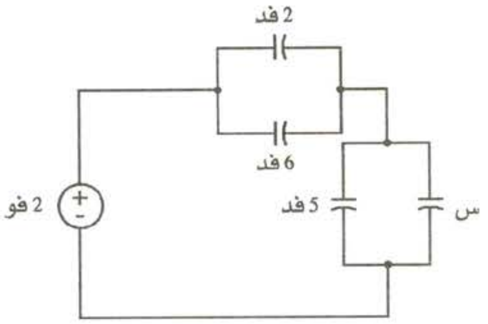
(تلميح : الطاقة عم $= \frac{1}{2}$ س$_0$. ف^2، حيث س$_0$ هي المكثفة المكافئة).

12. إليك التجميع المتوازي لمكثفات الشكل 11.

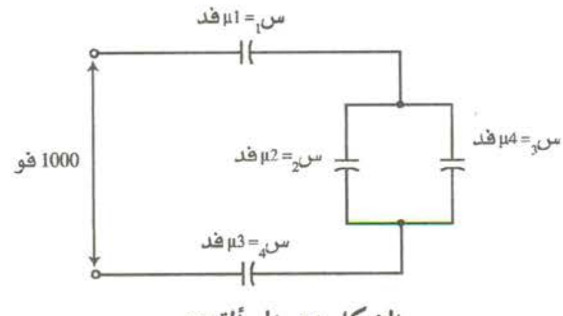
1. أحسب سعة المكثفة المكافئة. إستنبط شحنة المكثفتَيْن س$_1$ و س$_2$ إذا طُبِّق عبر الدارة جهد متناوب قيمته الناجعة هي 1000 فولط.

2. أحسب جهد المكثفتَيْن س$_1$ و س$_2$. إستنبط شحنتَيْهما.

13. جذعان متوازيان م$_1$ = 100Ω و م$_2$ = 60Ω موصولان عبر قطبَي منبع جهده 100 فولط، يصدُر عنه تيار أساسي شدتها 18 أمبير. فكم هي المقاومة المكافئة ؟ إذا كان التيار العابر للمقاومة م$_1$ شدته 8 أمبير، أحسب شدة التيار العابر للمقاومة م$_2$.



الشكل 10. المسألة 11.



الشكل 11. المسألة 12.

14. ثلاث مكثفات غير موصولة تُشحن كالتالي :

- **مكثفة 1** : السعة $س_1 = 3\,\mu$فد، تُشحن تحت تأثير جهد يُعادل 2 000 فولط.
- **مكثفة 2** : السعة $س_2 = 10\,\mu$فد، تُشحن تحت تأثير جهد يُعادل 400 فولط.
- **مكثفة 3** : السعة $س_3 = 5\,\mu$فد، تُشحن تحت تأثير جهد يُعادل 10 000 فولط.

1. أحسب شحنة كل مكثفة.
2. تُركَّب هذه المكثفات في تواز، فإن إعتبرنا ألا وجود لخسائر حرارية، كم هو الجهد المشترك للدارة المتوازية ؟ كم تُصبح شحنة كل مكثفة ؟
3. كم هي الطاقة المخزَّنة في الحالة الأولى وفي الحالة الثانية ؟
4. هل هناك خسائر عند وَصْل المكثفات في التوازي ؟ إن وُجدت فأين تذهب ؟

الفصل 4

ضوابط الدارة

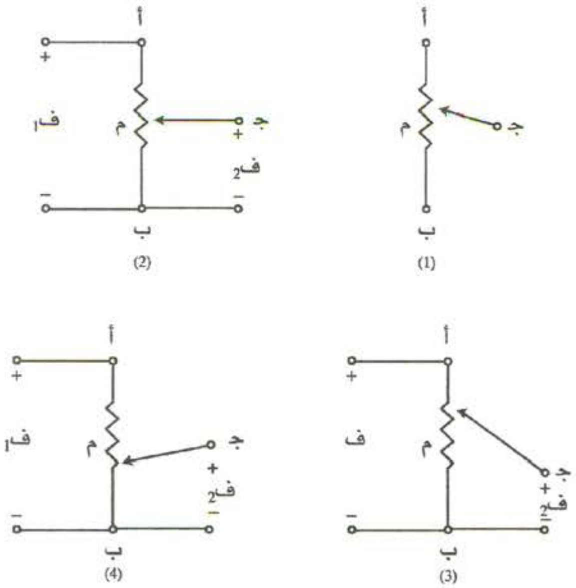
تحتاج في بعض الأحيان أن تتحكّم في جهد معيّن، إذ لا تُريده دوما ثابتا، أو أنّك تحتاج في بعض التطبيقات إلى ضبط شدة التيار من حين لآخر. ففي هذه الفقرة، سوف نعالج بتوفيق المولى عزّ وجلّ بعض الوسائل التي تسمح بضَبْط بعض وسائط الدارة، كخفض ورفع صوت المذياع، أو كيفية تصغير الخسائر الحرارية.

1. مقياس الكمون

1.1. تأثير حركة الزلّاقة

مقياس الكمون هو مقاومة تحتوي على ثلاثة أطراف كما هو مُوضَّح على الشكل 1.1، ويُدعى كذلك بمقياس الجهد.

المقاومة بين القطبَيْن أ وب هي المقاومة الكلية م، وأما المقاومة $م_1$ بين القطبين ب و جـ أو بين القطبين أ و جـ فهي جزء من المقاومة م حيث القطب جـ هو محْور مُتحرِّك عبر المقاومة الكلية م، يمكنه بذلك انتخاب عدَّة قيم للمقاومة م داخل المجال [0، م].



الشكل 1. تمثيل مقياس الكمون.

فعندما يكون القطب المتحرِّك جـ قريبا من القطب أ، تكون المقاومة م$_1$ بين القطبين ب وجـ قيمة كلية بمعنى م$_1$ = م. وأما عندما يكون القطب جـ قريبا من القطب ب، فإنّ المقاومة بين ب وجـ تكون معدومة بمعنى م$_1$ = 0. وما بين هذين الحدَّين، فإن مقياس الكمون ينتخب مقاومات تنحصر بين القيمة الدنْيا م$_1$ = 0 والقيمة القُصوى م$_1$ = م.

أما عملية انتخاب قيم المقاومة م$_1$، فتتم بواسطة تحريك بسيط للقطب جـ (الذي يُدعى الزَّلاقة)، وهذه الحركة إما دَوَرانية أو مستقيمة حسب تصميم المنتجين لمثل هذه النوابط.

2.1. مراقبة الجهد

في الشكل 2.1، يُطبَّق جهد $ف_1$ عبر القطبَيْن أ و ب، فنحصل على جهد متغيِّر $ف_2$ عبر القطبَيْن ب وجـ (أو القطبَيْن أ وجـ). فلو وضعنا القطب المتحرِّك (الزلاَّقة جـ) في وسط المقاومة م $\left(م_1 = \frac{م}{2}\right)$، فسنحصل على جهد $ف_2$ يكون نصف الجهد $ف_1$، أي $ف_2 = \frac{ف_1}{2}$.

وبقدر ما نرفع الزلاقة جـ نحو القطب أ (الشكل 3.1)، بقدر ما يظهر جهد أكبر بين القطبَيْن ب وجـ إلى غاية أن يُصبح $ف_2 = ف_1$ وذلك عندما تتحقَّق المعادلة $م_1 = م$. وأما عندما يُطابق القطب المتحرِّك جـ القطب ب (الشكل 4.1)، تكون المقاومة $م_1$ صُغرى ($م_1 = 0$) ويظهر بين القطبَيْن ب وجـ الجهد $ف_2$ معدوما، أي $ف_2 = 0$.

ومن هذا نستنتج أنّ مقياس الكمون يُراقب الجهد في دارة معيّنة. ومن تطبيقات هذا النبيط، التحكُّم في صوت المذياع والتلفزة، فأنت بواسطة هذا النبيط تستطيع أن نزيد أو أن تُنقص من الصوت.

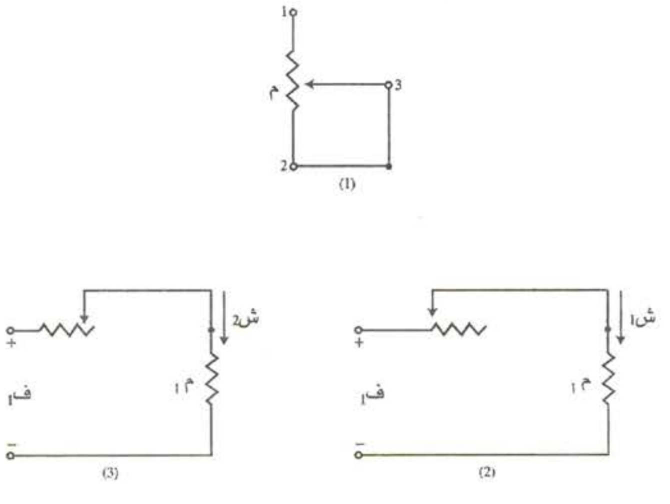
ولذلك فإنّ الشكل 2 من الفصل 3 تركيب غير واقعي، نظرا لكيفية التشغيل وكذلك التكلُفة المرتفعة (أربع بطاريات + قاطعة بأربع تحويلات). ولذلك فإنّه من المستَحْسَن استعمال مقياس كمون للتحكم في إضاءة المصباح، إذ بين القطبَيْن أ و ب تُوضع البطارية (مثلا 12 فو) وبين القطبَيْن ب و جـ (أو بين القطبَيْن أ و جـ) يُوضع المصباح.

2. المعدّلة

1.2. مراقبة التيار

وتُدعى كذلك الرِّيُوسْطات، وهي مقاومة مُتغيِّرة، تماما مثل مقياس الكمون إلاّ أنّها تحتوي على قطبَيْن إثنَيْن فقط كما أنّها تختصُّ بمُراقبة عبور التيار فترفع أو تُخفض من شدته.

يمكن تركيب مقياس الكمون على شكل مُعَدّلة وذلك بوَصْل أحد قطبَيْه بالقطب المتحرِّك للزلاّقة جـ لنحصل بذلك على نبيط بقطبَيْن فقط (الشكل 1.2)، تماما مثل المقاومة إلاّ أنّها تأخذ قيما عديدة بَدَل القيمة الواحدة والثابتة.



الشكل 2. تركيب معدّلة

ولأجل ذلك يُمكن تركيب مقياس الكمون ليُراقب عبور التيار وذلك بإهمال أحد قطبَي النبيط، بمعنى تَرْك أحد القطبَيْن الثابتَيْن دون

وَصْل داخل الدارة، أي القطب أ أو القطب ب حُرا دون تركيب (يوضع في الهواء) كما يُوضحه الشكلان 2.2 و3.2.

2.2. نبيط ثنائي القطب

يوضح الشكل 2.2 تركيب مُعدلة حيث أُخذت مقاومتها دنيا، فينجم عن ذلك تيار ذو شدة ش$_1$ تكون ضخمة جدا. وأما الشكل 3.2، فإنّ المقاومة جُعلت قصوى مما يجعل سريان التيار ذي شدة صغيرة جدا.

وبذلك فإنّ شدة التيار العابر للدارة يكون بدلالة مجموع المقاومة المستعملة عبر المعدِّلة، فبتغيِّير قيمة هذه المقاومة ودون أن يُغيَّر شيء في الدارة، يُمكننا التحكُّم في شدة التيار، وبذلك نضبطه على أيّ شدة بين القيمتَيْن السابقتَيْن : الشدة القصوى للشكل 2.2 والشدة الصغرى للشكل 3.2.

ولتلخيص ما سبق فإنّ الفرق بين المعدلة ومقياس الكمون هو أنّ :

1. مقياس الكمون نبيط ثُلاثي القطب مهمته التحكم في فرق الكمون بين قطبَي المخرج.

2. المعدلة نبيط يحتوي على طرفَيْن (قطبَيْن) فقط، مهمته مُراقبة وضبط شدة التيار.

3. كلاهما مقاومة متغيِّرة تأخذ كل القيم المحصورة بين الصفر و م المقاومة الكلية للنبيط.

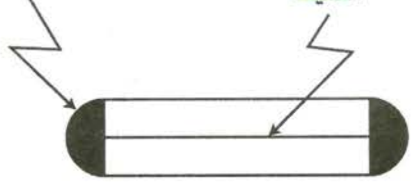
3. الفاصمة

1.3. كيفية الصنع

في بعض الدارات الكهربائية، ولتطبيقات خاصّة، يُشترط أن لا يبلغ التيار شدات عالية تكون معيّنة ومُحدَّدة، وإلاّ فسيُؤدي الأمر إلى تحطيم وإتلاف الأجهزة والتركيبات الإلكترونية. فما العمل يا تُرى في مثل هذه الحالات ؟

لهذا الغرض بالذات صُمِّمت الفاصِمَة المنْصَهِرة، وتُعرف كذلك بالصَّهُور، وهي عبارة عن سُليْك ناقل حيث نقطة انصهاره (أي ذوبانه) تكون محدَّدة بالضبط، إذ قُطْر هذا الناقل متناسب طردا مع شدة التيار الذي يُطلب منعه من عبور الفاصمة.

وأما عن كيفية صنع الفاصمة، فيوصل هذا السلَيْك الناقل بقطعتَيْن معدنيتَيْن (الشكل 3) واللتان تُشكلان قطبي الفاصمة، والكل داخل وعاء زُجاجي شفَّاف يُمكن ــ مراقبة وبالعين المجردة ــ انقطاع السلّيْك من عدمه... هذه إحدى كيفيات صنع الفاصمة، وغيرها كثير متواجد في السوق.



الشكل 3. الفاصمة الزجاجية

2.3. وظيفة الصهور

يركب الصَّهور في التركيبات الإلكترونية ليحفظها من التيارات التي تزيد عن حدِّها، فبمُجرد ما تجتاز شدة التيار قيمة مُحدّدة مسبَّقا (من طرف المنتج)، فإن السلك الناقل للصهور يذوب في الحين. وبذلك تُصبح الدارة مفتوحة، بمعنى لا عبور للتيار مما يسمح بتفادي عبور هذه التيارات الحادة نحو التركيب.

إن تصميم الفاصمة يقتصر أساسا على تحديد خاصياتها الفنية، والتي تتمثل في الطول ل بالإضافة إلى الشكل ع والذي يرمز إلى مساحة المقطع العرضي. ومثل هذا التصميم يجعل الوسيطين ل و ع متناسبان مع الشدة العابرة للفاصمة.

فإن حدث وعبر تيار ذو شدة قصوى أكبر من التي كُتبت على زجاج الفاصمة، يذوب السليك الناقل في الحين ليعزل هذا التيار الضخم عن الدارة المرغوب في حمايتها بواسطة هذه الفاصمة.

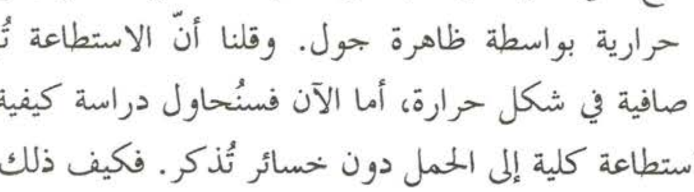
4. مواءمة المقاومة

1.4. مبدأ تحويل الاستطاعة

رأينا في كل ما سبق من الدراسات أنّ الاستطاعة الممنوحة من طَرَف المنبع، أي الجهد، يذهب جزءا منها سُدا دون جَدْوى في شكل خسائر حرارية بواسطة ظاهرة جول. وقلنا أنّ الاستطاعة تُبدَّد في مقاومة صافية في شكل حرارة، أما الآن فسنُحاول دراسة كيفية تحويل هذه الاستطاعة كلية إلى الحمل دون خسائر تُذكر. فكيف ذلك ؟

في بعض التطبيقات، تحتاج إلى انّك تُحوِّل كل الطاقة التي يمنحها المنبع إلى الحمل المستعمل، وتعلم أنّ الحمل أنواع كثيرة يُمكن لمقاومته أن تختلف بصفة معتبرة.

لنفرض أن لديك آلة تسجيل تمتاز بمقاومة حمولة م$_0$ تريد تغذيتها بمنبع جهد ف ذي قوة كهرومُحرِّكة قم ومقاومة داخلية مـــ (الشكل1.4)، فما العمل لكي يشتغل مُسجِّلك بكل الاستطاعة الممنوحة من طرف منبع الجهد ف ؟ كم هي قيمة مقاومة الحَمل ليكون التحويل أقصى ؟



الشكل 4. كيفية التحويل الأقصى

2.4. التحويل الأقصى للاستطاعة

إنّ الاستطاعة الممنوحة من طرف المنبع هي عه = ف × ش. أما التي تُبدَّد في الحمل $م_0$ فهي $عه_0 = م_0 \times ش^2$. علما أنه بواسطة قانون العيون يُمكننا كتابة المعادلة التالية :

$$\text{قم} = (م_0 + مـ) . ش \qquad e = (R_0 + r) . I$$

فبالتحويل تُصبح هذه المعادلة كالتالي :

$$ش = \frac{\text{قم}}{م_0 + مـ} \qquad I = \frac{e}{R_0 + r}$$

تعويضا في المعادلة الأولى، أي $عه_0 = م_0 \times ش^2$، نحصل على مايلي :

$$عه_0 = م_0 \left(\frac{\text{قم}}{مـ + م_0}\right)^2 \qquad P_0 = R_0 \left(\frac{e}{R_0 + r}\right)^2$$

عبارة الاستطاعة المبدَّدة في الحمل $م_0$ هي على شكل دالة، حيث المتغيِّر هو المجهول $م_0$ بما أنّنا نبحث عن أيّ قيمة لمقاومة الحمل $م_0$ يكون التحويل أقصى. الحصول على القيمة القصوى يعني اشتقاق الدالة بالنسبة للمتغيِّر $م_0$، إذن :

$$\frac{\text{تفا } عه_0}{\text{تفا } م_0} = \frac{(مـ^2 - م_0^2) . \text{قم}^2}{(مـ + م_0)^4} \qquad \frac{d P_0}{d R_0} = \frac{(r^2 - R_0^2) \cdot e^2}{(r + R_0)^4}$$

وتلاحظ أنّه لدراسة التغيُّرات يكفيك البسط، باعتبار أنّ المقام دوما موجبا. إذن فمن حيث أنّ قم^2 دوما موجبة، نكتب المعادلة التالية :

$$\text{مـ}^2 - \text{م}_0^2 = 0 \qquad r^2 - R_0^2 = 0$$

ومن ثَمَّ : $\text{مـ}^2 = \text{م}_0^2 \qquad r^2 = R_0^2$

وبما أنّ المقاومة يستحيل أن تكون سالبة، فإنّ الحل هو :

$$\text{م}_0 = \text{مـ} \qquad R_0 = r$$

إذن لتسجيل تحويل أقصى للطاقة الممنوحة من طرف المولّد ف لابد من أن تكون مقاومة الحمل م$_0$ مساوية للمقاومة الداخلية مـ للمولد ف، وهو ما يُعرف بمُصطلَح مُوَاءمة المقاومة. وكلمة "المواءمة" يُقصد بها لغة الموافقة، التزاوج، التلاءم، والانسجام.

3.4. كيفية تحقيق المواءمة

لو استخرجنا جهد المخرج ف$_0$، فسنحصل على ما يلي :

$$\text{ف}_0 = \frac{\text{م}_0}{\text{مـ} + \text{م}_0} \cdot \text{قم} \qquad V_0 = \frac{R_0}{r + R_0} \cdot e$$

علما أنّ التحويل الأقصى للاستطاعة يكون عندما م$_0$ = مـ، إذن :

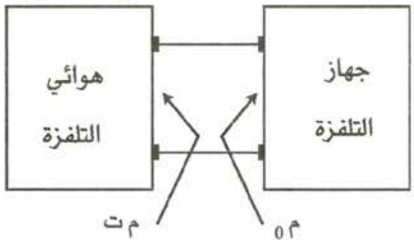
$$\text{ف}_0 = \frac{\text{قم}}{2} \qquad V_0 = \frac{e}{2}$$

بمعنى أنّ المواءمة تحصل عندما يكون جهد الحمل ف$_0$ نصف جهد المولد ف، ولذلك وللتأكد بأنّ تحويلا أقصى تم بين الجهازَيْن،

يُضبط جهد المخرج على نصف جهد المدخل (الشكل 2.4) بواسطة مقاومة متغيرة كمقياس الكمون مثلا.

4.4. شرط تصنيع الحمولات

ولمزيد من التوضيح أكثر، إليك هذا المثال : إنّ نوعية الصورة على جهاز التلفزة مرتبطة بالاستطاعة المحوَّلة إليه، فالجهاز يُمثل وكأنّه مقاومة م$_0$ يُمكن اعتبارها حمولة تُركَّب بين طرفَي الهوائي (الشكل 5).



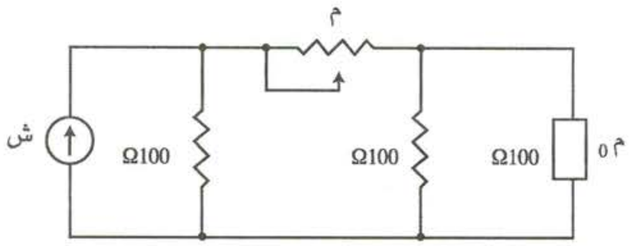
الشكل 5. مواءمة التلفزة على الهوائي.

للحصول على صورة جيِّدة، استلزم علينا منح استطاعة قُصوى لهذا الحمل م$_0$. ومن خلال نظرية المواءمة، يلزم أن تكون المقاومة م$_0$ تُعادل مقاومة تيفنن[1] مـ للهَوائي، وعادة ما تكون 300 أوم. إذن أجهزة الاستقبال التلفزيوني تُصنع على أساس أنّ مقاوماتها هي م$_0$ = 300 Ω قصد مواءمتها مع مقاومة تيفنن للهوائيات، وذلك للحصول على أجود صورة ممكنة.

وقياسا، نفس الشيء يحدُث لأجهزة الهاتف عند تركيبها بين قطبَي المولِّد، إذ مقاومة الحمل للهاتف تُعادل م$_0$ = 600 Ω، وقس على ذلك تركيبك للمذياع بين قطبَي تغذية مُستقِرّة.

1. طالع الفصل القادم لمعرفة مدلول اصطلاح "تيفنن".

أعمال تطبيقية



الشكل 6. التمرين المحلول

تمرين

صُمِّمت دارة الشكل 6 لتمنح للحمل م$_0$ = 100Ω أعظم استطاعة، إلاّ أنّ المقاومة م تُؤثِّر على ذلك إذا تغيَّرت. فعلى أيّ قيمة تُضبط لتسمح بأعظم تحويل للاستطاعة نحو الحمل م$_0$ ؟

الجواب

الحمل م$_0$ والمقاومة 100Ω متوازيان وبذلك فالمقاومة المكافئة لهما هي : $\frac{100\times100}{100+100}=50\,\Omega$

ولتحقيق التحويل الأقصى للطاقة لابُدّ من تساوي المقاومة 100Ω للمولد ش بالمقاومة المكافئة للدارة، وعليه :

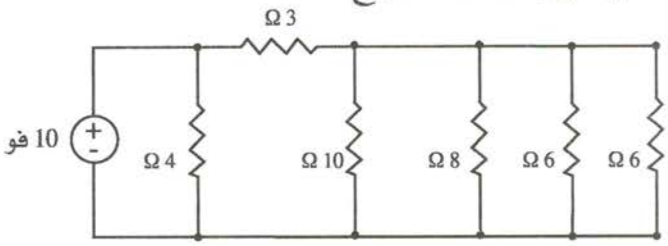
$$50 + \text{م} = 100\,\Omega$$

ومنه فإنّ م = 50Ω، وبذلك وجب ضبطُها على هذه القيمة لتحقيق المطلوب : المواءمة.

مسائل

1. أذكر كيفية اشتغال مقياس الكمون. فيما يتحكم ؟ اشرح.

2. أذكر كيفية اشتغال المعدّلة. فيما تتحكم ؟ كيف يمكن تحويل مقياس الكمون إلى معدّلة ؟ اشرح.



الشكل 7. المسألة 8

3. أذكر كيفية صناعة الفاصمة وكيفية اشتغالها. كيف يمكنها أن تحفظ الدارات من الرجات الكهربائية ؟ اشرح وبيّن سبب ذلك.

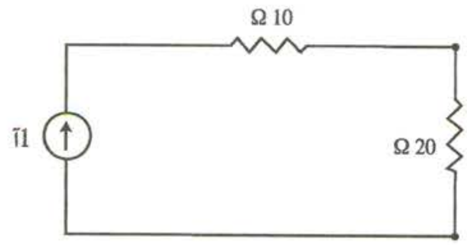
4. ما مفهوم المواءمة ومتى تحدث ؟ اذكر كيفية تحقيقيها عمليا في الدارة.

5. اجتهد في ذكر ضوابط غير التي درست.

6. دارة متوازية تحتوي على $م_1 = 20\ \Omega$، $م_2 = 10\Omega$، $م_3 = 5\ \Omega$ يمر تيار عبر المقاومة $م_1$ شدته $ش_1 = 1$ آ. أحسب جهد كل جذع من الدارة ثم استنبط $ش_2$ و $ش_3$ العابرَيْن للمقاومتَيْن $م_2$ و $م_3$ على التوالي.

7. عدد من المصابيح الكهربائية مُركَّبة في تسلسُل وموصولة بين قطبَي منبع جهد. نفرض أنّ سُلَيْك أحدها أحترق وانقطع، فكم هي شدة التيار ؟ علّل مع تقديم البديل.

8. أحسب الاستطاعة الممنوحة من طرف المنبع لدارة الشكل 7.



الشكل 8. المسألة 9

9. إليك دارة الشكل 8.

1. أحسب الاستطاعة الممنوحة من طرف منبع التيار.

2. بغرض تبديد هذه الاستطاعة عبر الدارة، هل من الممكن استعمال زَوْج نبيط مقاوِم Ω10/ 10 واط و Ω 20/10 واط ؟ لماذا ؟

10. تغذية مُستقِرّة تمتاز بقُوَّة كهْرومُحرِّكة قم = 12 فولط ومقاومتها الداخلية مـــ= Ω 50. كم هي مقاومة الحمل م$_0$ التي تضمن تحوُّلا أقصى للاستطاعة من التغذية نحو الحمل م$_0$ ؟ ما اسم العملية ؟

11. مُوَلِّد متناوب جهده الناجع يعادل 120 فولط ويمتاز بمقاومة داخلية مـــ= Ω 250، يُوصل عبر حمل مقاومته م$_0$.

1. أحسب الشدة الناجعة لتيار الدارة إذا أُعطيت للحمل م$_0$ القيم : Ω1، Ω 50، Ω100، Ω150، Ω 200، Ω 220، Ω 240، Ω 250، Ω 260، Ω 280، Ω 300، Ω 500، Ω1000.

2. أحسب الاستطاعة المبدَّدة داخل كل حمل م$_0$.

3. أرسم منحنى تغيُّرات الاستطاعة المبدَّدة بدلالة مقاومات الحمل م$_0$. استخرج من المنحنى مقاومة الحمل م$_0$ التي تُبدِّد أعظم استطاعة. ما استنتاجك حول ذلك ؟

الفصل 5

دراسة النظريات

سَعْيا وراء تبسيط العمليات الحسابية للبَحْث عن بعض وسائط الدارة الكهربائية، وُضعت قوانين لتُوفِّر الوقت والمكان للعاملين بها، ومن ذلك نجاعة وفعالية في دراسة هذه الدارات الكهربائية.

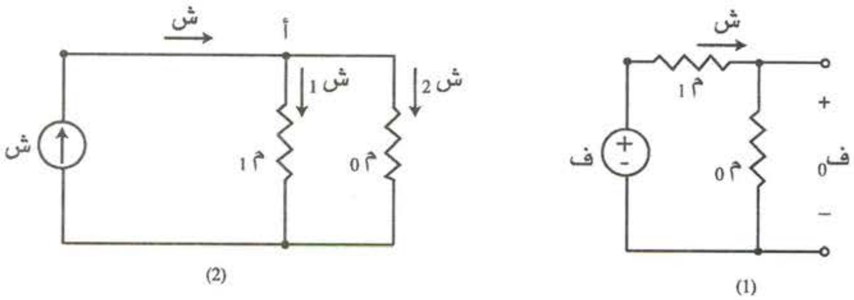
1. نظرية قاسم الجهد

كل دارة متسلسلة هي قاسم جهد... باعتبار أنّ نفس التيار يعبر كل المقاومات الموصولة بتسلسُل، فإنّ الجداء م × ش يكون جزءا من جهد المنبع المطبَّق، حيث م هي إحدى هاته المقاومات المتسلسلة وش هي شدة التيار العابر لها والمتولِّد عن منبع الجهد.

تُستعمل دارة قاسم الجهد عندما يكون الجهد المحصَّل عليه في المخرج هو أكبر من القيمة التي يحتاج إليها، فتُوصل هذه الدارة لِيُصبح جهد المخرج السابق هو جهد المدخل ف لدارة قاسم الجهد، وتحديد قيمة جهد المخرج لهذه الدارة يتم بواسطة تسلسُل المقاومات. كيف ذلك ؟

في الشكل 1.1 مثال على قاسم الجهد : التيار ش الذي يعبُر م_1 هو نفسه الذي يعبر م_0 وعليه قانون أوم ينصُّ على أنّ :

$$\text{ف}_0 = \text{م}_0 \,.\, \text{ش} \qquad\qquad V_0 = R_0 \,.\, I$$



الشكل 1. دارة كهربائية مقاومة.

وقانون العيون يسمح لنا بكتابة المعادلة التالية :

$$\text{ف} - \text{ف}_1 - \text{ف}_0 = 0 \qquad\qquad V - V_1 - V_0 = 0$$

وبعد التعويض نحصل على المعادلة التالية :

$$\text{ف} = \text{ش}\ \text{م}_1 + \text{ش}\ \text{م}_0 \qquad\qquad V = I\ R_1 + I\ R_0$$

$$\text{أو :}\ \text{ف} = \text{ش}\left(\text{م}_1 + \text{م}_0\right) \qquad\qquad V = I\left(R_1 + R_0\right)$$

باستخراج الشدة تُصبح المعادلة كالتالي :

$$\text{ش} = \frac{\text{ف}}{\text{م}_1 + \text{م}_0} \qquad\qquad I = \frac{V}{R_0 + R_1}$$

بالتعويض في معادلة قانون أوم نحصل على :

$$\text{ف}_0 = \frac{\text{م}_0}{\text{م}_1 + \text{م}_0} .\, \text{ف} \qquad\qquad V_0 = \frac{R_0}{R_0 + R_1} .\, V$$

وهو ما يُعرف بقاسم الجهد، إذ تُلاحظ أنّ جهد المخرج ف$_0$ هو جزء من جهد المدخل ف، فهو عبارة عن نسبة حاصل القسمة للمقاومتَيْن المتسلسلتَيْن.

2. نظرية قاسم التيار

كل دارة متوازية هي قاسم التيار، أي كل تيار يعبر جذعا من الدارة المتوازية هو كسر، أي جزء، من التيار الأساسي المتولِّد عن المنبع.

يكون الجهد عبر دارة متوازية نفسه بين قطبي النوابط كلها وهو جهد المنبع ف، لذلك لا يستوجب حسابه بل يُلجأ إلى معرفة التيار العابر في كل جذع من الدارة المتوازية. تطبيقا لقانون العقد على النقطة أ من الشكل 2.1، نكتب المعادلة التالية :

$$I = I_1 + I_0 \qquad\qquad \text{ش} = \text{ش}_1 + \text{ش}_0$$

وباعتبار أنّ الجهد نفسه عبر كل النوابط، بمعنى ف = ف$_0$ = ف$_1$، إذن :

$$V = I_1\ R_1 = I_0\ R_0 \qquad\qquad \text{ف} = \text{ش}_1\ \text{م}_1 = \text{ش}_0\ \text{م}_0$$

باستخراج الشدة تُصبح المعادلة كالتالي :

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \qquad\qquad \text{ش}_1 = \frac{\text{ف}}{\text{م}_1}$$

بالإضافة إلى أنّ :

$$I_0 = \frac{V}{R_0} \qquad\qquad ش_0 = \frac{ف}{م_0}$$

نُعوِّض النتيجتَيْن في معادلة قانون العقد، فنحصل على ما يلي :

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_0} \qquad\qquad ش = \frac{ف}{م_1} + \frac{ف}{م_0}$$

بوضع ف عامل مُشترك وباعتباره يعادل ف$=م_1 \times ش_1$، تُصبح المعادلة كالتالي :

$$I = I_1 \ R_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_0}\right) \qquad\qquad ش = ش_1 \ م_1 \left(\frac{1}{م_1} + \frac{1}{م_0}\right)$$

باستخراج الشدة ش$_1$، تُصبح المعادلة كالتالي :

$$I_1 = \frac{R_0}{R_1 + R_0} \ I \qquad\qquad ش_1 = \frac{م_0}{م_1 + م_0} \ ش$$

أما لو أستُخرجت الشدة ش$_0$، علما أن ف$=م_0 \times ش_0$، فإن المعادلة تكتب من جديد كالتالي :

$$I_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_0} \ I \qquad\qquad ش_0 = \frac{م_1}{م_1 + م_0} \ ش$$

وهي نتيجة مماثلة لما قبلها. وتلاحظ من خلال هاتين النتيجتين الأخيرتين، أن تيار أحد جذوع الدارة المتوازية هو نسبة من التيار الأساسي ش والمتولِّد عن المبنع.

ملاحظة هامة

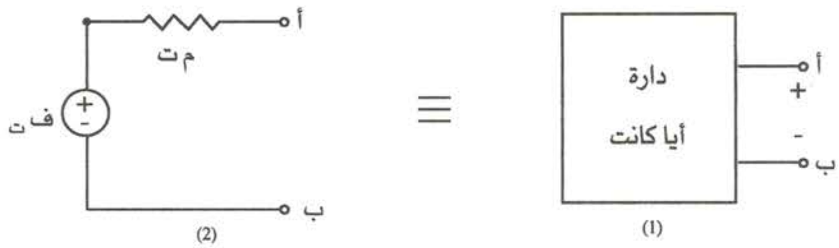
تكون قد لاحظت على الشكل 2.1، أنّ منابع الطاقة ليست بالضرورة منابع الجهد فقط، إذ هناك مُوَلّدات للتيار، ورمزها هو ما تُشاهده على نفس الشكل بحيث أنّ اتجاه السهم يُوَضِّح الاتجاه الموجب للتيار.

3. نظرية تيفنن

1.3. مبدأ النظرية

تُستعمل نظرية تيفنن، نسبة إلى مُكتشفها المهندس الفرنسي تيفنن[1] لإختزال الدارات الكهربائية وتبسيطها، فهي ذات أهمية كبيرة إذ تُستعمل لإيجاد جهود وتيارات مجهولة في دارة معيّنة.

بواسطة هذه النظرية يُمكن تعويض عدَّة مُولدات وعدَّة نوابط مهما كان تركيبها في الدارة المدروسة، بدارة مكافئة مُتسلسلة بين قطبَيْن أ و ب (الشكل 2) حيث الجهد فـ ت هو جهد تيفنن و مـ ت هي مقاومة تيفنن.



الشكل 2. دارة تيفنن المكافئة.

1. تيفـــنن (M. Léon THEVENIN : 1857-1926) فيزيائي فرنسي توصَّل عام 1883 من وضع هذه النظرية الشهيرة.

بعبارة أخرى، يُمكن استبدال أيّ دارة كهربائية مهما كان تعقيدها ومهما كان تركيب نوابطها بدارة مكافئة هي دارة تيفنن، التي لا تحتوي إلاّ على منبع جهد تيفنن فـت متسلسلا مع مقاومة تيفنن مـت.

كيف يتم تحديد هذَيْن الوسيطَيْن... ذلك ما سنتعرَّض له بحول الله تعالى في المعالَجة التالية :

2.3. جهد ومقاومة تيفنن

يُحدَّد جهد تيفنن فـت بين نقطتَيْن لدارة مدروسة بعد فتح ونزع الحمل بين هاتَيْن النقطتَيْن، فيكون جهد تيفنن فـت هو الجهد المتأمل عبر الدارة المفتوحة.

أما مقاومة تيفنن مـت بين نقطتَيْن فهي المقاومة المكافئة لمقاومات الدارة المدروسة بين هاتَيْن النقطتَيْن، بشرط أن تكون دارة المخرج مفتوحة (أي نزع الحمل من الدارة) والموَلِّدات معدومة إذ تُضبط على الصفر. والمولدات نوعان :

– مولد تيار : لكي يُعدم التيار لابُد من فتح المسار الكهربائي، إذن لضبط مُوَلد التيار على الصفر يكفي أن تنزع أحد طرفَيْه من الدارة المدروسة.

– مولد جهد : الجهد هو فرق في الطاقة الكمونية بين نقطتَيْن، فإن تساوت الطاقة الكمونية بينهما يكون الجهد معدوما، إذن لكي يُعدم مُوَلد الجهد يكفي تعويضه بدارة قَصْر.

3.3. دارة تيفنن

هي الدارة المكافئة التي تحتوي على جهد تيفنن ف ت بتسلسُل مع مقاومة تيفنن م ت. إذن نظرية تيفنن تنصُّ على استبدال أيّ دارة يُنظر إليها بين نقطتَيْن أ و ب (الشكل 1.2) بدارة مُكافئة لها نفس خاصِّيات الدارة الأصلية، تحتوي على مُوَلد جهد يُمثِّل جهد تيفنن ف ت متسلسلا مع مقاومة مكافئة تُمثل مقاومة تيفنن م ت (الشكل 2.2).

وأما لمعرفة قيمتَي جهد تيفنن ف ت ومقاومة تيفنن م ت، وجب اتباع الخُطوات التالية :

1. لمعرفة جهد تيفنن ف ت، يُنزع الحمل ويُقاس أو يُحسب الجهد بين قطبَي الحمل، فإن أردت القياس ركَّبت فولطمتر بين قطبَي الحمل المنزوع وإلاّ حسبت الجهد المتأمَّل بين هاتَيْن النقطتَيْن دون الحمل.

2. لمعرفة مقاومة تيفنن م ت يُنزع الحمل كذلك ويُعوَّض كل مُوَلد للتيار بدارة مفتوحة وكل مُوَلد للجهد بدارة قصر، ثم تُقاس المقاومة المتأمَّلة بين قطبَي الحمل المنزوع أو تُحسب نظريا.

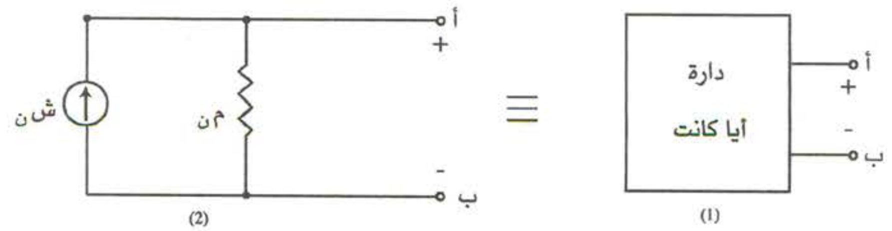
4. نظرية نورطن

1.4. مبدأ النظرية

تُستعمل نظرية نورطن، وهي تسمية نسبة للباحث نورطن[1] العامل بأحد المخابر الأمريكية، لاختزال التيارات إذ تسمح باستبدال كل الدارة الموجودة بين النقطتَيْن أ و ب (الشكل 3) بدارة مكافئة متوازية.

---

1. نورطن (E. L. NORTON).



الشكل 3. دارة نورطن المكافئة.

أهم ما تمتاز به هذه الدارة المكافئة المتوازية أنها تحتوي على نفس خاصِّيات الدارة الأصلية ولا تضم في تركيبها إلا مُوَلد تيار وحيد $ش_{ن}$ متوازيا مع مقاومة $م_{ن}$.

2.4. تيار ومقاومة نورطن

تيار نورطن $ش_{ن}$ هو التيار العابر لدارة القصر الموضوعة بَدَل الحمل بين النقطتَيْن أ وب، بمعنى أنّ التيار $ش_{دق}$ العابر لدارة القصر هو نفسه تيار نورطن $ش_{ن}$، أي $ش_{ن} = ش_{دق}$.

أما مقاومة نورطن $م_{ن}$ فهي المقاومة المتأمَّلة بين النقطتَيْن أ و ب دون تركيب الحمل، وما حساب أو قياس هذه المقاومة إلاّ بطريقة مُماثلة تماما للتي دُرست لاستخراج مقاومة تيفنن $م_{ت}$، بمعنى أنّ $م_{ن} = م_{ت}$.

3.4. دارة نورطن

دارة نورطن هي الدارة المكافئة لأيّ شبكة بين نقطتَيْن أ و ب (الشكل 1.3)، وذلك بتمثيل هذه الشبكة على شكل مولد تيار $ش_{ن}$ موازيا للمقاومة $م_{ن}$ (الشكل 2.3).

ولتفادي أيّ خلط – وكذلك لتمثيل الدارة على أكْمَل وجه – إليك طريقة استخراج قيمتَي التيار $\text{ش}_{\text{ن}}$ والمقاومة $\text{م}_{\text{ن}}$ لدارة نورطن :

1. لمعرفة تيار نورطن $\text{ش}_{\text{ن}}$، يُعوَّض الحمل بدارة قصر، ثم تُقاس أو تُحسب شدة التيار $\text{ش}_{\text{دق}}$ العابر لدارة القصر. فبالأمبيرمتر تُقاس شدة التيار $\text{ش}_{\text{دق}}$ العابر لدارة القصر، وبذكائك ونجابتك تُحسب هذه الشدة $\text{ش}_{\text{دق}}$ نظريا. ومن ثَم تُكتب المعادلة $\text{ش}_{\text{ن}} = \text{ش}_{\text{دق}}$.

2. لمعرفة المقاومة $\text{م}_{\text{ن}}$، يُترع الحمل ويُعوَّض كل مولد جهد بدارة قصر، وكل مولد تيار بدارة مفتوحة، ثم تُقاس المقاومة بين نقطتَي الحمل المتروع بواسطة الأومِّتر أو تُحسب نظريا دوما بين هاتَيْن النقطتَيْن. وتلاحظ أنّها مُماثِلة تماما لمقاومة تيفنن $\text{م}_{\text{ت}}$، أي $\text{م}_{\text{ن}} = \text{م}_{\text{ت}}$.

5. نظرية تحويل المنبع

1.5. مبدأ التحويل

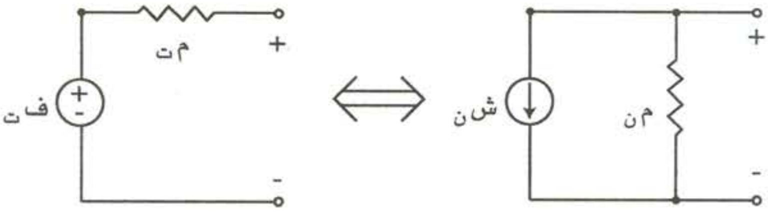
تُستعمل كلتا النظريتَيْن، نظرية تيفنن ونظرية نورطن، لاختزال التيارات والجهود وذلك حسب الحاجة إليهما، فهما يُبسِّطان الدارة أيّا كان تعقيدها وهذا قَصْد تسهيل الفهم والحساب، ورُبَّما لاستخراج أحد وسائط هذه الدارة المدروسة.

وقد يُلجأ لاحدى هاتَيْن النظريتَيْن على حساب الأخرى طِبْقا للسهولة والمرونَة المنشودة وراء النظريات، ورُبَّما المنْفَعة التي تمتاز بها

إحداهما على الأخرى في تركيبات خاصة. فمثلا في حالة الدارات المتوازية يُفضَّل استعمال نظرية نورطن، بينما نظرية تيفنن فهي أنفع وأجدر بالدارات المتسلسلة والخليطة.

أوضحت دراسة النظريتَيْن أنّ الدارة كلها، ومهما كان تعقيدها، تُستبدل بدارة بسيطة مُكافئة إذ تحتوي على نفس خاصِّيات الدارة الأصلية. فنظرية تيفنن تنصُّ على استبدال شبكة مُعيَّنة بمُوَلد جهد مُتسلسل مع مقاومة، في حين أنّ نظرية نورطن تنصُّ على استبدال الشبكة المدروسة بمُوَلد تيار متواز مع مقاومة.

من هذا المنطلق، يُمكن استنتاج أنّه من الممكن جدا التنقُّل من نظرية لأخرى (الشكل 4) مع الاستبْقاء على جميع خاصِّيات الدارة المدروسة : إنّها العلاقة نورطن – تيفنن أو ما يُعرف بنظرية تحويل المنبع.



الشكل 4. العلاقة نورطن – تيفنن.

2.5. كيفية تحقيق التحويل

فعلا، هناك قاعدة تسمح بالتنقُّل من دارة تيفنن (ف $_{ت}$، م $_{ت}$) إلى دارة نورطن (ش $_{ن}$، م $_{ن}$)، والعكس صحيح وذلك بسُهولة تامة (الشكل 4)، وهي عملية تتمثّل فيما يلي :

1. التنقُّل من تيفنن إلى نورطن :

مقاومة نورطن : $\text{م}_{\text{ه}} = \text{م}_{\text{ت}}$

تيار نورطن : $\text{ش}_{\text{ه}} = \dfrac{\text{ف}_{\text{ت}}}{\text{م}_{\text{ت}}}$

2. التنقُّل من نورطن إلى تيفنن :

مقاومة تيفنن : $\text{م}_{\text{ت}} = \text{م}_{\text{ه}}$

جهد تيفنن : $\text{ف}_{\text{ت}} = \text{م}_{\text{ه}} \times \text{ش}_{\text{ه}}$

يتم هذا التنقل من دارة لأخرى عندما تكون إحداهما معلومة، ولهذا فإنّ البحث عن دارة نورطن المكافئة أو دارة تيفنن المكافئة يكون لدارة مُعقَّدة يُفضَّل استعمال نظرية على حساب الأخرى، وإن طُلب منك النظرية الثانية قُمت بالتحويل المدروس مع مُراعاة قطبية المنابع... ولاحظ جيِّدا الشكل 4.

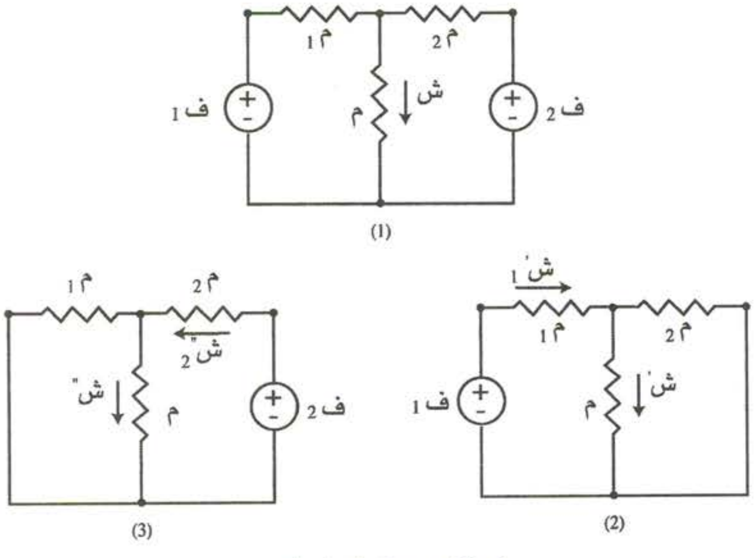
6. نظرية التراكب

1.6. مبدأ التراكب

لحد الساعة، تم - وبحمد الله - دراسة الدارات الكهربائية التي تحتوي على منبع واحد ووحيد للطاقة، منبع جهد أو منبع تيار. فما العمل لو احتوت الدارة المدروسة على أكثر من مُوَلد واحد للطاقة ؟ كيف تتم عملية البحث عن وسائط الدارة، وما أكثرها، في هذه الحالة ؟

في هذه الحالة، يستوجب استعمال نظرية التراكُب لإيجاد أيّ وسيط لدارة تحتوي على أكثر من منبع واحد للطاقة، وذلك بإيجاد قيمة هذا الوسيط لكل منبع على حدة، ثُم جمعها لتتكوَّن القيمة الفعلية لهذا الوسيط تحت تأثير جميع منابع الدارة، أي دراسة إسْهام كل منبع لتوليد هذا الوسيط المدروس.

يُمثل الشكل 1.5 دارة كهربائية ذات منبعَيْن للجهد ف$_1$ وف$_2$، والمطلوب هو إيجاد شدة التيار ش العابر للمقاومة م. تنصُّ نظرية التراكب على أنّ البحث عن الشدة ش يتم عن طريق دراسة تأثير المنبع الأول ف$_1$ على هذه الشدة، ثم بعدها وبنفس الطريقة دراسة تأثير ف$_2$. كيف يتم ذلك ؟



الشكل 5. نظرية التراكب.

يُبحث عن الشدة ش الناتجة عن تأثير كل مُوَلد على حدة بمعنى ضبط بقية المنابع على الصفر، أي تخميدها، فإن كانت مولدات تيار تُجعل مفتوحة وإن كانت مولدات جهد فإنها تُعوَّض بدارة قصر. وحاصل هذه العملية هو جمع قيم ش الناتجة عن كل مولد على حدة، بمعنى :

ش = ش` + ش`` $\qquad$ $\mathbf{I = I' + I''}$

كما هو موضح على الشكل 5.

2.6. مفهوم الاسهام

عند البحث عن وسيط معيَّن من دارة كهربائية، يجب مُراعاة نفس القطبية ونفس اتجاه سهم الوسيط عند حسابه لكل منبع، وإلاّ فسوف تقع في الخطأ المحتوم.

ففي مثالنا السابق، يجب أخذ نفس اتجاه التيار ش عند حسابه بواسطة المولِّد ف$_1$ (الشكل 2.5)، أو بواسطة المولِّد ف$_2$ (الشكل 3.5).

إليك هذا المثال : المقاومات من الشكل 5 هي م$_1$ = 3كΩ، م$_2$ = 5كΩ، م = 8كΩ، ف$_1$ = 24 فو، ف$_2$ = 20 فو. أحسب شدة التيار ش العابر للمقاومة م.

بالاحتفاظ على المولد ف$_1$ وضبط المولد الثاني ف$_2$ على الصفر، أي تعويضه بدارة قصر (أي إخْماده) كما يُوَضِّحه الشكل 2.5، يُمكن البحث عن شدة التيار شَ الناجمة عن المولدف$_1$. وتطبيقا لقانون العيون، يُمكن كتابة المعادلة التالية للشكل 2.5 :

ف$_1$ = م ش، + م$_1$ ش$_1$، $\qquad$ $\mathbf{V_1 = R\ I' + R_1\ I'_1}$

وتطبيقا لنظرية قاسم التيار نحصل على العبارة التالية :

$$\text{ش}' = \frac{\text{م}_2}{\text{م}_2 + \text{م}}\ \text{ش}'_1 \qquad\qquad I' = \frac{R_2}{R_2 + R}\ I'_1$$

وعليه :

$$\text{ش}'_1 = \frac{\text{م}_2 + \text{م}}{\text{م}_2}\ \text{ش}' \qquad\qquad I'_1 = \frac{R_2 + R}{R_2}\ I'$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على ما يلي :

$$\text{ش}' = \frac{\text{م}_2}{\text{م}_1\ (\text{م} + \text{م}_2) + \text{م}\ \ \text{م}_2}\ \text{ف}_1 \qquad\qquad I' = \frac{R_2}{R_1\ (R + R_2) + R\ \ R_2}\ V_1$$

والتطبيق العددي يُظهر قيمة هذه الشدة وهي ش` ≅ 0,00152 آ، أو ش` = 1,52 مآ. وفي مرحلة قادمة، يُعدم المولد ف$_1$ (الشكل 3.5)، ويُبحث عن شدة نفس التيار التي تَنجُم هذه المرَّة عن المولد ف$_2$. وبنفس البرهنة ونفس الطريقة نحصل على المعادلة التالية :

$$\text{ش}'' = \frac{\text{م}_1}{\text{م}_1\ (\text{م} + \text{م}_1) + \text{م}\ \ \text{م}_1}\ \text{ف}_2$$

$$I'' = \frac{R_1}{R_1\ (R + R_1) + R\ \ R_1}\ V_2$$

وعليه وبعد التطبيق العددي، تُصبح هذه الشدة تُعادل ش`` = 0,00105 آ، أو ش`` = 1,05 مآ. ومن خلال نظرية التراكُب، فالشدة ش المحسوبة في نفس الاتجاه للشكل 1.5 هي ناتج مجموع الشدتَيْن المحسوبتَيْن لكل مولد (الشكلان 2.5 و3.5)، أي إسهام المولدَيْن ف$_1$ و ف$_2$ لتنتُج الشدة الكلية ش. وعليه فهي :

$$\text{ش} = \text{ش}' + \text{ش}'' = 1{,}05 + 1{,}52 = 2{,}57\ \text{مآ} \qquad\qquad I = I' + I''$$

أعمال تطبيقية

تمرين 1

إليك دارة الشكل 1.6.

1. استعمل نظرية تحويل المنبع لتُبسِّط هذه الدارة، حيث المخرج يُؤخذ بين قطبَي المقاومة م.

2. ابحث عن المقاومة م التي تسمح بنقل أعظمي للاستطاعة.

3. أحسب الاستطاعة العُظمى.

الجواب

1. تنصُّ نظرية تحويل المنبع على اسْتِبْدال دارة الشكل 1.6 بدارة الشكل 2.6، ومنه نقوم بالتحويلات الباقية لنحصل في الأخير على دارة الشكل 7.6، حيث م هي مقاومة الحمل.

2. إنّ تحويلا أعظمي للاستطاعة نحو المقاومة م عملية تستدعي مُواءمَة المقاومة، ومن ذلك وجب أن تتحقّق المعادلة م$=25\ \Omega$ ليتم التحويل الأعظمي للاستطاعة.

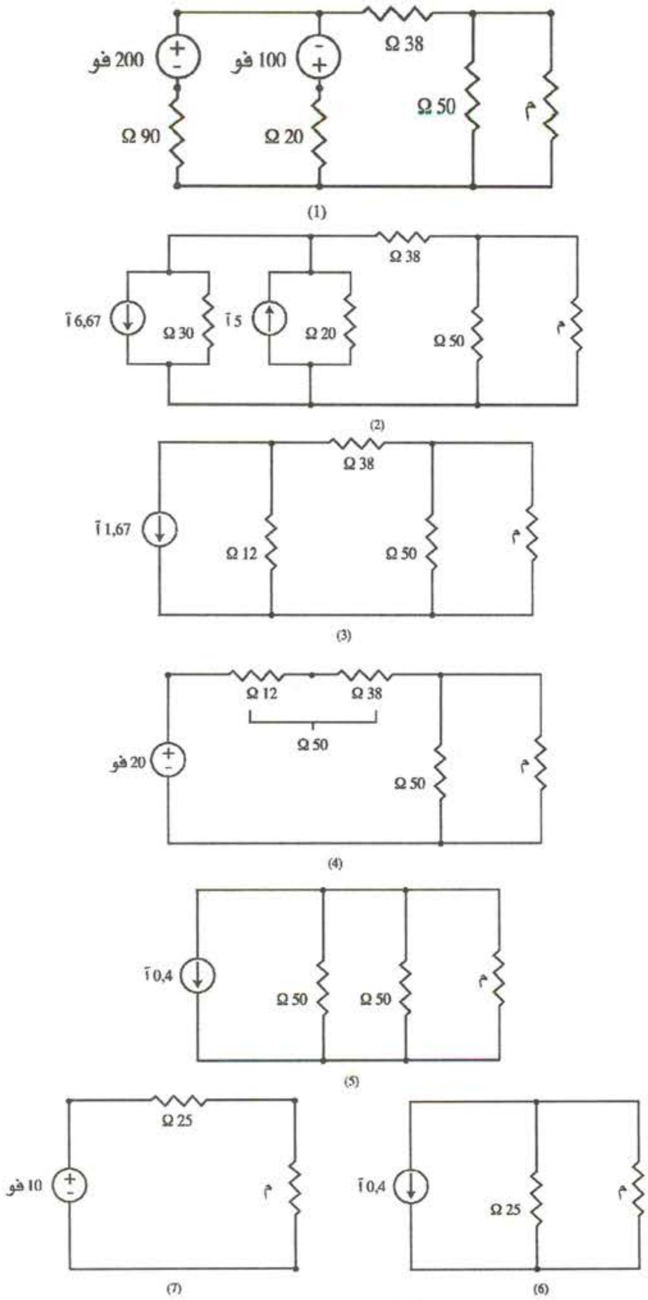
3. وأما البحث عن الاستطاعة العُظمى الممنوحة من المولّد 10 فو فهي :

$$\text{عه} = \text{ف ش} = \text{م ش}^2 = \frac{\text{ف}^2}{\text{م}} \qquad \mathbf{P = V\ I = R\ I^2 = \frac{V^2}{R}}$$

وباعتبار أنّ الجهد الملاحظ عَبْر م مجهولا فسيُستخرج بواسطة نظرية قاسم الجهد، أي : $\text{ف} = \frac{25}{25+25} . 10$ فو $= 5$ فو

وعليه فالاستطاعة العُظمى هي وِفق النسبة التالية : $\text{عه} = \frac{5^2}{25} = \frac{25}{25}$

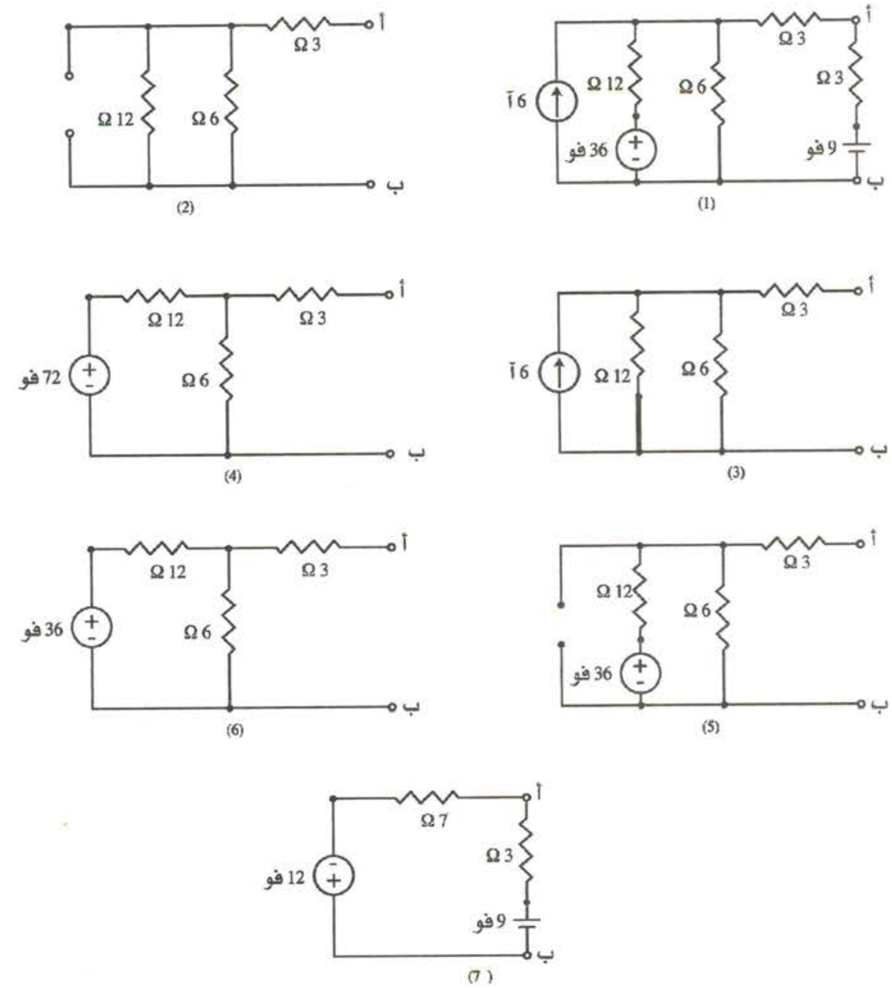
ومن ثم فالاستطاعة العُظمى هي $\widehat{\text{عه}} = 1$ واط .



الشكل 6. التمرين 1.

تمرين 2

ما هي دارة تيفنن المنظور إليها بين النقطتَيْن أ و ب من الشكل 1.7، مُستعمِلاً في ذلك نظرية التراكُب.



الشكل 7. التمرين 2.

الجواب

إنّ الجذع المركّب بين النقطتَيْن أ و ب يُعتبر حَمْلا بكامله، ومن ذلك وجب التعامُل معه كأيّ حمل م كان. ولاستخراج مقاومة تيفنن يُلجأ إلى إخْماد كل المنابع، ومن ذلك فإن المنبع 6 آ يُصبح دارة مفتوحة وأما المنبع 36 فو فيصبح دارة قصر، فنحصل على الشكل 2.7 وتكون مقاومة تيفنن هي :

$$م_{ت} = 3 + (6//12) = 3 + \frac{12 \times 6}{6 + 12}$$

وعليه $م_{ت} = 7\,\Omega$، وأما لاستخراج جهد تيفنن فتُستعمل نظرية التراكُب. ومن ذلك :

– إسهام المنبع 6 آ : انعدام المنبع 36 فو يُؤدي إلى الحصول على الشكل 3.7، ولتطبيق نظرية قاسم الجهد لاستخراج جهد تيفنن بين النقطتَيْن أ و ب تُستبدل هذه الدارة بدارة الشكل 4.7، وعليه :

$$ف'_{أب} = \frac{6}{6 + 12} . (-72)$$

إذن $ف'_{أب} = -24$ فو

– إسْهام المنبع 36 فو : وأما انعدام المنبع 6 آ فيُؤدي إلى دارة الشكل 5.7 والتي تُحَوَّل إلى الشكل 6.7، وبواسطة قاسم الجهد يُمكن كتابة المعادلة التالية : $ف''_{أب} = \frac{6}{12 + 6} . 36$

ومنه فجهد تيفنن هو : $ف''_{أب} = 12$ فو. ونظرية التراكُب تنصُّ على جمع نتائج إسهام كل منبع، ومن ذلك :

ف$_{ت}$ = ف$_{أب}$ = ف`$_{أب}$ + ف``$_{أب}$ = -12 فو

$$V_T = V'_{AB} + V''_{AB} = -12$$

وعليه، تُصبح دارة تيفنن المنظور إليها بين النقطتَيْن أ و ب هي الموَضَّحة في الشكل7.7.

مسائل

1. ما الفرق بين نظريتَي قاسم التيار وقاسم الجهد ؟ متى تُطبَّق كل نظرية ؟

2. ما الهدف من تبسيط الدارات بواسطة نظريتَي تيفنن ونورطن ؟ اشرح.

3. ما الفرق بين دارة تيفنن المكافئة ودارة نورطن المكافئة ؟ اشرح.

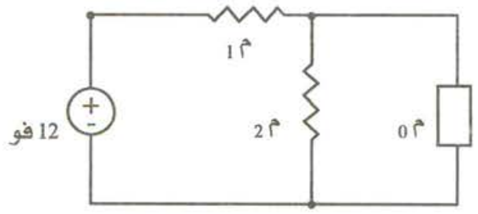
4. عرِّف نظرية تحويل المنبع. أذكر كيفية التحويل.

5. ألا يُشترط في نظرية التراكُب احترام القطبيَّة ؟ علِّل ذلك مع ذكر النظرية.

6. ابحث عن دارة تيفنن بين النقطتَيْن أ و ب من الشكل 1.7، باستعمال هذه المرَّة نظرية تحويل المنبع.

7. ثلاث مقاومات م$_1$ = 60 Ω، م$_2$ = 80 Ω، م$_3$ = 100 Ω، رُكِّبت في تسلسُل بين قطبَي منبع جهده 180 فو. أحسب جهد المخرج المتأمَّل عَبْر المقاومة م$_3$.

8. ثلاث مقاومات م$_1$ = 250 Ω، م$_2$ = 100 Ω، م$_3$ = 150 Ω، مُركَّبة في تواز بين قطبَي منبع تيار شدته 1 آ. أحسب شدة كل تيار.



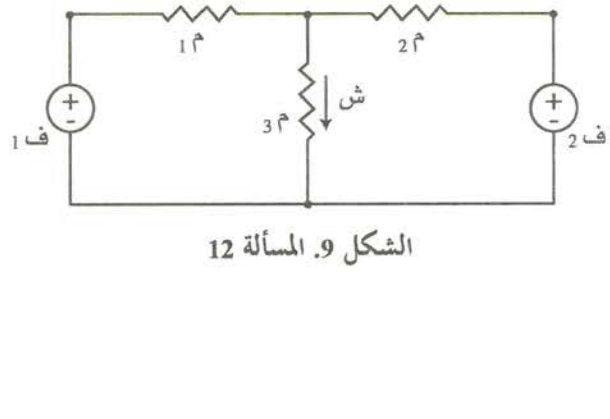
الشكل 8. المسألة 9

9. ابحث عن دارة تيفنن المنظور إليها بين قطبي الحمل م$_0$ من الشكل 8 حيث م$_1$ = 9Ω، م$_2$ = 3Ω، م$_0$ = 10Ω. أرسم الدارة المكافئة.

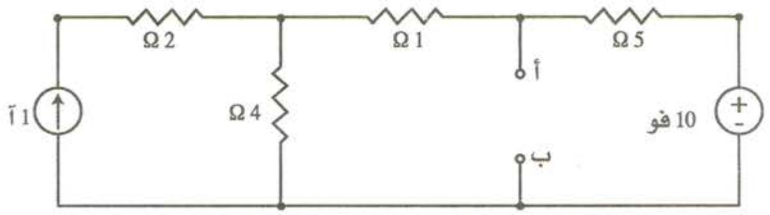
10. إبحث عن دارة نورطن المنظور إليها بين قطبَي الحمل م$_0$ من الشكل 8 حيث م$_1$ = 900Ω، م$_2$ = 300Ω، م$_0$ = 100Ω. أرسم الدارة المكافئة.

11. بواسطة نظرية تحويل المنبع، ابحث عن دارة تيفنن المكافئة لدارة المسألة 10.

12. باستعمال نظرية التراكُب، ابحث عن الشدة ش العابرة للمقاومة م$_3$ = 8كΩ من الشكل 9 حيث ف$_1$ = 24 فو، ف$_2$ = 20 فو، م$_1$ = 3كΩ، م$_2$ = 5كΩ.



الشكل 9. المسألة 12

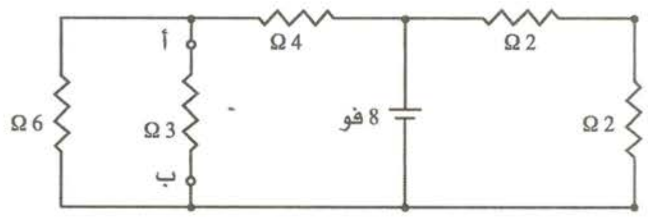


الشكل 10. المسألة 13

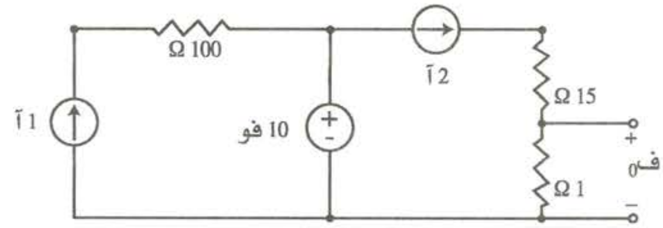
13. ابحث عن دارة نورطن بين النقطتَيْن أ و ب من الشكل 10، ومن ثَم أرسمها.

14. استخرج دارة تيفنن بين طرفي المقاومة 3 أوم من الشكل 11.

15. استخرج الجهد ف$_0$ الملاحظ بين طرفي المقاومة 1 أوم من الشكل 12، مُستعملا في ذلك نظرية التراكُب.

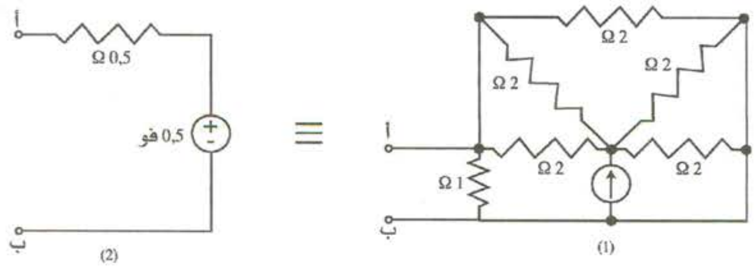


الشكل 11. المسألة 14



الشكل 12. المسألة 15

16. برهن على أنّ الشكل 1.13 مُكافئ ومُطابق للشكل 2.13.

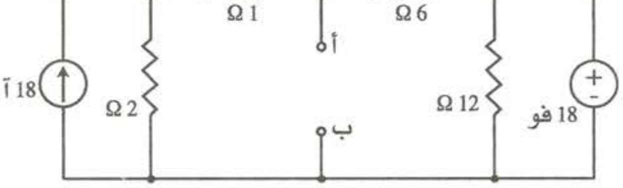


الشكل 13. المسألة 16

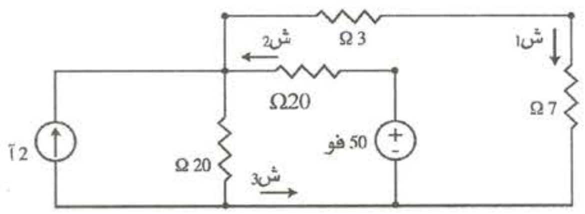
17. تُدرس دارة الشكل 14.

1. استخرج دارة نورطن المتأمّلة بين القطبَيْن أ و ب.
2. استخرج دارة تيفنن المتأملة بين القطبَيْن أ و ب من نفس الدارة.
3. تحقّق من نظرية تحويل المنبع.

18. لتكن دارة الشكل 15. باستعمال نظرية التراكُب، ابحث عن الشدات ش$_1$، ش$_2$، ش$_3$.



الشكل 14. المسألة 17



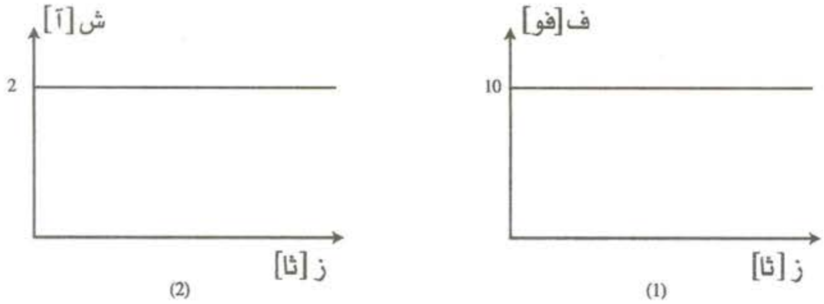
الشكل 15. المسألة 18

الإشارة الدورية

اقتصرت الدراسة لحد الآن على تناوُل الدارات الكهربائية ذات التيار المستمر، إذ تعرَّضنا لدراسة عدَّة قوانين وظواهر كهربائية تشتغل بمثل هذا التيار. فأعلم أنّ هناك دارات كهربائية يعبرها تيار متغير غير التيار المستمر كالتيار المتناوب مثلا. وفي الفصول القادمة تجد معالجة مفصَّلة لمثل هذا التيار، وأما في هذا الفصل، فسوف نتطرق إلى دراسة ماهية التيار الدوري.

1. المنابع المستمرة

المولِّدات لا تتغيَّر قيمها مع مرور الزمن، إذ تكون ثابتة لا تتأثَّر بمُرور الوقت. فمثلا البطارية تبذُل جهدا مستمرا ثابتا لا يتغيَّر مهما مرَّ من الوقت، وبما أنّ جهدها ثابت فإنّ التيار المتَوَلد عنه يكون ثابتا كذلك. فقيمتا الجهد والتيار لا تتغيَّران من لحظة لأخرى، الشيء الذي يجعل رسم مُنحنَيْهما بواسطة تمثيل ديكارت مُشابه للشكل 1.



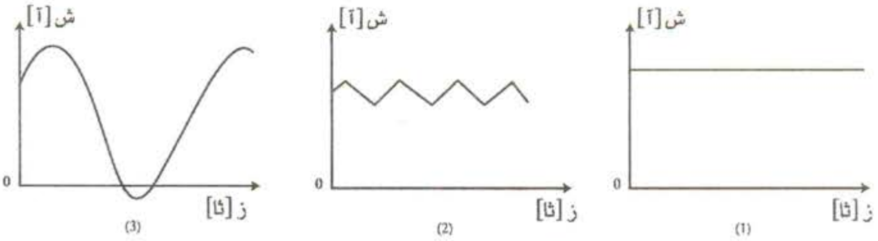
الشكل 1. تمثيل الجهد المستمر والتيار المستمر

فالمستقيم الأفقي ينطلق من قيمة الجهد الثابت والذي يُعادل ف = 10 فو من الشكل 1.1، أو تمثيل الشكل 2.1 وهو شدة تيار ثابتة تُعادل ش = 2 آ. تنطلق الكميّتان من قيمة معيّنة ومُحدَّدة لا تتأثّران بمرور الزمن، الشيء الذي بعث على تسميتهما بالجهد المستمر والتيار المستمر.

لكن على عكس الكميات المستمرة هناك الكميات المتناوبة، فمثلا التيار المتناوب هو التيار الذي يأخذ شدة معيّنة في كل لحظة من الزمن وهذا لمدّة زمنية مُحدَّدة تُدعى الدور، عندها يُعيد التيار المتناوب قيمه السابقة وهذا لمدَّة دور كامل مُوالي لسابقه. ومن هنا سُمِّيت هذه الكميات بكميات دَوْرية.

2. الإشارة الكهربائية

يُرسم منحنى الإشارة الكهربائية بدلالة الزمن، وهو يمثل عموما إما الجهد أو التيار. وفي منحنيات الشكل 2، تمثيل للإشارات الكهربائية المتداولة كثيرا في الدارات الكهربائية... وإليك الفرق بين هذه الأنواع الثلاثة :



الشكل 2. أنواع التيار الكهربائي

– التيار المستمر

وهو تيار باتجاه وحيد لا يتغيّر مع مرور الوقت، إذ يمتاز بشدة ثابتة بحيث أنّ مُنحناه بدلالة تغيُّرات الزمن هو عبارة عن مستقيم أفقي مواز لمحور الفواصل (الشكل 1.2).

– التيار وحيد الاتجاه

وهو تيار باتجاه وحيد تتغيَّر شدته لكن... لا يتناوب بين قيم سالبة وأخرى موجبة، بل هو دوما في نفس الاتجاه (الشكل 2.2). هذا النوع من التيارات ينساب في اتجاه واحد، ووحيد إلا أن منحنى الإشارة الكهربائية يتغير بدلالة الزمن على عكس إشارة التيار المستمر ثابت الشدة.

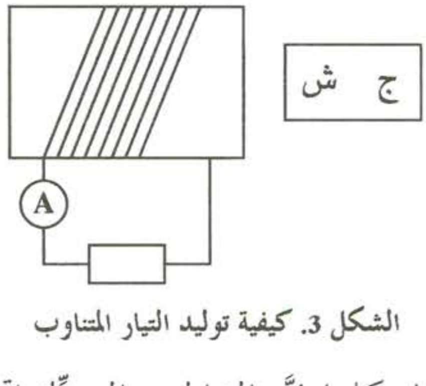
– التيار الدوري

وهو تيار كهربائي مُتغيِّر، تارة شدات موجبة وتارة شدات سالبة (الشكل 3.2)، بحيث أن هذا التيار يستعيد نفس الشدات بعد مُرور لحظات زمنية مُتساوية. بين كل لحظة وأخرى مُوالية لها، هناك مجال زمني ثابت يعاود نفسه يُدعى الدور.

إن المتمعن في الإشارة الكهربائية للشكل 2.2، سوف يلاحظ أن هذه الإشارة وحيدة الاتجاه هي إشارة خاصة، بحيث هي إشارة دورية تعيد نفسها باستمرار إلا أنها لا تحتوي على قيم سالبة. وبذكر الإشارة الدورية، فأنت تتساءل حتما عن كيفية توليد إشارة دورية مثل هذه.

إليك لمحة ولو كانت خاطفة عن كيفية توليد الإشارة المتناوبة، ولمن كان مهتما بالتفاصيل ففي الجزء الثالث توضيح كيفية وشروط توليد التيار المتناوب الدوري.

وشيعة خاضعة لفيض متغير ناجم عن حركة المغناطيس نحو داخل وخارج الوشيعة (الشكل 3)، الشيء الذي يبعث على ظُهور تيار مُسْتحَث يُسجِّل وُجوده الفعلي عبر جهاز الأمبير متر.



الشكل 3. كيفية توليد التيار المتناوب

يتغيّر اتجاه التيار كلما غيَّر المغناطيس المتحرِّك اتجاهه. فلو اتسمت حركة المغناطيس بالانتظام والاعتدال، فإنّ الفَيْض والتيار يكونان مُنتظمان دوريا.

3. خاصيات الإشارة الدورية

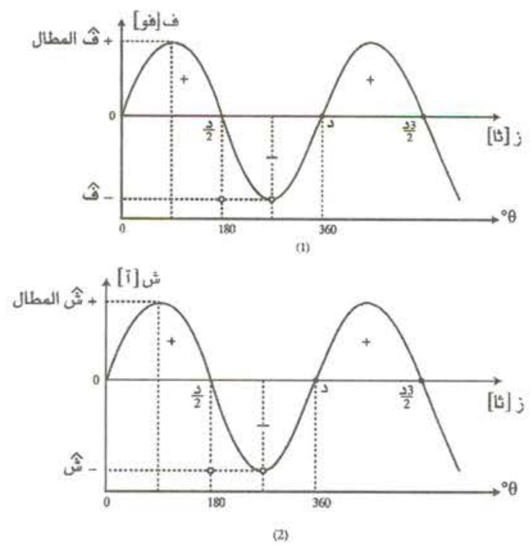
تمتاز الكميات الدورية، التيار الدوري أو الجهد الدوري على حد سواء، بخاصِّيات عدة مقارنة بالكميات المستمرة، ولعل أهمها هو ما يظهر على الشكل 3.2. فالكمية المتناوِبة تحتوي على نوبتَيْن، واحدة موجبة وأخرى سالبة خلال مُدَّة زمنية ثابتة هي الدور د. وبوجه عام إليك خاصِّيات التيار المتناوِب.

1.3. الدور

الدور هو الزمن الذي تستغرِقُه الإشارة لإعادة نفسها، فالإشارة الدورية هي إشارة تأخذ نفس القيم عند فترات زمنية متساوية تُدعى الدور (الشكل 4)، ويُرمز له بالحرف د.

فالدور إذن هو الوقت المطلوب وَالمستغرَق لقَطْع دَوْرَة كاملة، فهو مُدَّة الدورة. وعليه فالوِحدة العالمية لقياس الدور هي الثانية، وبذلك نقول أنّ الكمية دورية : تيار دوري أو جهد دوري.

تُخصَّص الكمية الدورية بالصفة "الجيبية" عندما يكون رسم المنحنى البياني (أي منحنى الكمية الدورية بدلالة الزمن) يُمثِّل دالة جيبية، بمعنى تناظُر المنحنى حول محور الفواصل (الشكل 4). ومن ذلك، فالشكل 3.2 لا يُمثِّل تيارا جيبيا مع العلم أنّه تيار دوري ذو دور د.



الشكل 4. الإشارة الجيبية

2.3. التردد

يُعرَّف تردُد إشارة دورية بعدد الدورات تقسيم الزمن الذي أستغرقته، بمعنى :

$$ن = \frac{\text{عددالدورات}}{\text{زمن حدوث كل الدورات [ثا]}} \qquad f = \frac{N}{t}$$

التردد ن للتيار الدوري هو إذن عدد الأدوار خلال مُدَّة زمنية قدرُها ثانية واحدة، فهو بذلك عكس الدور د وعليه :

$$ن = \frac{1}{د} \qquad f = \frac{1}{T}$$

وبذلك تكون الوحدة العالمية لقياس الدور هو عكس الثانية، أي [ثا$^{-1}$] وهي وحدة تُعرَف بالهرتز[1]، أي ن [هرتز] فتُختصر لتُكتب : ن [هز].

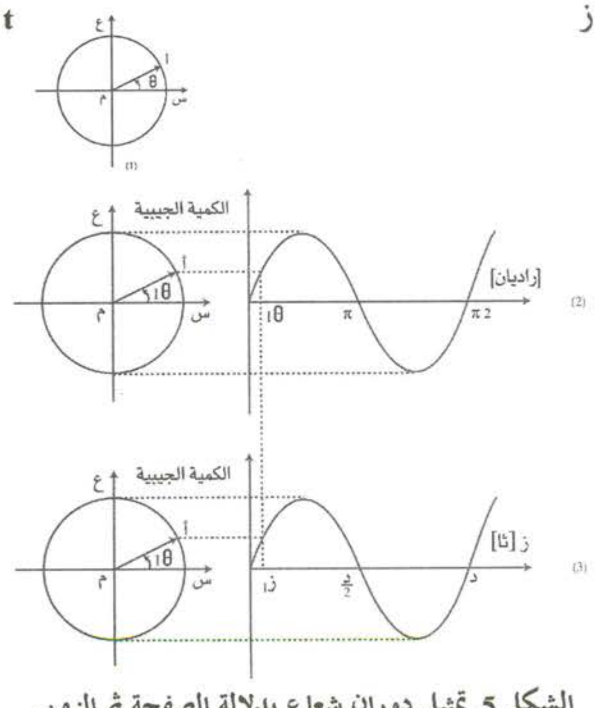
1. هرتز (Heinrich Hertz : 1857-1894) عالم فيزيائي ألماني، اهتم بدراسة الموجات الكهروضوئية الشيء الذي مكنّه عام 1888 من إكتشاف الموجات الكهرومغناطيسية.

فمثلا تيار المنشآت السكانية الذي تمنحه شركة التوزيع الجزائرية سونلغاز يحتوي على دور قدرُه د $= \frac{1}{50}$ ثانية، أو بعبارة أخرى هو د = 20 مثا، وبذلك يكون تردد هذا التيار هو ن = 50 هرتز.

3.3. النبض

ويُدعى كذلك بالتردد الزاوي أو السرعة الزاوية، ويُعرَّف على أنّه دوران الشعاع[1] م أ ـ والممثّل للكمية الجيبية ـ بسُرعة ثابتة حول المركز م (الشكل 1.5)، وبذلك فهو تلك الزاوية θ المقْطوعَة في ظَرْف زمني قدرُه ز، وعليه فالنبض هو وفق العلاقة :

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad\qquad \omega = \frac{\theta}{ز}$$



الشكل 5. تمثيل دوران شعاع بدلالة الصفحة ثم الزمن.

2. في الفصل9، شرح مفصّل لكيفية تمثيل كمية جيبية بواسطة شعاع.

حيث ω هو الرمز المصطلَح عليه لتمثيل النبض ويُقرأ أُوميغا (حرف إغريقي)، في حين θ هي الزاوية المقطوعة بالراديان و ز الزمن المسجّل للزاوية θ ويُحسب بالثانية.

فالنبْض ω إذن، ما هو إلاّ مُعَدَّل الدوران المقاس في لحظة من الزمن ز$_1$، ابتداء من نُقطة الانطلاق (معلم الصفر) إلى غاية النقطة التي سُجِّل فيها الزمن ز$_1$ والمعروفة بالزاوية θ_1 (الشكل 2.5).

خلال دَوَرانه حول المحور الثابت م س، فإنّ الشعاع $\overline{\text{م أ}}$ ـ والذي يُمثّل كمية جيبية معيّنة ـ يقطع دَوْرة معلومة، وما مجموع هذه الدورات في الثانية الواحدة إلاّ التردد ن. وباعتبار أنّ دورانا واحدا حول المحور الثابت م س يُعادل $\theta = 2\pi$ راديان = 360° خلال مُدَّة دَوْرة، فإنّ النبض هو :

$$\omega = \frac{\theta}{\text{ز}} = \frac{2\pi}{\text{ز}} \qquad\qquad \omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{t}$$

وعليه : $\omega = \frac{2\pi}{\text{د}}$ $\qquad\qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$

علما أنّ التردد هو عكس الدور، فإنّ المعادلة السابقة تُصبح :

$$\omega = \frac{2\pi}{\text{د}} = 2\pi\,\text{ن} \qquad\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

ومن هذه المعادلة الأخيرة نستخرج الوِحْدة العالمية لقياس النبض وهي الراديان على الثانية، أي ω [راديان/ثا]. وفي الشكل 3.5 كيفية التنقّل من التمثيل الزاوي إلى التمثيل الزمني لكمية جيبية.

4.3. طول الموجة

وهو كمية فيزيائية ترمز إلى طول الإشارة الكهربائية المتغيرة بالنسبة لتردد إهتزازات هذه الإشارة المتغيرة، فهذه الكمية تستعمل غالبا في البث الكهرومغناطيسي أو في الانتشار الصوتي، وتُعرّف على أنها طول دورة كاملة أو بعبارة أخرى هي المسافة المقطوعة من طرف مَوْجة خلال دورة واحدة.

إذن فطول الموجة يتوقّف على قيمتَي التردد والسرعة التي يتم بها الإرسال والبث، وعليه فصيغته هي :

$$\lambda = \frac{\text{سر}}{\text{ن}} \qquad\qquad \lambda = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{f}}$$

حيث λ هو الرمز المصطَلح عليه لتمثيل طول الموجة، وهو حرف إغريقي يُقرأ لومْبْدا أو لونْدا، ومن البديهي أنّ الوحدة العالمية لقياسه هي المتر، وحدة قياس المسافات.

أما سر فهي سرعة الانتشار ووِحدتها المتر على الثانية، أي سر [م/ثا]، وفي أغلب التطبيقات من عالم الكهرباء والإلكترونيات تُؤخذ هذه السرعة على أنّها سُرْعة الضوء والمقدَّرة بحوالي 000 300 كم/ثا، إذ هي حقا سرعة الإشعاع الكهْرومَغْناطيسي وكتطبيق على ذلك إشعاع الهَوائي في حين ن هو تردد الإشعاع اللاّسلكي.

وأما عندما يتعلّق الأمر بذبذبات الصوت، الصادرة عن مُكبِّر الصوت مثلا، فإنّ سرعة الانتشار هي سرعة الصوت والتي تُعادل 344 م/ثا.

أعمال تطبيقية

تمرين

الطاقة الممنوحة للمُنْشآت السكانية والتجارية تُوزَّع في شكل إشارة جهد جيبي، حيث قيمته الناجعة 220 فولط وتردده 50 هرتز، على خلاف ما يُعمل به في أمريكا إذ الجهد الناجع هو 120 فولط وتردد الإشارة الجيبية 60 هرتز. استخرج دورَي النظامَيْن الجزائري والأمريكي.

الجواب

دور إأرة الجهد الجيبي للمنوح من طرف سونلغاز هو $\frac{1}{50} = 0{,}02$ ثانية أو د = 20 مثا، وأما في أمريكا فالدور د = 0,0167 ثانية أو د = 16,7 مثا.

مسائل

1. ما الفرق بين الكمية المستمرة والكمية الدورية ؟ اذكر خاصياقما.

2. متى تمتاز الإشارة الكهربائية بتيار وحيد الاتجاه ؟ بما تختلف عن الإشارة المستمرة ؟

3. متى تكون الإشارة الدورية إشارة متناوبة ؟ أذكآ خاصياقما.

4. متى تكون الإشارة المتناوبة إشارة جيبية ؟ أذكر الفرق بينهما.

5. اجتهد في إستخراج الفرق بين المفاهيم الثلاثة : الدور، التردد، النبض.

6. نبض تيار متناوب يعادل 600 راديان/ثانية. كم هو تردد ودور هذا التيار ؟

7. كم هو دور كل من الترددَيْن 1 ميغاهرتز و2 ميغاهرتز ؟

8. كم هو دور وتردد الإشارة التي تستغرق دورة كاملة خلال $\frac{1}{1000}$ ثا ؟

9. أحسب طول الموجة λ لموجة كهْرومغناطيسية ترددها 30 جيغاهرتز ؟

10. كم تردد موجة كهرومغناطيسية طول مَوْجتها 6 متر ؟

11. أحسب طول الموجة λ لموجة صوتية تصدر عن مُكبِّر الصوت بتردد 100 هز.

الفصل 7

التيار المتناوب

إن دراسة الإشارة الدورية سوف تؤدي بنا حتما إلى دراسة الإشارة المتناوبة، باعتبار أنها هي حالة خاصة للإشارة الدورية. فالتيار المتناوب يحتوي على نوبتَيْن متتابعتَيْن، واحدة موجبة وأخرى سالبة، تُعيدان نفسَيْهما بعد مرور مدة زمنية محدودة هي الدور.

1. عبارة التيار المتناوب

عندما يتعلّق الأمر بكمية مستمرة، كجهد أو تيار بطارية مثلا، فإنّ الرسم البياني يكون عبارة عن مستقيم أفقي مواز لمحور الفواصل (محور الزمن) كالذي مُثّل في الشكل 1 من الفصل 6، وعليه تكتب معادلة التيار المستمر وفق كمية كهربائية تكتب عبارتها وفق المعادلة التالية :

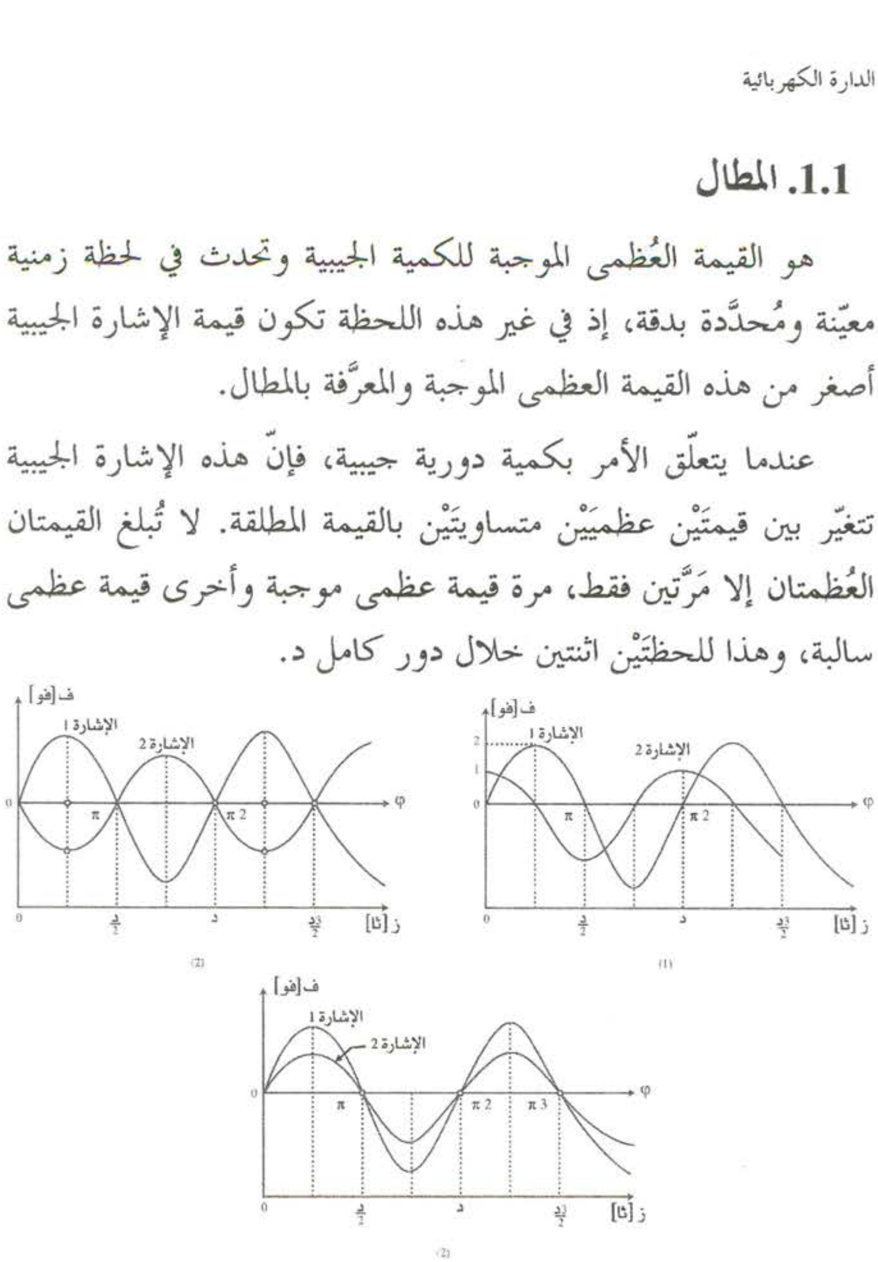
ف = 10 فولط	**V = 10 Volts**
ش = 2 أمبير	**I = 2 Ampères**

أما إذا تعلّق الأمر بالتيار المتناوب، فإنّ الأمر يختلف تماما بحيث أنّ شكل موجته يُشبه منحنى الدالة الجيبية.

1.1. المطال

هو القيمة العُظمى الموجبة للكمية الجيبية وتحدث في لحظة زمنية معيّنة ومُحدَّدة بدقة، إذ في غير هذه اللحظة تكون قيمة الإشارة الجيبية أصغر من هذه القيمة العظمى الموجبة والمعرَّفة بالمطال.

عندما يتعلّق الأمر بكمية دورية جيبية، فإنّ هذه الإشارة الجيبية تتغيّر بين قيمتَيْن عظميَيْن متساويتَيْن بالقيمة المطلقة. لا تُبلغ القيمتان العُظمتان إلا مرَّتين فقط، مرة قيمة عظمى موجبة وأخرى قيمة عظمى سالبة، وهذا للحظتَيْن اثنتين خلال دور كامل د.



الشكل 1. فرق الطور بين إشارتين جيبيتين

في حالة جهد جيـــبي فإنّ المطال هو القيمة العظمى الموجبة، ويُشار له بالرمز $\hat{ف}$، أي أنّ الجهد الجيـــبي محصور بين ($\hat{ف}$+) و(−$\hat{ف}$)، أما

إذا كان الأمر يتعلّق بالتيار الجيـــبي فالرمز هو $\hat{ش}$، وبذلك فهو محصور خلال دور كامل بين $(+\hat{ش})$ و$(-\hat{ش})$.

2.1. الطور

لنعتبر مُوَلدَيْن للإشارات يعملان بنفس السرعة، أو بعبارة أخرى نفس التردد لكن يختلفان في مبدأ الزمن، إذ يتأخَّر أحدهما عن الآخر بفترة زمنية ولو قصيرة. ومن ذلك يكون الرسم البياني لجُهْدَيْهما غير مُتطابق (الشكل 1.1) :

– في اللحظة $ز_0 = 0$، تبدأ الإشارة الأولى من الصفر في حين الإشارة الثانية تكون قد بلغت قيمتها العظمى الموجبة والتي تُعادل 1 فولط.

– في اللحظة $ز_1 = \frac{د}{4}$، الإشارة الثانية تتناقص لتبلغ معلم الصفر بينما تبلغ الإشارة الأولى قيمتها العظمى الموجبة والتي تُعادل 2 فولط.

– في اللحظة $ز_2 = \frac{د}{2}$، إذا تناقصت الإشارة الأولى لتبلغ المبدأ فإنّ الإشارة الثانية تكون قد بلغت القيمة العُظمى السالبة، وهكذا.

3.1. عبارة المعادلة

عندما تقول أنّ ف = 10 فو جهدا مستمرا، فأنت ترمي من وراء كلامك هذا إلى أنّ قيمة الجهد ف تُعادل 10 فولط لأي لحظة من الزمن عند أخذ القياس، وبذلك تُمثّل قيمة الجهد المستمر بالمعادلة ف = 10 فو.

أما في حالة الجهد المتناوب فلابُد من مُراعاة كل الخاصِّيات التي تمتاز بها الكميات المتناوبة عن الكميات المستمرة، ولذلك لابُد من أخذها بعين الاعتبار عند كتابة قيمة كمية متناوبة.

تُكتب الكمية المتناوبة في شكل معادلة الدالة الجيبية حيث تُجمع كل هذه الخاصِّيات، وعندها تأخذ هذه الكمية المتناوبة، تيارا كانت أم جهدا، مَدْلولا دقيقا وواضحا. ففي حالة الجهد المتناوب ف، المعادلة هي :

ف = فَ̂ جب $(\theta + j\,\omega)$ $\qquad$ $\mathbf{v = \hat{V} \sin(\omega\, t + \theta)}$

حيث :

- فَ̂ هو مطال الإشارة الجَيْبية ووحدته الفولط : فَ̂ [ف]
- ω هو النبض ووحدته الراديان على الثانية : ω [راديان/ثا]
- ز هو الزمن ووحدته الثانية : ز[ثا].
- θ هو الطوْر الابتدائي وهو ثابت يُمثِّل الطور في اللحظة ز $= 0$ ووِحدته الراديان : θ [رايان].
- $(\omega.$ز$+\theta)$ هو الطور للحظة ز وهو عبارة عن الزاوية المتغيِّرة.

الكمية المستمرة هي قيمة ثابتة لا تتغيَّر بمُرور الزمن، وأما الكمية المتناوبة فهي متغيِّرة بدلالة الزمن، بمعنى لحظية. وقد سُمي بالتيار المتناوب لتناوُبه بين قيم سالبة وأخرى موجبة لمدة دور كامل، إذ تُجمع هذه القيم في نوبتَيْن : نوبة موجبة والثانية سالبة.

والتيار المتناوب ينساب خلال نوبة معيّنة في اتجاه معيّن وبحلول النوبة الثانية يتغيّر سَرَيانه كلية ليُصبح في الاتجاه المعاكس، وبذلك فهو يتناوب بين اتجاهَيْن متعاكسَيْن.

2. الاختلال

من خلال الشكل 1.1 يظهر اختلاف في الزاوية بين الإشارتَيْن وهو ما يُسمى بفرق زاوية الطور أو اختصارا فرق الطور، كما يُطلق عليه اصطلاح فرق الصفحة أو الاختلال. يُرمز للاختلال بالرمز $\Delta\varphi$ حيث φ هو حرف إغريقي يُقرأ فَايْ. فعلى هذا الشكل، فرق الطور يُعادل $\Delta\varphi = 90°$، ولكي تتطابق الإشارتان وجب تقديم الإشارة الثانية برُبْع دَوْرة $\left(\frac{د}{4}\right)$ بمعنى $\frac{\pi}{2}$ راديان.

في الشكل 1.1 تم تمثيل فرق طور خاص، لذلك يجب أن تعرف أن فرق الطور $\Delta\varphi$ هو فرق في الزاوية بين إشارتين بنفس التردد، يحصر في المجال $0 \leq \Delta\varphi \leq \pi$. لكن هناك فروق الطور الشهيرة والتي سيكثر تعاملك معها أثناء دراستك للدارات الكهربائية، لذلك وجب معرفتها، وهي ثلاثة :

1. تعامد الطور

إذا كان فرق الطور يُساوي 90° (الشكل 1.1) بحيث أن الإشارة تكون في القيمة العظمى، الموجبة أو السالبة، عندها تكون الإشارة الثانية في مبدأ الصفر. ثُم تتناقص الإشارة الأولى لتبلغ معلم الصفر،

بينما الإشارة الثانية تُصبح قيمة عظمى سالبة أو موجبة. في هذه الحالة، تكون الإشارتان مُتعامدة الطور.

2. تعاكس الطور

إذا كان فرق الطور يُعادل °180 (أي π راديان). فإنّ كلتا الإشارتَيْن تأخُذان قيمة الصفر في نفس اللحظة (الشكل 2.1)، لكن بعدها تُصبح إحداهما قيمة عظمى موجبة والثانية قيمة عظمى سالبة لنفس اللحظة. في هذه الحالة، الإشارتان مُتعاكسة الطور.

3. تطابق الطور

إذا كان فرق الطور يعادل الصفر، فالإشارتان مُتطابقتان بمعنى أنّهما في نفس اللحظة تبلُغان القيمة العظمى موجبة كانت أم سالبة، وكذلك تنعدمان في نفس اللحظة (الشكل 3.1). في هذه الحالة، الإشارتان مُتطابقة الطور.

ملاحظة هامة

1. فرق طور يُعادل $\Delta\varphi = 20°$ مثلا يعني أنّ إشارة تسبق أخرى، أو تتأخّر عنها بزاوية قدرُها °20. فإن سبقتها، ففرق الطور يُدعى الطور المتقدِّم وإن كانت مُتأخِّرة فهو يُدعى الطور المتخلِّف.

2. لا دخل للمطال في فرق الطور، إذ يُمكن أن يكون نفس المطال للإشارتَيْن كما يُمكن أن يختلفا، ومن ذلك تُلاحظ أنّه في حالة إشارتَيْن مُتعاكستَي الطور وبنفس المطال فإنّ جمع الإشارتَيْن معدوم، أي أنّه يُعادل الصفر.

3. الكمية الدورية والكمية المتناوبة

1.3. نظرية فورييه

تكون الإشارة دَوْرية عندما تُعيد نفسها خلال مجالات زمنية تُعرف بالدور د، بحيث لو سُجِّل الجهد مثلا في زمن مُحدَّد ز فسوف يُسجل نفس الجهد وبنفس القطبيّة بعد مرور زمن قدرُه ز + د.

يُشترط في الإشارة الدورية أن تكون متماثلة بالنسبة للمطال والقطبيّة في الأزمنة ز + د، ز + 2د، ز + 3د، إلخ. ولعل أهم خاصِّية تمتاز بها الإشارة الدورية هو إمكانية تحلُّلها إلى سلسلة من الموْجات الجَيْبية الصافية بحيث أنّ الموجة الرئيسية، وتُدعى الأساسي، تحتوي على نفس تردد الإشارة الدورية المدروسة. بينما الموجات الأخرى، وتُدعى التوافُقيات، تحتوي على ترددات هي مُضاعفات التردد الأساسي. ويُمكن جمع مُركَّبات الدالة الدورية ع(ز) في العبارة التالية :

$$\text{ع}(\text{ز}) = \text{أ}_0 + \sum \hat{\text{أ}}_{\text{ن}}\ \text{تجب}(\text{ن}.\omega.\text{ز}) + \sum \hat{\text{ب}}_{\text{ن}}\ \text{جب}(\text{ن}.\omega.\text{ز})$$

$$f(t) = A_0 + \sum \hat{A}_n \cos(n\,\omega\, t) + \sum \hat{B}_n \sin(n\,\omega t)$$

حيث :

- أ_0 هو القيمة المتوسِّطة للدالة المدروسة.
- $\hat{\text{أ}}_{\text{ن}}$ هو مطال الدالة تجب للصَّف ن.
- $\hat{\text{ب}}_{\text{ن}}$ هو مطال الدالة جب للصَّف ن.

وهذه العبارة تُعرف بمُتتاليات فورييه[1]، كما تُعرف كذلك بتَحَلُّل فورييه. حَسْب نظرية فورييه يُمكن استخراج مختلف هذه الدوال المحللة، كل على حدة، وفقا للصيغ التالية :

$$أ_0 = \frac{1}{د}\int_0^د ع(ز)\ تفاز \qquad A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\ dt$$

$$\hat{أ}_ن = \frac{2}{د}\int_0^د ع(ز)\ تجب(ن\ \omega\ ز)\ تفاز$$

$$\hat{A}_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\ \cos(n\ \omega\ t)\ dt$$

$$\hat{ب}_ن = \frac{2}{د}\int_0^د ع(ز)\ جب(ن\ \omega\ ز)\ تفاز$$

$$\hat{B}_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\ \sin(n\ \omega\ t)\ dt$$

فإن كانت الدالة ع(ز) زوجية فلا تُؤخذ إلاّ الدوال تجب، وأما إن كانت ع(ز) فردية فتؤخذ الدوال جب.

2.3. انتخاب التوافقيات

لدراسة الدارات المتناوبة، يعتمد المختصُّون عموما على فرضية أنّ الإشارة المتناوبة جيبية وهو ما قُمنا به لحد الآن، وذلك لسُهولة العمليات الحسابية ووُضوح الظواهر الكهربائية. بالإضافة إلى ذلك،

1. فورييه (Joseph-Jean Fourier : 1768-1830) فيزيائي ورياضي فرنسي.

فإنّ تشوُّه الإشارة الجيبية يُؤدي إلى أخطاء لا تُذكر تماما، وعليه فإنّ مُوَلد الإشارات يمنح إشارة جيبية تكاد تُطابق الإشارة الجيبية المثالية.

الإشارة المشَوَّهة تتألَّف من موجة جيبية رئيسية وواحدة أو أكثر من موجة جيبية فرعية، ومجموعها يُدعى الإشارة المركَّبة. وقد أثبتت الدراسات الرياضية بواسطة مُتتاليات فورييه، وكذلك عن طريق جهاز خاص يُعرف بمُحلِّل التوافُقيات التردُّدية، أنّ الإشارات المركَّبة تحتوي على عدة موجات جيبية خالصة بترددات ومطالات مختلفة، بحيث أنّ الموجة الرئيسية - وتُدعى الأساسي - تحتوي على نفس تردد الإشارة المركبة بينما المركبات الجيبية الفرعية - وتُدعى التوافُقيات - فهي تحتوي على ترددات مختلفة هي أضعاف تردد الأساسي.

يُقصَد لغة بالتوافُقي - مُفرَد توافُقيات - معنى إيقاعي، مُوسيقي، تناغُمي، تآلُفي، مُتناسق، مُطرب.

إنّ التردد التوافُقي الثاني يُعادل مرَّتَيْن التردد الأساسي، بينما التردد التوافقي الثالث فهو ثلاث مرات التردد الأساسي، وهكذا... إلاّ أنّ اختلاف التوافقيات فيما بينها أو بالنسبة للأساسي لا ينحصر في التردد فقط، بل يتعدّاه إلى المطال والطور معا. فمطال الأساسي هو دوما أكبر من غيره، في حين يُعبَّر عن مطال التوافقيات بالنسب المئوية للمطال الأساسي.

3.3. الإشارة المركبة والإشارة المتناوبة

من الواضح جدا أنّك تتساءل عن الفَرْق بين الكمية الدورية والكمية المتناوبة خاصة، بالإضافة إلى الكمية المركبة. للإجابة على هذا التساؤُل وجب معرفة مَدْلول مُتتاليات فورييه، ولن نلجأ في تعرُّضنا هذا للبرهنة على هذه المتتاليات ومصدرها الرياضي، بل سنكتفي بكتابة الصيغة، ولمن أراد المزيد ما عليه إلاّ بالكتب المختصَّة.

كل دالة دورية ع(ز) ذات دور د يُمكن صياغتها على النحو التالي :

$$\text{ع}(\text{ز}) = \text{أ}_0 + \hat{\text{أ}}_1\ \text{تجب}\left(\frac{2\pi}{\text{د}}\ \text{ز} + \varphi_1\right) + \hat{\text{أ}}_2\ \text{تجب}\left(\frac{4\pi}{\text{د}}\ \text{ز} + \varphi_2\right) + \ldots + \hat{\text{أ}}_\text{ن}\ \text{تجب}\left(\frac{2\pi\text{ن}}{\text{د}}\ \text{ز} + \varphi_\text{ن}\right) + \ldots$$

$$f(t) = A_0 + \hat{A}_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}\ t + \varphi_1\right) + \hat{A}_2 \cos\left(\frac{4\pi}{T}\ t + \varphi_2\right) + \ldots + \hat{A}_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}\ t + \varphi_n\right) + \ldots$$

وهذا التحلُّل للدالة ع(ز) يُعرف بمُتتاليات فورييه حيث :

– المعامل أ_0 هو القيمة المتوسِّطة للدالة ويُمثِّل الكمية المستمرة للإشارة ع(ز).

– الدالة $\left[\hat{\text{أ}}_1\ \text{تجب}\left(\frac{\pi 2}{\text{د}}\ \text{ز} + \varphi_1\right)\right]$ تُدعى الأساسي، في حين بقية الدوال تُشكِّل التوافُقيات.

– المعامل $\hat{أ}_ن$ فيُمثّل مطال التوافُقي ن.

– الزاوية $\varphi_ن$ فهي الصفحة الابتدائية للتوافُقي ن المسجَّلة للحظة ز = 0.

تُصبح الكمية الدورية والممثَّلة بالدالة ع(ز) كمية متناوبة عندما تنعدم القيمة المتوسِّطة $أ_0$ لهذه الدالة ع(ز)، وهي الحالة المطابقة للدالة الجيبية، وعليه فهي كمية جيبية معادلتها العامة هي :

$$\hat{أ}_ن \text{ تجب}\left(\frac{2\pi . ن}{د} ز + \varphi_ن\right) \qquad \hat{A}_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}\, t + \varphi_n\right)$$

وكل معادلة تُوافق هذه العبارة هي دالة أو إشارة جيبية نبضُها هو $\omega = \frac{2\pi ن}{د}$، أي أنّ ترددها هو $ن_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{ن}{د}$، حيث ن هو عدد حقيقي يشمل 1، 2، 3،...

وانطلاقا من هذا المفهوم، تُلاحظ من خلال معادلة مُتتاليات فورييه أنّ الدالة الدورية ع(ز) هي عبارة عن مجموع كميات جيبية مصحوبة بقيمة ثابتة تُمثل الكمية المستمرة.

لا تكون الكمية الدورية كمية متناوبة إلا بانعدام الكمية المستمرة، فتكون بذلك الكمية المتناوبة عبارة عن مجموع كميات جيبية تخلو تماما من الكمية المستمرة، وما الكمية المركبة إلاّ مجموع الكميات الجيبية الصافية فتكون بذلك كمية متناوبة خاصة.

عموما، الكمية المتناوبة غير مُتناظرة حول محور الزمن الأفقي، وكل كمية غير جيبية هي الإشارة التي لا يكون شكلها عبارة عن مسار منحنى الدالة الجيبية، ومن ذلك الإشارة المثلثة والمستطيلة مثلا.

4.3. وظيفة المرشح

انطلاقا من مُتتاليات فورييه، تُلاحظ أهم خاصّيات الدوال الجيبية التي وجب معرفتها وفهمها فهما عميقا. كل إشارة جيبية ذات تردد $ن_0$ يُمكن تحلُّلها إلى عدة إشارات جيبية صافية مختلفة المطال وذات ترددات $ن_0$، $2ن_0$، $3\,ن_0$،... قد تكون هذه الترددات مَصْدر تشويش تُعيق الجهاز أو الدارة على الاشتغال اللاّئق بهما، كما يُمكن أن تكون سبب تداخُل محطات البث الإذاعي أو التلفزيوني، ومن ذلك صُمِّمت دارة إلكترونية تضمن وظيفة المرشح.

يقتصر دور المَرَشّح أساسا على انتخاب مجموعة من الترددات دون أخرى لتفادي التشويش والتداخل، فيُصمَّم بحيث أنّ كل تردد غير مرغوب فيه يُمنع من تفاعُله مع الشبكة المدروسة حتّى لا يُحدث اضطرابا فيها.

يُمكن بواسطة المرشح انتخاب تردد أو مجموعة ترددات دون أخرى عبر المذياع أو التلفزة لانتقاء محطة البث التي تفضِّل برامجها، ومجموع الترددات المنتخَبة عبر المرشح تُدعى نطِاق الإمْرار (طالع الفصل 15).

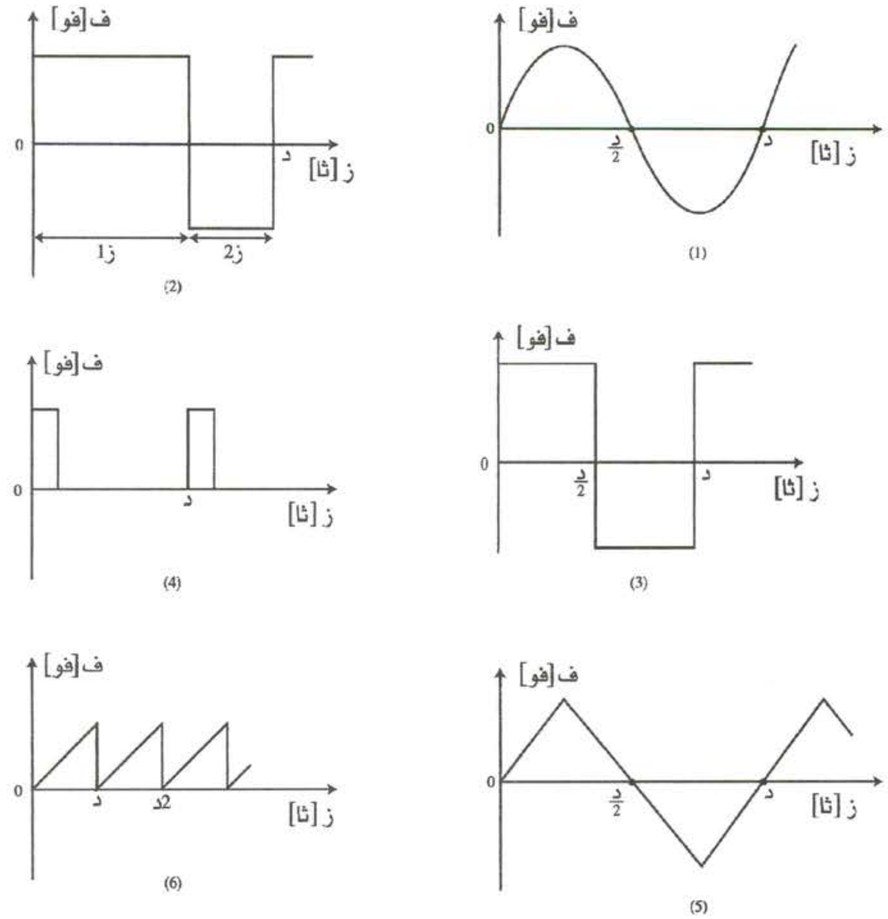
إنّ أغلب القوانين المستعملة في الكهرباء هي قوانين خطية، وتطبيقها على كمية دورية معيّنة يعني تطبيق هذه القوانين على كل توافُقي والذي يُمثِّل كمية جيبية صافية، ثُمَّ جمع النتائج المحصَّل عليها في شكل نتيجة وحيدة جامعة. لكن بالمقابل، احترس عندما تكون هذه القوانين غير خطية.

4. أنواع الإشارات

من خلال هذا الكتاب، سوف تلاحظ أنّ دراسة المواضيع والمفاهيم المختلفة مُقتصرة أساسا على الكميات الجيبية. لأن الجهود والتيارات في هذه الدراسة هي غالبا كميات جيبية. إلاّ أنّ النتائج المحصَّل عليها فهي مُتنوّعة الموجات، بمعنى أن شكل الإشارة المحصل عليها عبر قطبَي المخرج للدارة المدروسة ليس بالضروري إشارة جيبية، بل قد تختلف عنها تماما في الشكل.

إنّ تحديد شكل إشارة المخرج يتم بواسطة التصميم الأوّلي للدارة ومُكوِّناتها، إذ يرجع ذلك للهدف الذي من أجله رُكِّبت هذه الدارة. فبعض الدارات تمنح إشارات خاصة يظهر من خلال شكلها رسم منحنى شهير كالإشارة المربَّعة مثلا. في حين، قد تمنح هذه الدارات عبر قطبَي مخرجها إشارات مُتنوِّعة الأشكال.

وانطلاقا من هذا المفهوم، وجب أن تعرف أشهر الإشارات الدورية التي يكثُر تداوُلها في الدارات الإلكترونية.



الشكل 2. أنواع الإشارات الأساسية

– **الإشارة الجيبية** : وهي إشارة دورية والتي تتصرَّف تماما كدالة جيبية، فيظهر شكلها مُطابقا تماما لمسار مُنحنى الدالة الجيبية. ومن خلال الشكل 1.2، يتبين أن الإشارة الجيبية هي حالة خاصة للإشارة المتناوبة إذ تمتاز الإشارة الجيبية أن كلا النوبتَيْن، الموجبة والسالبة، متساويتان ومتناظرتان حول محور الفواصل وهو محور الزمن.

– **الإشارة المستطيلة** : وهي إشارة دورية (الشكل 2.2) تنحصر بين قيمتَيْن لا ثالث لهما، قد تُزاح كلية فوق محور الفواصل لتُصبح موجبة تماما فهي إشارة من نوع تيار وحيد الاتجاه، كما يُمكن أن تكون غير مُتناظرة حول محور الزمن فيسجل زيحان نحو الأعلى أو نحو الأسفل.

يُمكن للإشارة المستطيلة أن يتساوى فيها المجالان $ز_1$ و $ز_2$ لتُصبح إشارة مربعة أو ما يُعرف بإشارة مستطيلة متناظرة وهي الإشارة التي مثلت في الشكل 3.2، وبذلك تكون نسبة الدورة $\frac{ز_2}{ز_1}=1$.

وأما إن حدث وأن كانت هذه النسبة كبيرة تماما عن الوحدة $\left(\frac{ز_2}{ز_1}>>1\right)$، فالإشارة حينها تُعرف بالنابضة. وفي هذه الحالة هي موجبة تماما كما يوضحه الشكل 4.2، كما يمكن توليد نابضات سالبة.

– **الإشارة المثلثة** : وهي إشارة دورية خطية، تارة مُتزايدة وتارة مُتناقصة، مُتَبعة في ذلك تناسُب بين الجهد والزمن، وعليه فهي إشارة خطية (الشكل 5.2) لا يُشترط فيها تناظُرها حول المحور الأفقي الممثل للزمن.

– **إشارة سن المنشار** : إشارة دورية تُشبه إلى حد بعيد الإشارة المثلثة باعتبارها خطية، إلاّ أنّها غير مُتناقصة بحيث عند بُلوغ الجهد الأقصى الموجب تقفز مُباشرة نحو الصفر لتُعيد الكرة من جديد (الشكل 6.2). وفي الفصل 10 من الجُزء الرابع، تجد أحد تطبيقاها الشهيرة بشيء من التفصيل.

ملاحظة

هناك جهاز يُعرف بمُولد الإشارات، وهو جهاز يمكنه أن يمنح ثلاث إشارات بين قطبي مخرجه : المستطيلة المتناظرة (أي المربعة)، المثلثة والجيبية، وكل إشارة تمتاز بتردد يمسح المجال الممتد من 0,1 هرتز إلى غاية 10 ميغاهرتز. كما يمكن كذلك، ومن خلال مقياس كمون، التحكم في مطال هذه الإشارات وهو الذي يمتد عموما إلى غاية 10 فولط ذروة لذروة.

أعمال تطبيقية

تمرين

75 دورة من إشارة جيبية تستغرق 3 ثوان. كم هو تردد ودور الإشارة ؟

الجواب

تردد الإشارة الجيبية هو : ن$=\frac{75}{3}=25$ هرتز، وعليه فالدور هو

د = 0,04 ثا أو د = 40 مثا.

مسائل

1. عرف المطال. أذكر الفرق بينه وبين القيمة القصوى.

2. ما موقع الطور من الاختلال ؟ أذكر الفرق بينهما.

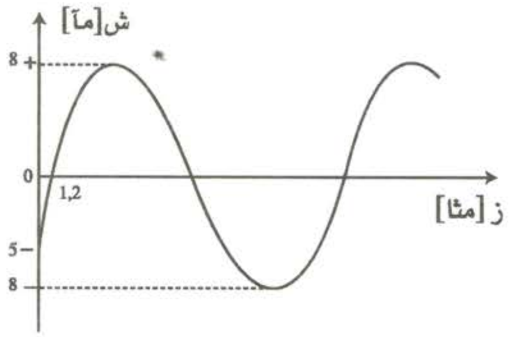
3. ما الفرق بين التردد الأساسي والترددات التوافقية ؟ اجتهد في ذكر السبب من دراستها.

4. ما الدافع إلى تسمية الإشارة المتناوبة بهذا الاصطلاح ؟ كيف تتصرف وما هو اتجاه التيار ؟ اشرح.

5. اجتهد في ذكر بعض الإشارات الدورية. فيما تتشابه وفيما تختلف ؟

6. موجة جيبية مُعادلتها ف=100 جب θ[فو]. أحسب الجهود المطابقة لأطوار 30°، 45°، 90°، 270°.

7. إشارة جيبية ش(ز) مُتغيِّرة بدلالة الزمن تَم رسمُها بالنظر إلى معادلتها، فنتج الشكل 3.



الشكل 3. المسألة 7

1. استخرج مطال الإشارة الجيبية من المنحنى.

2. أحسب طَوْر الإشارة φ.

3. كم هو النبض ω ؟ استنبط التردد ن والدور د.

4. أكتب معادلة الإشارة الجيبية.

8. معادلة تيار متناوب جيـــبي بدلالة الزمن تُكتب على الشكل التالي :

ش = 10 جب (6 280 ز) **i = 10 sin (6 280 t)**

حيث ش [مآ] وز[ثا]. استخرج المطال، التردد، الدور، النبض، والصفحة الابتدائية.

9. لتكن الشدة المعرَّفة بالمعادلة التالية، حيث ش[آ] و ز[ثا] :

$$ش = 0,5 \text{ تجب} \left(60 \text{ ز} - \frac{\pi}{2}\right) + 0,8 \text{ تجب} (60 \text{ ز})$$

$$i = 0,5 \cos\left(60t - \frac{\pi}{2}\right) + 0,8 \cos(60 t)$$

1. ما طبيعة هذه الشدة ؟ استخرج النبض وأستنبط الدور والتردد.

2. أكتب الشدة المتغيِّرة في شكل معادلة عامة. كم هي الصفحة الابتدائية إذا كان مطالها $\hat{ش} = 0,943$ أمبير ؟

3. أكتب معادلة الشدة.

10. أرسم المنحنى الذي يُمثِّل تيارا جيبيا مطاله 20 أمبير وتردده 25 هرتز، مع العلم أنّ ش = 20 أمبير عند اللحظة ز = 0. أحسب النبض.

11. يُطبَّق عبر مقاومة م = 50 Ω جهد متناوب دوره 5 مثا، بحيث لمدة دورة كاملة يتزايد الجهد خطيا من صفر إلى +100 فو ثُم يعود فجأة إلى الصفر.

1. أرسم الإشارة المطبَّقة. ما اسمها ؟

2. كم هو تردد هذه الإشارة ؟

3. أرسم شكل إشارة التيار العابر لهذه المقاومة.

4. أرسم المنحنى عه(ز).

الفصل 8

القيم الجيبية

تُعرف الإشارة المستمرة (الجهد أوالتيار) بثُبوت قيمها مهما مرّ من الزمن، بينما الإشارة الجيبية تأخذ قيما مختلفة تُعاد بمُرور فترات زمنية متساوية. فبفعل عامل الزمن، وجب أن ندرس كل القيم الخاصة والتي يكثُر استعمالها عند دراسة الإشارة الجيبية.

1. عموميات

تمتاز الإشارة المتناوبة بتأثُّرها بمُرور الزمن، إذ تختلف قيمها عن بعضها البعض باختلاف لحظة القياس، ومن ذلك وجب تحديد نوع القيمة المرغوب فيها.

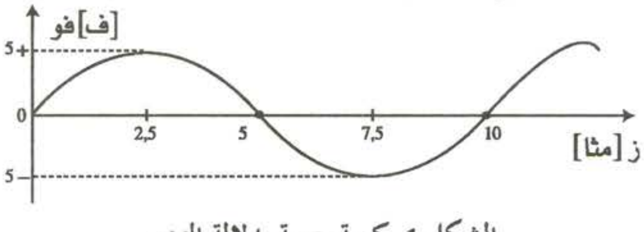
إنّ دراسة الدارات ذات التيار المتناوب تقتصر دوما على التيار الجيـــبي باعتبار أنّ الإشارة الجيبية هي حالة خاصة للتيار المتناوب، لأنّ الدارات ذات التيار الجيـــبي تمتاز بسُهولة التعامُل معها بالإضافة إلى أنّ مخرج مثل هذه الدارات يمنح غالبا تغيُّرات جيبية، كما أنّه يُمكّن من حساب الطور لأنّ الدالة الجيبية تنجم عن حركة دائرية تستغرق 2π راديان ($360°$).

إلاّ أنه لكل قاعدة شواذ، فهناك بعض الدارات تمتاز بأنّها تمنح إشارات تختلف تماما عن الإشارة الجيبية، حتّى وإن قُذف بهذه الأخيرة عبر قطبَي مدخل الدارة. ومن الإشارات غير الجيبية، الإشارة المثلثة والإشارة المربَّعة مثلا. ولعلّ ما سيتبع يكون أهم ميزات الإشارة الجيبية عن غيرها، وفي ذلك دراسة إشارة الشكل 1.

2. القيمة اللحظية

القيمة اللحظية لكمية مُعيّنة هي الميزة التي تختصُّ بها هذه الكمية المدروسة في لحظة زمنية مُحدَّدة، فالقيمة اللحظية هي قيمة الإشارة المتغيِّرة بدلالة الزمن مُسجَّلة في لحظة مُحدَّدة من الزمن. عادة تُمثَّل بالحرف فَ[1] في حالة الجهد، وشَ في حالة التيار.

كتوضيح لماهية القيمة اللحظية، إليك هذا المثال المطابق للشكل 1 والذي يُمثِّل كمية جيبية يُمكن أن تكون جهدا أو تيارا، ولنفرض أنّها جهدا جيبيا.



الشكل 1. كمية جيبية بدلالة الزمن

القيمة اللحظية للجهد الجيــبي عند الزمن ز = 0 هي فَ = 0، أو تسجيلها عند الزمن ز = 2,5 مثا يُعطينا قيمة لحظية تُعادل فَ = +5 فولط.

1. كل كمية مرفوقة بفتحة، تُعبّر غالبا عن القيمة اللحظية لهذه الكمية... إلا ما يُنبّه لغير ذلك. وأعترف أنه ترميز ضعيف، إلا أن السبب يعود لعجزي في إيجاد طريقة للتفريق بين الحروف لما يقابل الحروف اللاتينية من Minuscule و Majuscule.

وكذلك الحال بالنسبة للزمن ز = 7,5 مثا إذ الجهد اللحظي هو فَ = -5 فولط، كما أنّ الجهد اللحظي يُعدم مَرَّة أخرى (فَ = 0) في اللحظة الزمنية ز = 5 مثا وأخرى في ز = 10 مثا.

إذن الجهد اللحظي فَ هو تسجيل قيمة الإشارة المدروسة في لحظة زمنية مُحدَّدة بدقة، وكذلك الحال بالنسبة للقيمة اللحظية للتيار الجيـــبي، وتُدعى التيار اللحظي شَ.

3. القيمة القصوى

القيمة القُصْوى هي القيمة العُظمى التي يُمكن لكمية جيبية أن تبلُغها، وهي تُدعى كذلك بقيمة الذّروة. ومن هنا، تُلاحظ أنّها تُساوي المطال في مثل هذه الكميات.

القيمة القصوى الموجبة هي أكبر قيمة موجبة تُسجِّلها الإشارة في لحظة زمنية مُحدَّدة، في حين القيمة القصوى السالبة هي أبعد قيمة عن الصفر من محور الزمن التي يُمكن لإشارة مُتغيِّرة بدلالة الزمن أن تُسجِّلها.

أما إذا تعلّق الأمر بكمية جيبية، وهي موضوع دراستنا هذه، فإنها إشارة متناظرة حول محور الزمن، ولذلك فإن هاتَيْن القيمتَيْن القصوتين تكونان مُتساويتَيْن بقيمة مطلقة لكن بإشارتين مختلفتَيْن، إحداهما سالبة والأخرى موجبة.

غالبا ما يُشار لقيمة الذروة بالرمز فْ إذا تعلّق الأمر بالجهد، أو بالرمز شْ في حالة التيار. ففي الشكل 1، القيمة القصوى الموجبة هي

قيمة الذروة وهي كذلك المطال والتي تُعادل $\hat{ف}$ = +5 فولط، وأما القيمة القصوى السالبة فتُعادل -5 فولط والتي يُمكن كتابتها في شكل المعادلة : - ($\hat{ف}$) = -5 فولط.

4. القيمة ذروة لذروة

القيمة من الذرْوَة إلى الذروة، أو اختصارا القيمة ذَرْوَة لذروة، لإشارة مُعيّنة هي مجموع تغيُّر الكمية المدروسة بين القيمة القصوى الموجبة والقيمة القصوى السالبة.

وعليه ففي حالة الإشارة الجيبية، فإنّ القيمة ذروة لذروة للكمية الجيبية هي مجموع تغيُّرات الجهد أو التيار بين قيمة الذروة الموجبة وقيمة الذروة السالبة، وبذلك فهي :

$$ف_{ذذ} = \hat{ف} - (-\hat{ف}) = 2\hat{ف} = 2ف_{ذ}$$

$$V_{PP} = \hat{V} - (-\hat{V}) = 2\hat{V} = 2V_{P}$$

أو : $ش_{ذذ} = \hat{ش} - (-\hat{ش}) = 2\hat{ش} = 2ش_{ذ}$ $\qquad I_{PP} = \hat{I} - (-\hat{I}) = 2\hat{I} = 2I_{P}$

وعليه فإنّ القيمة ذَرْوَرة لذروة للإشارة الجيبية هي ضِعف قيمة الذروة أو المطال.

ومن خلال الشكل 1 يُمكن استخراج القيمة ذروة لذروة، فلو تعلّق الأمر بالجهد الجيـــبي فإنّ الجهد ذروة لذروة هو :

$$\text{ف}_{\text{ذذ}} = 2\,\hat{\text{ف}} = 2\,\text{ف}_{\text{ذ}} = 10\ \text{فولط} \qquad V_{PP} = 2\,\hat{V} = 2\,V_P = 10\ \text{volts}$$

5. القيمة المتوسطة

القيمة المتوسِّطة خلال مجال مُعيَّن من الزمن تُمثِّل مُتوسِّط أو مُعدَّل القيم المأخوذة لكمية معيّنة خلال هذا الزمن، ويُشار لها عادة بالرمز $\overline{\text{ف}}$ عندما يتعلّق الأمر بالجهد أما في حالة تيار فيُشار لها بالرمز $\overline{\text{ش}}$ ، وتُقرأ الجهد المتوسِّط $\overline{\text{ف}}$ أو الشدة المتوسِّطة $\overline{\text{ش}}$.

بصفة عامة، كل كمية أيّا كانت فإنّ الخط الأفقي فوق رمز هذه الكمية يعني مُتوسِّط هذه الكمية، فالكتابة $\overline{\text{عه}}$ تعني الاستطاعة المتوسِّطة.

القيمة المتوسِّطة، ولتكن الجهد المتوسِّط مثلا، المحسوبة بين لحظتَيْن من الزمن ز_1 و ز_2 هي :

$$\overline{\text{ف}} = \frac{1}{\text{ز}_2 - \text{ز}_1} \int_{\text{ز}_1}^{\text{ز}_2} \text{فَ}\ \text{تفاز} \qquad \overline{V} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v\ dt$$

حيث فَ هي القيمة اللحظية للكمية المدروسة ألا وهي الجهد. فإن تعلّق الأمر بجهد دوري ذي دور د، فإنّ الجهد المتوسِّط المأخوذ لمجال زمني قدرُه دور د هو :

$$\overline{\text{ف}} = \frac{1}{\text{د}} \int_{0}^{\text{د}} \text{فَ}\ \text{تفاز} \qquad \overline{V} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} v\ dt$$

ونفس النتيجة يُمكن استخراجها للتيار المتوسِّط. ومن هنا نستخلص أنّ الشدة المتوسِّطة لتيار دوري ما هي إلاّ شدة تيار مستمر، يَحمل نفس كمية الكهرباء التي يحملها التيار الدوري وخلال نفس المدة الزمنية.

وحين يتعلق الأمر بإشارة جيبية كالتي مُثلث في الشكل 1، إذ تحتوي على قيم لحظية موجبة خلال النوبة الموجبة، وأخرى قيم لحظية سالبة خلال النوبة السالبة. فالإشارة الجيبية مُتناظرة حول المحور الأفقي، وبذلك فالقيمة المتوسِّطة لكمية جيبية خلال دور كامل تُعادل الصفر، نظرا لتساوي النوبتَيْن. وبالتالي مجموع القيم اللحظية - السالبة منها والموجبة - يؤدي إلى تعادُلهما، وبذلك فالقيمة المتوسِّطة معدومة. أما القيمة المتوسطة لكمية جيبية خلال مدة نصف دور، أي لنوبة موجبة فقط، كالجهد المتوسط مثلا، فهي :

$$\overline{V} = \frac{2}{\pi}\hat{V} = 0,637 \text{ x } \hat{V} \qquad \overline{\text{ف}} = \frac{2}{\pi}\hat{\text{ف}} = 0,637 \times \hat{\text{ف}}$$

والشدة المتوسطة خلال نصف دور كذلك هي :

$$\overline{I} = \frac{2}{\pi}\hat{I} = 0,637 \text{ x } \hat{I} \qquad \overline{\text{ش}} = \frac{2}{\pi}\hat{\text{ش}} = 0,637 \times \hat{\text{ش}}$$

ما يُلاحظ في المخابر أنّ التيار المستمر والتيار المتناوب يتسبَّبان معا في ظاهرة جول، فبالنظر إلى الطاقة الكهربائية المبدَّدة في شكل حرارة داخل مقاومة معيّنة، يُمكن الجزم بأنّ التيار المتناوب الدوري يُمكن

استبداله بتيار مستمر، وذلك لنوع خاص من القيم الجيبية والمعروفة بالشدة الناجعة.

6. القيمة الناجعة

القيمة الناجعة لكمية مُعيّنة، ولتكن الجهد مثلا، خلال مدة زمنية محصورة بين ز$_1$ وز$_2$ تُكتب في العلاقة العامة التالية :

$$\overline{\text{ف}} = \frac{1}{\text{ز}_2 - \text{ز}_1} \int_{\text{ز}_1}^{\text{ز}_2} \text{فَ تفاز} \qquad V_{rms} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v^2 \, dt$$

حيث ف$_\circ$ هو الرمز المصطَلح عليه لتمثيل الجهد الناجع[1]، وبذلك يكون الرمز ش$_\circ$ يُمثِّل الشدة الناجعة. بينما فَ يُمثِّل الجهد اللحظي.

من خلال الدراسات السابقة، تعلم أنّ الجهد المستمر بين قطبَي مقاومة يُوَلِّد حرارة تكون ناجمة عن تحويل الطاقة الكهربائية، وهو الشيء المماثل تماما لما يحدُث مع جهد متناوب. وعليه، فالقيمة الناجعة للتيار الدوري تُعرّف على أنّها الشدة المستمرة المولّدة لنفس كمية الحرارة المنتشرة عندما تعبُر نفس المقاومة خلال نفس المدة الزمنية.

بعبارة أخرى، الجهد الناجع هو ذلك الجهد المستمر الذي يُولد نفس الكمية من الحرارة لإشارة دورية، أي القيمة الناجعة للتيار المتغيِّر بدلالة الزمن هي الشدة الناجعة التي لابُد على التيار المستمر أن يُعادلها

1. كلمة ناجع هي مرادف اصطلاحي للمعنى الإنجليزي "جذر متوسط المربع" الذي يقابل Root Mean Square = rms

لكي يُوَلد في نفس المقاومة نفس الكمية من الحرارة خلال نفس المدة الزمنية لعبور الشحنات الكهربائية.

عندما يتعلّق الأمر بكمية جيبية، ويُفترض أنّ مجال الزمن المدروس يُعادل دورا كاملا د أو أيّ عدد صحيح من الأدوار، فإنّ حل المعادلة السابقة يُؤدي إلى استخراج القيمة الناجعة للجهد والمعرَّفة بالعلاقة التالية :

$$V_{rms} = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}} \qquad\qquad ف_{\circ} = \frac{\hat{ف}}{\sqrt{2}}$$

حيث $\hat{ف}$ هو المطال أو جهد الذروة للكمية الجيبية ذات الصيغة العامة :

$$v = \hat{V}\ \sin(\omega\ t + \varphi) \qquad\qquad ف` = \hat{ف}\ جب\ (\varphi + ز\,\omega)$$

7. الاستطاعة داخل المقاومة

1.7. الاستطاعة اللحظية

الاستطاعة هي سرعة استهلاك الطاقة أو تحويلها من وجه إلى آخر. بعبارة أخرى، الاستطاعة ببساطة هي سُرعة القيام بعمل. وبذلك فصيغتها هي :

$$P = \frac{W}{t} \qquad\qquad عه = \frac{عم}{ز}$$

$$P = \frac{W}{q} \times \frac{q}{t} \qquad\qquad أو :\ عه = \frac{عم}{ك} \times \frac{ك}{ز}$$

وعليه فهي : **عه = ف × ش** $\mathbf{P = V\,.\,I}$

الجهد والتيار يُمكن كتابتهما في عدَّة صيغ تكون عادة مُترابطة فيما بينها، كصياغة القيمة الناجعة بدلالة قيمة الذروة. وباعتبار أنّ الاستطاعة هي جداء الجهد في الشدة، فالاستطاعة إذن يُمكن استخراج قيمها المتنوِّعة، وهو موضوع فقرتنا هذه.

تُعرَّف الاستطاعة اللحظية من خلال المعادلة التالية :

عهَ = فَ × شَ $\mathbf{p = v\,.\,i}$

حيث :

– فَ هو الجهد اللحظي ووِحدته الفولط : فَ [فو].

– شَ هي الشدة اللحظية ووِحدتها الأمبير : شَ [آ].

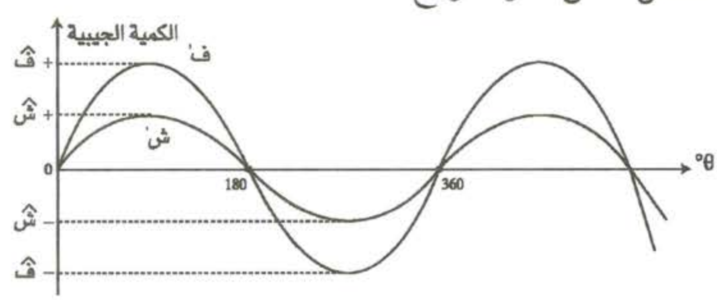
للحظة زمنية مُحدَّدة بدقة يُحسب الجهد اللحظي فَ والشدة اللحظية للتيار شَ، ويكون جداء الضرب لهاتَيْن القيمتين اللحظيتَيْن هو الاستطاعة اللحظية عهَ المسجَّلة لنفس اللحظة الزمنية التي قيست فيها الكميتان فَ وشَ، وتكون وحدة قياس الاستطاعة اللحظية عهَ هي الواط.

وعندما يتعلّق الأمر بدارات ذات إشارات متناوبة فإن فَ وشَ يُعتبران دالتَيْن جيبيتَيْن، وعليه فالاستطاعة اللحظية عهَ في تغيُّر مُتواصل لمدة دَوْرة كاملة، باعتبار أنّه خلال الدور د الجهد اللحظي فَ والشدة اللحظية شَ يأخذان قيما تختلف عن سابقاتها بتقدُّم الزمن عبر الدور الواحد.

إذن كخلاصة للمقالة، نقول أنّ الاستطاعة اللحظية للحظة زمنية مُعيّنة هي جداء الجهد لهذه اللحظة في شدة التيار لنفس اللحظة الزمنية.

2.7. الاستطاعة المتوسطة

الاستطاعة المتوسِّطة هي متوسِّط أو مُعدَّل الاستطاعة اللحظية خلال دورة كاملة. وتبدو أنّها ذات منفعة أكبر من الاستطاعة اللحظية، باعتبار أنّها تُحسب جُمْلة، زيادة على سُهولة قياسها بجهاز خاص هو الواطمتر أو مقياس الواط، وهو الموضوع الذي عُولج من خلال الفصل 8 من الجزء الرابع.



الشكل 2. تطابق الطور بين الجهد والتيار لدارة مقاومة

في حالة الدارات المقاوِمة، الجهد الجيبي والتيار الجيبي متطابقا الطور إذ لا فرق في الزاوية بينهما، بمعنى أنّ الاختلال $\Delta\varphi$ معدوم (الشكل 2). إذا اعتبرنا أنّ الجهد الجيبي عبارته هي :

$$ف = \hat{ف}\ جب\ \theta \qquad\qquad v = \hat{V} . \sin\theta$$

والتيار الجيبـــي المطابق له في الدارة المقاومة عبارته هي :

$$i = \hat{I} \,.\, \sin\theta \qquad\qquad \text{ش}` = \hat{\text{ش}} \,.\, \text{جب}\ \theta$$

وباعتبار أنّ الاستطاعة اللحظية ما هي إلاّ جداء الكميتَيْن الجيبيتَيْن، إذن :

$$p = v \,.\, i \qquad\qquad \text{عهَ} = \text{فَ} \,.\, \text{شَ}$$

وعليه تُكتب المعادلة التالية :

$$p = \left(\hat{V} \sin\theta\right)\left(\hat{I} \sin\theta\right) \qquad\qquad \text{عهَ} = \left(\hat{\text{ف}}\ \text{جب}\ \theta\right)\left(\hat{\text{ش}}\ \text{جب}\ \theta\right)$$

ومن ثَم :

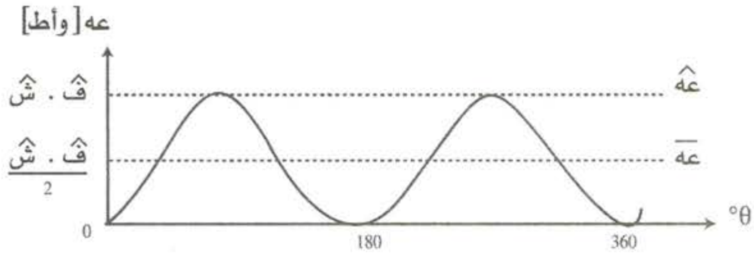
$$p = \hat{V}\ \hat{I}\ \sin^2\theta \qquad\qquad \text{عهَ} = \hat{\text{ف}}\ \hat{\text{ش}}\ \text{جب}^2\ \theta$$

علما أنّ :

$$\sin^2\theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\theta) \qquad\qquad \text{جب}^2\ \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ \text{تجب}\ (2\theta)$$

فعبارة الاستطاعة اللحظية تُصبح في الشكل التالي :

$$p = \frac{\hat{V}\ \hat{I}}{2}(1 - \cos 2\theta) \qquad\qquad \text{عهَ} = \frac{\hat{\text{ف}}\ \hat{\text{ش}}}{2}\left(1 -\ \text{تجب}\ 2\theta\right)$$



الشكل 3. الاستطاعة اللحظية لمقاومة.

فينتُج عن هذه المعادلة الأخيرة أنّ الاستطاعة اللحظية عهَ دوما موجبة والشكل 3 يُوَضِّح ذلك عندما تُحمل الاستطاعة اللحظية على مَعْلم مُتعامِد، إذ تُلاحظ أنّها تتغيّر باتباع دالة جيبية، أدنى قيمة لها الصفر وأما القيمة القصوى فهي $\hat{ف} \times \hat{ش}$. وبذلك تكون الاستطاعة المتوسِّطة خلال دَوْرة كاملة تُعادل :

$$\overline{عه} = \frac{\hat{ف} \times \hat{ش}}{2} \qquad \overline{P} = \frac{\hat{V} \, x \, \hat{I}}{2}$$

8. علاقة القيم الناجعة بالذروات

عند هذا المستوى المتقدِّم تدريجيا، سنُحاول بعون الله تعالى، تبيان العلاقة الجامعة بين القيم الناجعة وقيم الذروات، وبالتالي استخراج الاستطاعة المتوسِّطة بدلالة القيم الناجعة.

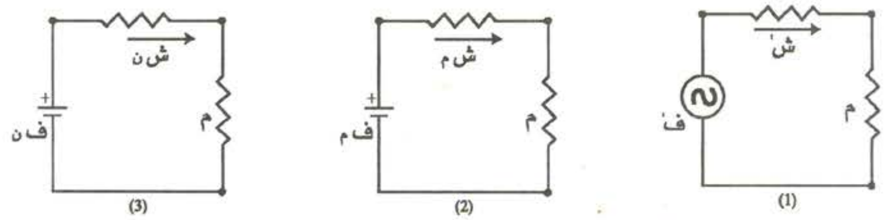
1.8. الاستطاعة المستمرة

الجهد الناجع هو الجهد المستمر الذي يُوَلِّد نفس الاستطاعة المتوسِّطة، فمثلا الاستطاعة المتوسطة داخل المقاوَمة م من الشكل 1.4 هي كالتالي :

$$\overline{عه} = \frac{\hat{ف} \times \hat{ش}}{2} \qquad \overline{P} = \frac{\hat{V} \, x \, \hat{I}}{2}$$

وعلما أنّ :

$$\hat{\text{ش}} = \frac{\hat{\text{ف}}}{\text{م}} \qquad\qquad \hat{I} = \frac{\hat{V}}{R}$$



الشكل 4. استخراج الاستطاعة بدلالة القيم الناجعة

فإنّ الاستطاعة المتوسِّطة يُمكن كتابتها على الشكل التالي :

$$\overline{\text{عه}} = \frac{\hat{\text{ف}}^2}{2\text{م}} \qquad\qquad \overline{P} = \frac{\hat{V}^2}{2R}$$

في الشكل 2.4، منبع الجهد المستمر (البطارية) $\text{ف}_{\text{م}}$ يُولد الاستطاعة المستمرة $\text{عه}_{\text{م}}$، حيث :

$$\text{عه}_{\text{م}} = \frac{\text{ف}_{\text{م}}^2}{\text{م}} \qquad\qquad P_{DC} = \frac{V_{DC}^2}{R}$$

والحرف "م" في رمز جهد البطارية $\text{ف}_{\text{م}}$، أو الاستطاعة المستمرة $\text{عه}_{\text{م}}$، يرمز للكمية المستمرة.

2.8. العلاقة التربيعية

إذا كانت الاستطاعة المستمرة $\text{عه}_{\text{م}}$ تُساوي الاستطاعة المستمرة المتوَلِّدة عن مُوَلد جيبـــي $\hat{\text{ف}}$، فإنّ الجهد المستمر يُدعى الجهد الناجع ويُرمز له $\text{ف}_{\text{ن}}$ كما هو مُوَضَّح على الشكل 3.4، في هذه الحالة نكتب :

$$ع\text{ه}_م = \frac{ف_ه^2}{م} \qquad P_{DC} = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

$$إذن : \frac{ف_ه^2}{م} = \frac{\hat{ف}^2}{2م} \qquad \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{\hat{V}^2}{2R}$$

إذا اختزلنا وأخذنا جذع تربيع كل طرف فسنحصل على العلاقة التالية :

$$ف_ه = \frac{\hat{ف}}{\sqrt{2}} \qquad V_{rms} = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}}$$

$$وعليه : \hat{ف} = \sqrt{2} . ف_ه \qquad \hat{V} = \sqrt{2} . V_{rms}$$

وهكذا نكون قد أثبتنا بأنّ القيمة الناجعة تُساوي جداء العدد 0,707 ضرب القيمة القُصوى أو المطال. وبنفس الطريقة يُمكن البرهنة على أنّ :

$$ش_ه = \frac{\hat{ش}}{\sqrt{2}} \qquad I_{rms} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

إذن يُمكن كتابة المعادلة الأولى للاستطاعة المتوسِّطة على الشكل التالي :

$$\overline{ع\text{ه}} = \frac{\hat{ف}}{\sqrt{2}} \times \frac{\hat{ش}}{\sqrt{2}} \qquad \overline{P} = \frac{\hat{V}}{\sqrt{2}} x \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة، يُمكننا كتابة ما يلي :

$$\overline{ع\text{ه}} = ش_ه . ف_ه \qquad \overline{P} = V_{rms} \cdot I_{rms}$$

أي أنّ الاستطاعة المتوسِّطة هي عبارة عن جداء الضرب للقيمتَيْن الناجعتَيْن للشدة في الجهد.

9. قياس الإشارة المتناوبة

مثله مثل التيار المستمر، فإنّ التيار المتناوِب يُمكن قياسه بواسطة الأمبيرمتر، إلاّ أنه في هذه الحالة يكون أمبيرمتر مُتناوب، الذي يقيس شدة التيار بواسطة عملية إلكترونية تُعرف بالتقويم.

وباعتبار أنّ الشدة الناجعة هي التي تُولد نفس كمية الحرارة للتيار المستمر، فإنّ الجهاز يسمح بقراءة للشدة الناجعة على سُلَّم مُرَقَّم. وكذلك الحال بالنسبة للفولطمتر المتناوب، حيث قراءاته على السلم تُوافق الجهد الناجع، وفي الفصل 7 من الجزء الرابع تصميم وكيفية اشتغال مثل هذا الجهاز.

كما أن هناك جهاز آخر يُستعمل لقياس التيار المتناوب أو الجهد المتناوب، إلاّ أنّه يُوضّح القياس الكهربائي في شكل صورة ضوئية تُشير إلى شكل الإشارة المتناوبة المقاسَة، فيظهر من خلال شاشة هذا الجهاز مَسار مُنحنى هذه الإشارات : إنّه راسم الاهتزازات. ولمزيد من المعرفة والإستيعاب، تجد في الفصول 10، 11 و12 من الجُزء الرابع تفصيل هذا الجهاز وكيفية اشتغاله.

يُوضع راسم الاهتزازات بين قطبَي مقاومة م تنتمي إلى دارة مُعيّنة ذات تغذية متناوبة حتى يبدو للعيان الجهد فَ المتأمَّل بين قطبَي هذه المقاوَمة. هذه طريقة أولى، كما يُمكن إظهار شكل التيار العابر لهذه المقاوَمة. كيف ذلك ؟

تعلم أنّ الجهد فَ مُتناسب طردا مع شدة التيار شَ العابر للمقاومة م، وما يبدو على الشاشة هو شكل الجهد فَ لسُلَّم مُعيِّن ومُحدَّد، وبمعرفة المقاومة م والقياسات اللحظية للجهد فَ يُمكننا استنتاج قيم الشدة شَ لكل لحظة من الزمن.

هذا النوع من راسمات الاهتزاز يُدعى راسم الاهتزازات وحيد المخَّط، وذلك لاحتواءه على قناة وحيدة. وهناك نوع أخر يحتوي على قناتين أي مَقبسَيْن للمدخل، إذ في كل مَدْخل يُمكن تطبيق إشارة جهد، وهكذا يُمكن ملاحظة منحنيَيْن في نفس الشاشة، إنّه راسم الاهتزازات ثُنائي المخَّط.

بمثل هذا الجهاز، يُمكن إظهار جهد بين قطبَيْن لدارة مُعيَّنة مع إظهار في نفس الوقت التيار العابر لهذه الدارة. ومن ذلك توضيح الاختلال أو الإنزياح الموجود بين الجهد والتيار لنفس الدارة.

أعمال تطبيقية

تمرين

يُنعش تيار دوري بحركة خطية جيبية معادلتها هي :

ش` = 5 جب $\left[(20 \text{ ز} + 1)\ \frac{\pi}{6}\right]$

$$i = 5 \sin\left[(20\ t + 1)\ \frac{\pi}{6}\right]$$

حيث شَ [مآ] وز[ثا].

1. أحسب مطالها، نبضها، دورها، وصفحتها الابتدائية.
2. يُغيّر الزمن من 0 إلى د. كم هي قيمة الزمن عندما تكون الشدة شَ :

– قصوى موجبة ؟

– تُعادل نصف المطال ؟

3. أرسم المنحنى البياني لمسار هذه الشدة شَ المتغيِّرة بدلالة الزمن ز.

الجواب

معادلة الحركة هي على الشكل التالي :

ش` = شْ جب (ω ز + φ) $\qquad\qquad i = \hat{I} \sin(\omega\ t + \varphi)$

بمعنى ش` = 5×10^{-3} جب $\left(\frac{20\pi}{6} \text{ ز} + \frac{\pi}{6}\right)$ حيث شَ [آ] وز[ثا].

1. إذن مطال الحركة : هو $\hat{ش} = 5 \times 10^{-3}$ آ $= 5$ مآ.

نَبْضُها هو : $\omega = \frac{20\pi}{6}$ راديان/ثانية.

دروها هو : $د = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} \times 6 = 0{,}6$ ثانية.

صفحتها الابتدائية هي : $\varphi = \frac{\pi}{6}$ راديان.

2. مجال الزمن يمتد من 0 إلى د، وعليه :

– القيمة القصوى الموجبة هي المطال $\hat{ش}$، أي :

ش` = $\hat{ش}$ جب $\left(\frac{20\pi}{6}\text{ ز} + \frac{\pi}{6}\right) = \hat{ش}$، لأنّ الشدة قُصوى موجبة.

إذن : جب $\left(\frac{20\pi}{6}\text{ ز} + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

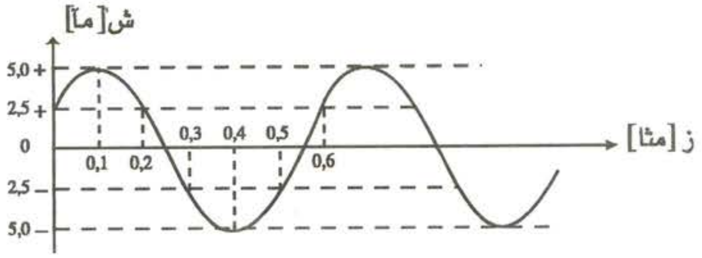
حيث : جب $\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

وعليه : $\frac{20\pi}{6}\text{ ز} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

إذن : $\frac{20\pi}{6}\text{ ز} = \frac{\pi}{3}$

أو : $\text{ز} = \frac{6\pi}{3(20\pi)} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ ثانية.

وعليه في اللحظة ز = 0,1 ثانية تكون الشدة قُصوى موجبة، أي $\hat{ش} = 5$ مآ.



الشكل 5. التمرين المحلول

- بنفس الطريقة يستخرج الزمن عندما ش` $= \frac{\hat{ش}}{2} = 2{,}5$ مآ، أي :

$$\text{جب}\left(\frac{20\pi}{6} \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

حيث : جب $\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ أو جب $\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

إذن ز = 0 أو ز = 0,2 ثانية.

بمعنى أنّ الشدة تكون نصف المطال مَرَّتَيْن خلال دَوْرة كاملة، أي عند الانطلاق (ز = 0) تكون الشدة ش` $= \frac{\hat{ش}}{2}$، ثم تُسجَّل مرة ثانية عند اللحظة ز = 0,2 ثانية.

3. ومن خلال ما تقدّم من نتائج، يُستخرج المنحنى البياني لهذا التيار، وذلك برسم النقاط المعروفة للشدة في اللحظات ز = 0، ز = 0,1 ثا، ز = 0,2 ثا، ز = 0,3 ثا، ز = 0,6 ثا.

المسائل

1. ما الفرق بين المفاهيم التالية مع ذكر خاصياتها : المطال، القيمة القصوى، القيمة الذروة، والقيمة ذروة لذروة ؟

2. لم تُعدم القيمة المتوسِّطة خلال دورة كاملة للتيار المتناوب ؟ اشرح.

3. ما هو الشرط المُقيّد في تطبيق العلاقة التربيعية التالية :

القيمة الناجعة = 0,707 × القيمة القصوى ؟ إشرح.

4. ماذا تُقابل القيمة الناجعة عند التيار المستمر ؟ ما وجه التشابُه بين القيمة الناجعة والقيمة المتوسِّطة ؟ اشرح.

5. ماذا تُمثِّل الاستطاعة المتوسِّطة بالنسبة للاستطاعة اللحظية ؟ اشرح.

6. أرسم دورتَيْن كاملتَيْن لإشارة جيبية حيث المطال 2 فو وترددها 1000 هرتز. كم هو دورها ؟ أعد الكرة لإشارة مثلثة.

7. كم هي الزاوية، بالراديان والدرجات، المطابقة لكل من دورة، نصف دورة، ربع دورة، ثلاث أربع دورة ؟

8. القيمة العظمى لإشارة جيبية هي 1 فو. فكم هي القيمة المتوسِّطة، القيمة الناجعة والقيمة ذروة لذروة ؟

9. كم هو مطال التيار العابر للمقاومة م = 10 Ω من الشكل 2.4، إذا كان المنبع جهده اللحظي فَ = 12 جب θ [فو] ؟

10. استخرج القيمة القصوى، القيمة ذروة لذروة، والقيمة الناجعة لكل من الإشارتَيْن المُوَضَّحتَيْن في الشكل 2 إذا فرضنا أنّ فْ = 16 فو شْ = 500 مآ.

11. ما هي معادلة تيار متناوب، طَوْره معدوم، تردده 1000 هز وشدته الناجعة 35,4 ميلي أمبير ؟ استخرج دوره.

12. الشدة المتوسِّطة لتيار متناوب جيـــبي هي 41,4 مآ.

1. أحسب الشدة الناجعة $ش_ه$.

2. استنبط معادلته إن كان دوره يُعادل 8×10^{-4} ثا وصفحته الابتدائية معدومة.

13. تيار متناوب جيـــبي معادلته :

$$\text{ش} = 15 \text{ جب} (15708 \text{ ز}) [\text{آ}] \quad i = 15 \sin(15708\ t)[A]$$

1. استخرج النبض ω، الدور د والتردد ن.

2. أحسب الشدة القصوى $\hat{ش}$. استنبط الشدة الناجعة $ش_ه$ والشدة المتوسِّطة $\overline{ش}$ لنوبة موجبة.

14. يمنح مُوَلد إشارات جهدا متناوبا جيبيا، قيمته القصوى 60 فولط وتردد 1000 هرتز.

1. أرسم الإشارة الملاحظ عبر قطبي المولد.

2. استخرج دوره وجهده الناجع.

15. الشدة الناجعة لتيار متناوب جيـــبي هي 5 أمبير.

1. أحسب الشدة القصوى لهذا التيار.

2. تردد هذا التيار هو 50 هرتز، والشدة تنعدم في اللحظة ز = 0 عندما يمر التيار من الاتجاه السالب نحو الاتجاه الموجب. أكتب معادلة الشدة بدلالة الزمن.

3. احسب الشدة اللحظية عند اللحظة $ز = \frac{د}{6}$.

16. لتكن شدة التيار المتناوب المعرَّفة كالتالي حيث ز[ثا] وش [مآ] :

$$ش = 200\ جب\left(628\ ز + \frac{\pi}{3}\right) \quad i = 200 \sin\left(628\ t + \frac{\pi}{3}\right)$$

1. استخرج التردد، الدور، الشدة المتوسِّطة، الشدة الناجعة، الصفحة الابتدائية.

2. استخرج الزمن الذي تُسجَّل فيه الشدة القصوى لأوَّل مَرَّة.

الفصل 9

تمثيل فريزنال

فريزنال (Augustin Jean FRESNEL : 1788-1827) عالم فيزيائي فرنسي أهتم بدراسة ظواهر الإنعطاف والانعكاس للموجات، إذ تمكّن من وضع عام 1821 أوّل طريقة لتحديد طول الموجات λ. أما فيما يتعلّق بتمثيل فريزنال فهي طريقة تقليدية لتمثيل كمية متناوبة جيبية بواسطة عدد مركب. كيف ذلك ؟

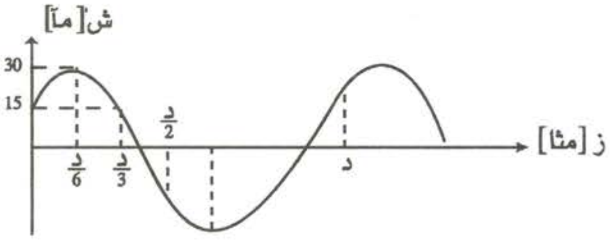
1. تمثيل ديكارت

عند دراستنا للتيار المتناوب، رأينا كيفية تمثيل كمية جيبية بواسطة مختلف وسائطها في شكل معادلة، منحنى بيانها يُشبه منحنى بيان الدالة الجيبية التي تُمثل على معلم متعامد... وذاك هو ما يُعرف بتمثيل ديكارت[1].

1. ديكارت (René Descartes : 1596-1650) فيلسوف وعالم رياضي من جنسية فرنسية.

تمثيل ديكارت هو رسم معلم مُتعامد حيث محور الفواصل هو محور الزمن ز وأما المحور العمودي فهو محور التراتيب ويُمثّل محور الكمية الجيبية ع المتغيرة، وهي إما الجهد أو التيار.

يُرسم المنحنى ع(ز) لكل لحظة من الزمن وذلك باتباع مسار الدالة الجيبية، فنحصل على رسم المنحنى البياني الموضح في الشكل 1 بحيث لكل لحظة من الزمن ما يُقابله من القيمة الجيبية، وفي هذا المثال تُدرس شدة التيار الجيـــبي.



الشكل 1. تمثيل ديكارت لكمية جيبية.

تدرس الدالة الجيبية شَ(ز) حيث تُكتب معادلتها كالتالي :

$$\text{ش}`(\text{ز}) = 30\ \text{جب}\left(\omega\ \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right) \qquad i(t) = 30\ \sin\left(\omega\ t + \frac{\pi}{6}\right)$$

علما أنّ الشدة كُتبت بالميلي أمبير والزمن بالثانية. وتُلاحظ أنها تُماثل تماما تيارا جيبيا معادلته العامة هي :

$$\text{ش}`(\text{ز}) = \hat{\text{ش}}\ \text{جب}(\omega\ \text{ز} + \varphi) \qquad i(t) = \hat{I}\ \sin(\omega\ t + \varphi)$$

ولرسمها نُغيِّر الزمن ز ونُسجِّل شدة التيار المقابل له، فنحصل على الشكل 1 والذي يُبيِّن تغيُّرات التيار عبر الزمن. اعلم أنّه عادة ما تُؤخذ قيم خاصة عند تغيِّير الزمن وتكون بدلالة الدور، لا لشيء إلاّ لربح الوقت وتفادي الحسابات : مثلا : ز = د، $\frac{د}{2}$، $\frac{د}{3}$، $\frac{د}{4}$، $\frac{2د}{3}$.

2. تمثيل فريزنال لكمية جيبية

يقتصر تمثيل ديكارت على رسم منحنى التيار أو الجهد (أو أي كمية فيزيائية) بدلالة الزمن، فيظهر شكل الدالة الجيبية عبر الزمن بدلالة الدور. أما الآن فسوف نتطرَّق إلى تمثيل أسهل، حيث تُرسم الكمية المدروسة للحظة زمنية مُعيَّنة ومُحدَّدة.

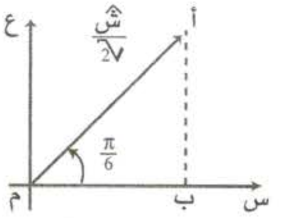
نفرض أنّ تيارا جيبيا معادلته كالتالي :

$$\text{ش}^{\backprime}(\text{ز}) = \hat{\text{ش}}\ \text{جب}\left(\omega\ \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right) \qquad i(t) = \hat{I}\ \sin\left(\omega\ t + \frac{\pi}{6}\right)$$

يُمكن رسم هذا التيار على شكل شُعاع تكون طويلته متناسبة مع مَطال التيار. ولكي يتسنّى لنا رسمه لابُد من اختيار لحظة زمنية مُحدَّدة، ولتكن ز، يكون فيها الشعاع يدور حول محور ثابت (يُتخذ كمرجع) بنبض ω.

تكون طويلة هذا الشعاع متناسبة طردا مع مطال الكمية الجيبية ومائلا بزاوية قدرُها $\frac{\pi}{6}$ راديان بالنسبة لمحور الفواصل ويدور بالنبض ω.

كما قد يُرسم الشعاع لقيمة متناسبة مع القيمة الناجعة للكمية الجيبية $\left(ش_{ه} = \frac{\hat{ش}}{\sqrt{2}}\right)$، وهو الأمر المعمول به غالبا لتمثيل أشعة فريزنال (الشكل 2)... والسبب المباشر في ذلك تجده عند تفصيلنا للأعداد المركبة.



الشكل 2. تمثيل فريزنال لكمية جيبية.

3. تمثيل عدّة كميات جيبية

1.3. شروط التمثيل

لنفرض أنّه لدينا عدّة تيارات تُكتب معادلتها العامة كالتالي :

$$\hat{ش} \text{ جب } (\omega \text{ ز} + \varphi) \qquad \hat{I} \sin(\omega t + \varphi)$$

بحيث تحتوي على نفس النبض ω، أي نفس الدور د ونفس التردد ن، فهذه التيارات تختلف فقط من حيث المطال $\hat{ش}$ والطور φ. نستطيع في هذه الحالة، رسم تمثيل فريزنال لكل تيار على حدة في نفس المعلم المتعامد ولنفس اللحظة الزمنية المحددة. ويكون هذا الرسم التمثيلي بواسطة الخاصِّيتان هما الشدة الناجعة $\frac{\text{المطال}}{\sqrt{2}}$ والطور φ للحظة زمنية مُعيَّنة ز.

ليكن مثلا تياران ش`₁ و ش`₂ بحيث مُعادلتهما تكون على الشكل التالي، حيث وِحدة الشدة شَ [مآ] ووِحدة الزمن ز [ثا] :

$$\text{ش}`_1(\text{ز}) = 10 \;\text{جب}\left(\omega\ \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right) \qquad i_1(t) = 10 \sin\left(\omega\ t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{ش}`_2(\text{ز}) = 5 \;\text{جب}\left(\omega\ \text{ز} - \frac{\pi}{3}\right) \qquad i_2(t) = 5 \sin\left(\omega\ t - \frac{\pi}{3}\right)$$

وهما معادلتان يُمكن صياغتهما على الشكل التالي :

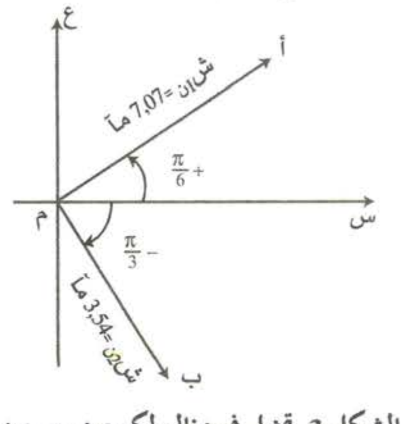
$$\text{ش}`_1(\text{ز}) = 7{,}07\sqrt{2}\;\text{جب}\left(\omega\ \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$i_1(t) = 7{,}07\sqrt{2}\ \sin\left(\omega\ t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{ش}`_2(\text{ز}) = 3{,}54\sqrt{2}\;\text{جب}\left(\omega\ \text{ز} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$i_2(t) = 3{,}54\sqrt{2}\ \sin\left(\omega\ t - \frac{\pi}{6}\right)$$

فإذا حملناهما على معلم لتمثيل فريزنال فسوف نحصل، وللحظة زمنية مُحدَّدة ز، على الشكل 3. سُؤال يطرح نفسه بإلحاح : لماذا تُمثَّل الكميات الجيبية بتمثيل فريزنال ؟



الشكل 3. تمثيل فريزنال لكميتين جيبيتين.

2.3. الشعاع المحصّل

تخيّل أنّك لتطبيق مُعيَّن يُطلب منك مجموع أو فرق كميات جيبية للحظة مُعيَّنة... فإنّك بواسطة تمثيل فريزنال تقوم بالعملية في الحين.
سؤال ثان : فكيف تُحدّد قيمة شَ المتمثلة في مجموع التيارَيْن ش`₁ و ش`₂ حيث معادلتهما كالتالي :

ش`₁ (ز) = شَ₁ جب (ω ز + φ₁)

$$i_1(t) = \hat{I}_1 \sin(\omega\ t + \varphi_1)$$

ش`₂ (ز) = شَ₂ جب (ω ز + φ₂)

$$i_2(t) = \hat{I}_2 \sin(\omega\ t + \varphi_2)$$

واللتان يُمكن إعادة صياغتهما في الشكل التالي :

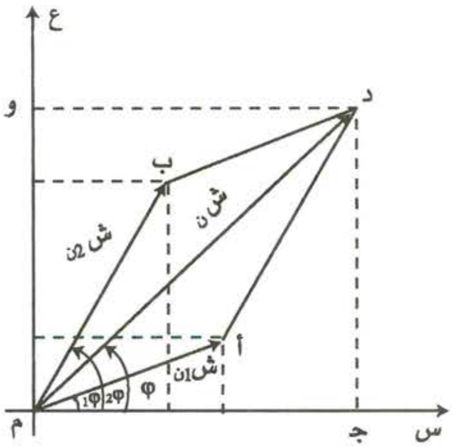
ش`₁ = ش فع₁ √2 جب (ω ز + φ₁)

$$i_1 = I_{1\,rms}\sqrt{2}\sin(\omega\ t + \varphi_1)$$

ش`₂ = ش فع₂ √2 جب (ω ز + φ₂)

$$i_2 = I_{2\,rms}\sqrt{2}\sin(\omega\ t + \varphi_2)$$

في الشكل 4 تمثيل فريزنال لهاتَيْن الكميتَيْن، حيث الشعاعان م أ⃖ و م ب⃖ يرمُزان للشدتَيْن الناجعتَيْن للتيارَيْن ش`₁ و ش`₂ على التوالي في اللحظة ز.



الشكل 4. مجموع كميتَيْن جيـــبيتيْن.

مجموع كميتَيْن جيبيتَيْن بنفس التردد هو كمية جيبية كذلك وبنفس التردد، معادلتها العامة :

$$i = \hat{I}\ \sin(\omega\ t + \varphi) \qquad \text{ش} = \hat{\text{ش}}\ \text{جب}\ (\omega\ \text{ز} + \varphi)$$

أي : $\text{ش} = \text{ش}_{\circ}\sqrt{2}\ \text{جب}\ (\omega\ \text{ز} + \varphi)$

$$i = I_{rms}\sqrt{2}\sin(\omega\ t + \varphi)$$

حيث $\text{ش}_{\circ} = \sqrt{\text{م ج}^2 + \text{م و}^2} = \text{م د}$، مع العلم أنّ مطال التيار المحّصل شَ هو $\hat{\text{ش}} = \text{ش}_{\circ}\sqrt{2}$. وأما لاستخراج الطور φ، يُلجأ إلى ميل الشكل 4، وعليه :

$$\text{ظل}\ \varphi = \frac{\text{جـ د}}{\text{م جـ}} \Leftarrow \varphi = \text{ظل}^{-1}\ \frac{\text{جـ د}}{\text{م جـ}}$$

وهي زاوية تُمثّل انحناء الشعاع $\overleftarrow{\text{م د}}$ بالنسبة لمحور الفواصل م س.

يُمثل الشعاع $\overleftarrow{\text{م د}}$ كمية جيبية شَ هي مُحصِّلة الجمع ش`$_1$ + ش`$_2$، ذات طويلة م د وزاوية انحناء φ بالنسبة لمحور الفواصل والتي تمثل الصفحة الابتدائية للكمية شَ. يُدعى هذا الشعاع بشعاع فريزنال المحصل، وتُلاحظ أنّ طول شعاع المحصلة م د متناسب طردا مع الشدة الناجعة ش$_ه$ لمجموع التيارَيْن.

4. الاختلال

1.4. تعريف

لنفرض أنّ لدينا كميتَيْن جيبيتَيْن (جهد أو تيار) :

$$\text{ش}`_1\,(\text{ز}) = \hat{\text{ش}}_1\ \text{تجب}\ (\omega_1\ \text{ز} + \varphi_1)$$

$$i_1(t) = \hat{I}_1 \cos(\omega_1\ t + \varphi_1)$$

$$\text{ش}`_2\,(\text{ز}) = \hat{\text{ش}}_2\ \text{تجب}\ (\omega_2\ \text{ز} + \varphi_2)$$

$$i_2(t) = \hat{I}_2 \cos(\omega_2\ t + \varphi_2)$$

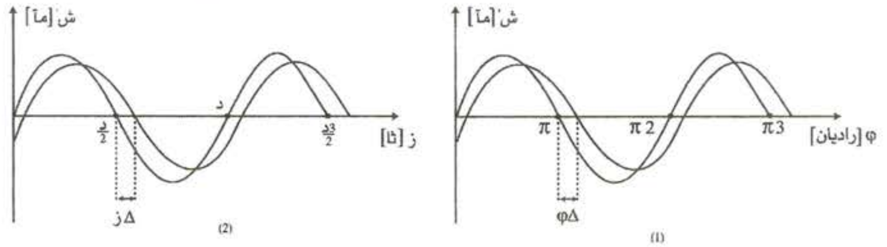
يُذكر أنّ هناك اختلال بين الكميتَيْن الجيبيتَيْن عندما تكون الصفحة للحظة ز غير متساوية لكلتا الكميتَيْن الجيبيتَيْن. الاختلال $\Delta\varphi$ للكمية الجيبية ش`$_2$ بالنسبة للكمية الجيبية ش`$_1$ هو ببساطة فرق الصفحتَيْن للكميتَيْن الجيبيتَيْن ش`$_1$ و ش`$_2$ (الشكل 5). إذن :

$$\Delta\varphi = (\omega_2\ \text{ز} + \varphi_2) - (\omega_1\ \text{ز} + \varphi_1)$$

$$\Delta\varphi = (\omega_2\ t + \varphi_2) - (\omega_1\ t + \varphi_1)$$

وعليه : $\Delta\varphi = (\omega_2 - \omega_1)\,\text{ز} + (\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Delta \varphi = (\omega_2 - \omega_1)\, t + (\varphi_2 - \varphi_1)$$



الشكل 5. اختلال وإنزياح بين كميتين جيبيتين.

وعندما تمتاز كلتا الكميتان الجيبيتان بنفس النبض ω (أي نفس التردد ن ونفس الدور د)، فإنّ الاختلال $\Delta\varphi$ يكون مستقلا تماما عن تغيُّرات الزمن ويكون بذلك مساويا لفرق الصفحتَيْن الابتدائيتَيْن فقط، أي :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \qquad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

ويكتب الاختلال $\Delta\varphi$ بأضعاف الزاوية 2π. وعموما نقول إذا كان :

– $0 < \Delta\varphi < +\pi$: فإنّ ش`$_2$ يسبق ويتقدم ش`$_1$ وبذلك يكون $\Delta\varphi$ هو زاوية الطور المتقدِّم.

– $-\pi < \Delta\varphi < 0$: فإنّ ش`$_2$ يتأخّر عن ش`$_1$ ويكون $\Delta\varphi$ هو زاوية الطور المتأخِّر.

إذن لا يُسجل الاختلال إلا في حالة تيارَيْن أو جهدَيْن جيبيَيْن بنفس التردد وهما لا ينعدمان في نفس اللحظة (الشكل 1.5). وإليك، أهم الاختلالات الشهيرة التي سيكثر عليها الكلام.

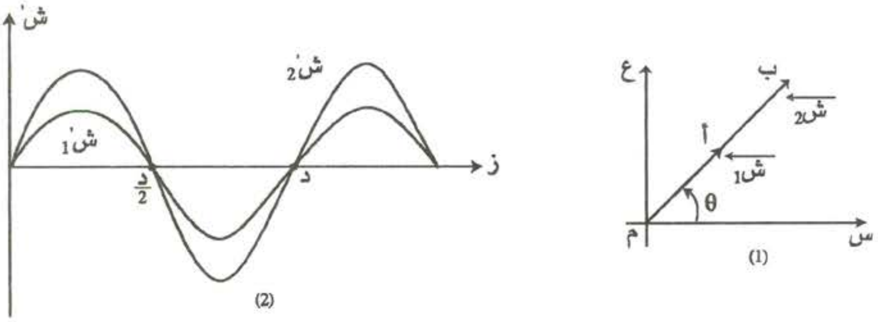
2.4. تطابق الطور

عندما تكون الكميتان الجيبيتان بنفس التردد وتحتويان على نفس الطور، بمعنى :

$$\begin{cases} i_1 = \hat{I}_1 \sin(\omega\ t+\varphi) \\ i_2 = \hat{I}_2 \sin(\omega\ t+\varphi) \end{cases} \qquad \left.\begin{matrix} \text{ش}_{1} = \hat{\text{ش}}_1 \ \text{جب}(\omega\ \text{ز} + \varphi) \\ \text{ش}_{2} = \hat{\text{ش}}_2 \ \text{جب}(\omega\ \text{ز} + \varphi) \end{matrix}\right\} (1)$$

تُلاحظ جيّدا أنّ فرق الطور بين الكميتَيْن الجيبيتَيْن معدوم، وفي هذه الحالة نقول أنّهما مُتطابقا الطور أي لا يوجد أيّ اختلال بينهما، بمعنى :

$$\begin{cases} i_1 = \hat{I}_1 \sin(\omega\ t) \\ i_2 = \hat{I}_2 \sin(\omega\ t) \end{cases} \qquad \left.\begin{matrix} \text{ش}_{1} = \hat{\text{ش}}_1 \ \text{جب}(\omega\ \text{ز}) \\ \text{ش}_{2} = \hat{\text{ش}}_2 \ \text{جب}(\omega\ \text{ز}) \end{matrix}\right\} (2)$$



الشكل 6. تطابق الطور لتيارَيْن جيبيَيْن

إنّ الاختلال بين التيار الثاني ش`$_2$ والتيار الأول ش`$_1$ لنظام المعادلتَيْن (1) أو (2) يُساوي الصفر ($\Delta\varphi = 0$ للشكل 1.6)، أي أنّ الشعاعَيْن مُتطابِقان وفي نفس الاتجاه (الشكل 2.6). وعليه ففي حالة ما إذا كانت كميتان جيبيتان مُتطابِقتَي الطور فإنّهما ينعدمان في نفس الوقت ودوما لهما نفس الإشارة.

3.4. تعاكس الطور

تكون كميتان جيبيتان في تعاكُس الطور عندما يكون الاختلال المسجل بينهما يعادل π راديان، أي أنّ فرق الطور هو :
$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \pi$.

في هذه الحالة، يكون طور التيار الأوّل يختلف عن طور التيار الثاني بزاوية قدرُها π راديان أو 180°، أي :

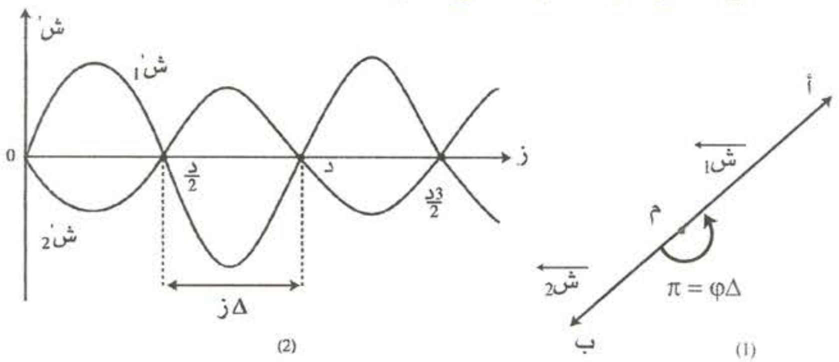
$$\left.\begin{array}{l} \text{ش}_{1} = \hat{\text{ش}}_1 \;\text{جب}\,(\omega\,\text{ز} + \varphi_1) \\ \text{ش}_{2} = \hat{\text{ش}}_2 \;\text{جب}\,(\omega\,\text{ز} + \varphi_2) \end{array}\right\} (1) \qquad \begin{cases} i_1 = \hat{I}_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ i_2 = \hat{I}_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

أو :

$$\left.\begin{array}{l} \text{ش}_{1} = \hat{\text{ش}}_1 \;\text{جب}\,(\omega\,\text{ز}) \\ \text{ش}_{2} = \hat{\text{ش}}_2 \;\text{جب}\,(\omega\,\text{ز} - \pi) \end{array}\right\} (2) \qquad \begin{cases} i_1 = \hat{I}_1 \sin(\omega t) \\ i_2 = \hat{I}_2 \sin(\omega t - \pi) \end{cases}$$

فتلاحظ أن الاختلال المسجّل بين التيار الأوّل والثاني يكون مُساويا لزاوية قدرُها $\Delta\varphi = \pi$ راديان (الشكل 1.7)، أي أنّ شعاع التيار الأول يُكوّن مع شعاع التيار الثاني في تمثيل فريزنال مُستقيما

واحدا إلا أنّهما في اتجاهَيْن متعاكسَيْن، فهما بإشارتَيْن متعاكستَيْن لكن ينعدمان في نفس الوقت (الشكل 2.7).



الشكل 7. تعاكس الطور لتيارين جيبيين

في هذه الحالة نقول أن ش$_1$ يتقدم ش$_2$ بزاوية قدرها π راديان (180°)، وعندما يتعادل المطالان ش̂$_1$ و ش̂$_2$ فإن حاصل الجمع $\overleftarrow{ش} = \overleftarrow{ش}_1 + \overleftarrow{ش}_2 = 0$، فهو معدوم ولا وُجود لمحصِّلة الشعاعَيْن $\overleftarrow{ش}$.

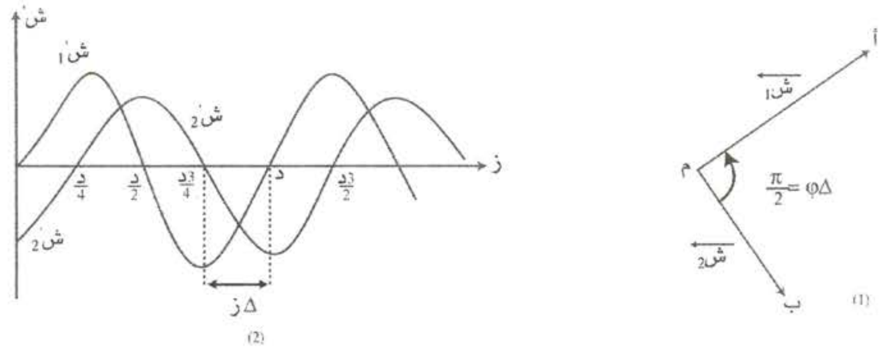
4.4. تعامد الطور

يكون تياران جيبيان بنفس التردد مُتعامدَي الطور عندما يُعادل الاختلال الزاوية $+\frac{\pi}{2}$ راديان أو $-\frac{\pi}{2}$ راديان، فإن كانت مُعادلتهما كالتالي :

$$\left\{\begin{array}{l} i_1 = \hat{I}_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ i_2 = \hat{I}_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \end{array}\right. \qquad \left.\begin{array}{l} ش_1 = \hat{ش}_1 \text{ جب}(\omega \text{ ز} + \varphi_1) \\ ش_2 = \hat{ش}_2 \text{ جب}(\omega \text{ ز} + \varphi_2) \end{array}\right\} (1)$$

فالتياران الجيبيان هما مُتعامدا الطور عندما يكون الاختلال $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = +\frac{\pi}{2}$ راديان أو $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$ راديان. ويحصل هذا عندما يُعدم أحد التيارَيْن ويكون الآخر في القيمة القصوى الموجبة أو السالبة، أي أنّهما وِفق الشكل التالي :

$$\left.\begin{cases} i_1 = \hat{I}_1 \sin(\omega t) \\ i_2 = \hat{I}_2 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad \begin{matrix} \text{ش}_{\text{،}1} = \hat{\text{ش}}_1 \text{ جب}(\omega \text{ ز}) \\ \text{ش}_{\text{،}2} = \hat{\text{ش}}_2 \text{ جب}\left(\omega \text{ ز} - \frac{\pi}{2}\right) \end{matrix}\right\} (2)$$



الشكل 8. تعامد الطور لتيارين جيبيين

فالاختلال المسجَّل بين التيارَيْن يكون $|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2}$ راديان أو $|\Delta\varphi| = 90°$ (الشكل 1.8)، أي أنّ الشعاعَيْن يكونان مُتعامِدَيْن. ففي حالة $|\Delta\varphi| = +\frac{\pi}{2}$ فإنّ $\overleftarrow{\text{ش}_2}$ يسبق $\overleftarrow{\text{ش}_1}$ وبذلك يكون $\Delta\varphi$ هو زاوية الطور المتقدِّم. وأما في حالة $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$ فإن $\overleftarrow{\text{ش}_2}$ يتأخَّر عن $\overleftarrow{\text{ش}_1}$ ويكون $\Delta\varphi$ هو زاوية الطور المتأخِّر.

ملاحظة

أظنُّك قد تنبَّهت إلى أنّ الاختلال لا يُحسب إلاّ لإشارتَيْن بنفس النبض ω ، أي نفس التردد ن ونفس الدور د، لأنّه لا معنى لحساب الاختلال لإشارتَيْن مُختلفتَي النبض لأنّ عامل الزمن يدخل في العبارة ليُؤثِّر بشكل مُباشِر على الاختلال، ولاحظ ذلك على العبارة التالية :

$$\Delta\varphi = (\omega_2 - \omega_1)\,t + (\varphi_2 - \varphi_1) \qquad ({}_1\varphi - {}_2\varphi) + j\,({}_1\omega - {}_2\omega) = \varphi\,\Delta$$

5. الإنزياح

1.5. تعريف

الإنزِياح، أو الزيَحان، هو مدى تأخُّر أو تقدُّم إشارة عن أخرى بالنسبة للزمن. إذن فلا فرق بين مفهوم الاختلال ومفهوم الإنزياح، إلاّ أن الاختلال يُحسب بالنسبة للزاوية بوِحدة الراديان أو الدرجات (فرق الطور = φΔ) في حين يُحسب الإنزياح بالنسبة للزمن بوِحدة الثانية، أي Δز[ثا] (الشكل 2.5).

وكما تُوجد إختلالات شهيرة، فهناك إنزياحات كذلك شهيرة تُكافئ وتُطابق هذه الإختلالات الشهيرة. وإليكُموها :

1. التزامن

وهو ما يُقابله في الاختلال بتطابُق الطور عندما يكون الاختلال φΔ = 0 في تمثيل فريزنال (الشكل 1.6). وأما الإنزياح فهُو كذلك

معدوم أي أن Δز = 0، وبعبارة أخرى نقول أنّ التيارَيْن متزامنان في تمثيل ديكارت (الشكل 2.6).

في هذه الحالة، يسجل تزامُن للكميتَيْن الجيبيتَيْن ش`$_1$ وش`$_2$، وعندها تُسجّلان معا لنفس اللحظة قيمتهما العظمى الموجبة، وللحظة أخرى تسجّلان معا القيمة العظمى السالبة، بالإضافة إلى أنّهما ينعدمان معا في نفس اللحظة.

2. إنزياح نصف دور

وهو ما يُقابل تعاكُس الطور في الاختلال. في هذه الحالة، الاختلال هو $\Delta\varphi = \pi$ فيُقابله من الزيحان Δز $= \frac{\text{د}}{2}$ في تمثيل ديكارت (الشكل 2.7).

في هذه الحالة، تسبق كمية جيبية أو تتأخّر عن كمية ثانية بنصف الدور د، فتنعدم الكميتان لنفس اللحظة، وللحظة أخرى تُسجِّل إحداهما القيمة القصوى الموجبة بينما الإشارة الثانية تُسجِّل القيمة القصوى السالبة.

3. إنزياح ربع دور

وهو ما يُقابل تعامُد الطور في الاختلال، فالاختلال $\Delta\varphi = +\frac{\pi}{2}$ أو $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$ في تمثيل فريزنال ممّا يجعل الإنزياح في تمثيل ديكارت يُعادل Δز $= \frac{\text{د}}{4}$.

في هذه الحالة، تسبق إحدى الكميتَيْن الجيبيتَيْن أو تتأخَّر عن الكمية الثانية برُبْع الدور د (الشكل 2.8)، أي أنّ إحداهما في لحظة زمنية معيّنة تُسجِّل القيمة القصوى السالبة – أو الموجبة – بينما الإشارة الثانية تنعدم تماما.

2.5. علاقة الإنزياح بالاختلال

لعلَّك تتساءل عن كيفية استخراج الزيَحان بواسطة الاختلال، وهو أمر سهل يرجع إلى الصيغة التالية :

$$\Delta t = \frac{|t|}{\omega} = \frac{|\Delta\varphi|}{\omega} \qquad\qquad \Delta\,\text{ز} = \frac{|\varphi|}{\omega} = \frac{|\varphi\,\Delta|}{\omega}$$

حيث $\Delta\varphi$ هو الاختلال، مع العلم أن وحدة قياسه أو حسابه هي φ [راديان] أو $\Delta\varphi$ [راديان]، بالإضافة إلى أن ω هو نبض الإشارتَيْن المدروستَيْن، وعليه $\omega = \frac{2\pi}{\text{د}} = 2\pi\,\text{ن}$ [راديان/ثا].

يُمكنك حساب الإنزياح أو الاختلال على حد سواء بواسطة جهاز راسم الاهتزازات، فهو يسمح بالحصول على منحنى الدالة في شكل مسار ضوئي يظهر من خلال شاشة سُلمية شفافة، يُشير إلى هيئة الإشارة المدروسة.

عند قذف إشارتَيْن بنفس النبض ω عبر مدخلي راسم الإهتزازات، يظهر على الشاشة شكلهما، وبحساب دور الإشارتَيْن عبر خانات الشاشة بالإضافة إلى حساب عدد خانات الزيحان الموجودة

بينهما، يُمكن استخراج الاختلال $\Delta\varphi$ أو الزيحان Δز. ولاستيعاب كيفية إشتغال مثل هذا الجهاز، طالع الفصل 11 من الجزء الرابع.

قد تتساءل عن الفرق الموجود بين الإنزياح والانحراف، والخلط بينهما أمر خطير. الإنحراف يُسجَّل لجسم مُتحرِّك، كالإلكترون مثلا أو السيارة، بحيث بفعل عامل مستحدث يُبعد هذا الجسم المتحرك عن مساره الأصلي. كيف ذلك ؟

يتبع هذا الجسم مسارا مُحدَّدا إلى غاية أن يعترضه حاجز يمنعُه من الإستمرارية على نفس المسار في نفس التوجُّه... فينحرف، كوُجود حقل منغناطيسي أو كهربائي عبر مسار الإلكترون، أو وجود أشغال تهيئة الطرقات والعمران في مسار السيارات.

أما الإنزياح فهو تحرُّك كل الجسم نحو إحداثيات جديدة من نفس المعلم، أي تغيِّير إحداثياته دون إتباع في ذلك مسارا مُحدَّدا ينحرف عنه، فهو يقفز إلى نُقطة جديدة من نفس المعلم.

ملاحظة

1. لا يُحسب الإنزياح إلاّ لإشارَيْن بنفس الدور، أي نفس التردد. والزيحان أساسا نوعان : إما متقدم أو متأخر.

2. يُحسب الزيحان بين إشارتَيْن بالضرورة على محور الفواصل من تمثيل ديكارت لأنه محور الزمن، ولا يحسب إلا عندما تكون الإشارتان في نفس الاتجاه، ولاحظ ذلك على الشكلين 2.7 و2.8.

أعمال تطبيقية

تمرين 1

باستعمال تمثيل فريزنال، أرسم تغيُّرات الدالة :

شَ = 7 تجب $\left(10\pi\text{ ز} + \frac{\pi 3}{4}\right)$ $\qquad$ $i = 7\cos\left(10\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)$

حيث شَ [آ] وز[ثا].

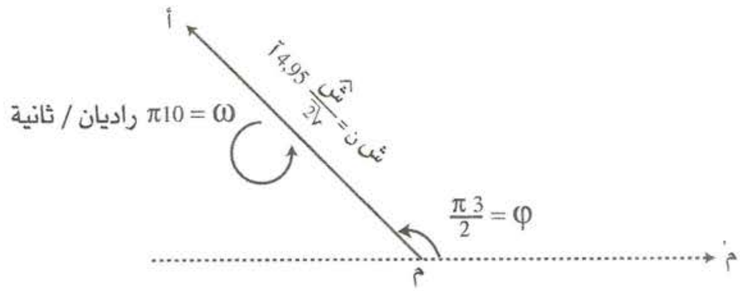
الجواب

الشدة شَ هي دالة جيبية معادلتها العامة هي :

شَ = شْ تجب $(\omega\text{ ز} + \varphi)$ $\qquad$ $\mathbf{i = \hat{I}\cos(\omega t + \varphi)}$

حيث المطال شْ والزمن ز كميتان موجبتان، والطور $\varphi = \frac{\pi 3}{4}$ راديان وهو دوما محصورا بين $+\pi \leq \varphi \leq -\pi$.

يقتصر تمثيل فريزنال على رسم المنحنى شَ (ز) بواسطة وسيطيْن فقط وهما الشدة الناجعة ش. والطور φ، إذ يكون الرسم عبارة عن تمثيل المنحنى شَ(ز) بواسطة شُعاع $\overleftarrow{\text{م أ}}$ يحُوم حول النقطة م بسُرعة زاوية $\omega = 10\pi$ راديان/ثانية (الشكل 9).



الشكل 9. التمرين 1

تكون طويلة هذا الشعاع هي $ش_{ن} = \frac{\hat{ش}}{\sqrt{2}} = 4,95$ أمبير. عند اللحظة ز = 0 فإن الزاوية المسجَّلة بين الشعاع $\overleftarrow{مأ}$ والمحور الأفقي م مَ، والذي يُمثِّل محور الأطوار الابتدائية، هي $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ راديان كما يُوضِّحه الشكل 9.

تمرين 2

شدتان جيبيتان معادلتهما :

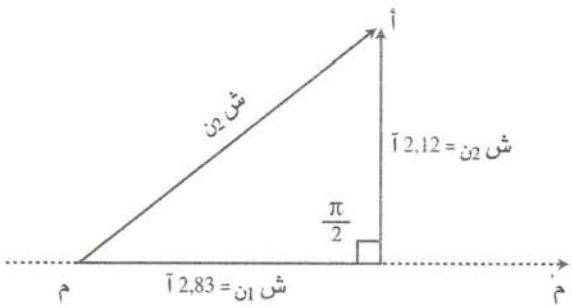
$$ش`_1 = 4 \text{ تجب}(\omega \text{ ز}) \qquad \mathbf{i_1 = 4\cos(\omega\ t)}$$

$$ش`_2 = 3 \text{ تجب}\left(\omega \text{ ز} + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \mathbf{i_2 = 3\cos\left(\omega\ t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

حيث شَ [آ] وز[ثا]. باستعمال تمثيل فريزنال، إبحث عن الشعاع المحصل $\overleftarrow{ش} = \overleftarrow{ش_1} + \overleftarrow{ش_2}$. كم هو المطال $\hat{ش}$ ؟ كم هو الاختلال ؟ أيّ الإشارتيْن تتقدَّم الأخرى ؟ استنبط الإنزياح إن فرضنا أنّ $\omega = 200\pi$ راديان على الثانية.

الجواب

تمثيل فريزنال للكميتَيْن الجيبيتَيْن ش`$_1$ و ش`$_2$ بنفس السرعة الزاوية ω هو رسم الشكل 10، إذ للحظة ز = 0 الشعاع $\overleftarrow{ش_1}$ مُتطابق الطور مع المحور الأفقي م مَ بينما الشعاع $\overleftarrow{ش_2}$ مُتعامد الطور ($\frac{\pi}{2}$ = 90° راديان) وبذلك فإنّ الاختلال $\Delta\varphi = \varphi$ هو زاوية الطور المتقدم من حيث $\overleftarrow{ش_2}$ يتقدم $\overleftarrow{ش_1}$.



الشكل 10. التمرين 2

وأما الشعاع $\overleftarrow{مأ} = \overleftarrow{ش} = \overleftarrow{ش_1} + \overleftarrow{ش_2}$، فهو يُمثّل حاصل الجمع ش` = ش`$_1$ + ش`$_2$ وهو يَحُوم حول المحور م مَ بنفس السرعة الزاوية ω، واستخراج طويلته (أي الشدة الناجعة) يكون عبر نظرية فيتاغرس، أي :

$$I_{rms} = \sqrt{I^2_{1rms} + I^2_{2rms}} = 3,54\ A \qquad ش_{ن} = \sqrt{ش^2_{ن1} + ش^2_{ن2}} = 3,54\ آ$$

ومن ذلك مطال المحصِّلة ش` = ش`$_1$ + ش`$_2$ يُعادل $\hat{ش}$ = 5 أمبير.

الطور الابتدائي للشعاع $\overleftarrow{ش}$ يُمثّل زاوية انحراف الشعاع المحصِّل $\overleftarrow{مأ} = \overleftarrow{ش}$ بالنسبة للمحور الأفقي م مَ :

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{2{,}12}{2{,}83} \Rightarrow \varphi = \mathrm{tg}^{-1}(0{,}75)$$

ظل φ = $\frac{2{,}12}{2{,}83}$ ⇐ φ = ظل$^{-1}$ (0,75)

وعليه φ = 36,87° = 0,644 راديان. وأما الإنزياح فهو مُوافق للعبارة :

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{\varphi}{\omega}$$

Δ ز = $\frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{\varphi}{\omega}$

ومن حيث أنّ ω = 200 π راديان/ثانية، فالزَّيحَان هو Δ ز = 1,02 مثا.

المسائل

1. ما الغرض من دراسة تمثيل فريزنال، وفيما يختلف عن تمثيل ديكارت ؟ فصّل ذلك.

2. ما يُشترط لقياس الاختلال والانزياح ؟ ما الهدف من معرفة حُدوث اختلال من عدمه بين إشارتَيْن ؟ اشرح.

3. ما الفرق بين الاختلال والانزياح، وما الفرق بين الانحراف والانزياح ؟

4. هل التزامُن هو وُقوع الأحداث في نفس اللحظة ؟ اشرح ذلك وأستعن بأمثلة حيَّة.

5. إنّ تعادُل مطال الاشارتَيْن يجعل حاصل جمعهما معدوما. لأيّ اختلال وما هو الانزياح الذي تُسجِّله هذه الظاهرة ؟ علِّل.

6. تُكتب إشارتان جيبيتان كالتالي حيث شَ [آ] وز[ثا] :

$$i_1 = 2\cos(20\,t)$$

ش`$_1$ = 2 تجب (20 ز)

ش`$_2$ = 4 تجب(20 ز - $\frac{\pi 2}{3}$) $\qquad i_2 = 4\cos\left(20\ t - \frac{2\pi}{3}\right)$

1. أرسم تمثيل فريزنال. أيّ الإشارتَيْن تتقدَّم الأخرى ؟ كم هي طويلة الشعاع المحصِّل ش = ش$_1$ + ش$_2$ ؟

2. كم هو الاختلال ؟ استنبط الانزياح.

7. نفس السؤال للاشارتَيْن الجيبيتَيْن بحيث شَ [آ] وز[ثا] :

ش`$_1$ = 2 تجب (20 ز) $\qquad i_1 = 2\cos(20\ t)$

ش`$_2$ = 4 تجب(20 ز - 15,8) $\qquad i_2 = 4\cos(20\ t - 15{,}8)$

(تلميح : ابحث عن الكمية -15,8 راديان لتنحصر بين 0 و π).

8. جهدان جيبيان معادلتهما كالتالي حيث فَ [فو] و ز[ثا] :

ف`$_1$ = 3 تجب (100 π ز) $\qquad v_1 = 3\cos(100\pi t)$

ف`$_2$ = 2 تجب(100 π ز - $\frac{\pi}{8}$) $\qquad v_2 = 2\cos\left(100\pi\ t - \frac{\pi}{8}\right)$

1. أرسم تمثيل فريزنال للإشارتَيْن. أيّ الجهدَيْن يتقدم الآخر ؟ استنبط طويلة الشعاع المحصل ف = ف$_1$ + ف$_2$.

2. كم هو الاختلال ؟ استنبط الانزياح.

9. تياران جيبيان يُعرَّفان كالتالي حيث شَ [مآ] و[ثا] :

ش`$_1$ (ز) = 10 جب (2 000 π ز + $\frac{\pi}{6}$) $\qquad i_1(t) = 10\sin\left(2\,000\,\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

ش`$_2$ (ز) = 5 جب (2 000 π ز − $\frac{\pi}{3}$) $\qquad i_2(t) = 5\sin\left(2\,000\,\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

1. أرسم تمثيل فريزنال للحظة ز = 0. أيّ التيارَيْن يتقدَّم الآخر ؟

2. أحسب الاختلال. استخرج الإنزياح. ما تعليقك ؟

3. أحسب طويلة ومَطال الشعاع المحصِّل للجمع ش` = ش`$_1$ + ش`$_2$.
استخرج صفحته الابتدائية.

4. أكتب المعادلة الزمنية للتيار شَ.

10. ليكن الجهد المعرَّف كالتالي حيث فَ [فو] :

$$\text{ف}` = 35{,}36\ \text{جب}\left(100\pi\ \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right) - 14{,}14\ \text{جب}\,(100\pi\ \text{ز}) + 21{,}21\ \text{تجب}\,(100\pi\ \text{ز})$$

$$v = 35{,}36 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) - 14{,}14 \sin(100\pi t) + 21{,}21 \cos(100\pi t)$$

1. ما هي طبيعة الجهد فَ ؟ استخرج القيمة الناجعة لكل مُكوِّنة ثم التردد ن.

2. باستعمال تمثيل فريزنال، استخرج المطال والصفحة الابتدائية للجهد فَ.

3. استخرج المعادلة الزمنية للجهد فَ.

تلميح : أعلم أنّ جب θ = تجب $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

11. لتكن الشدة المعرَّفة كالتالي :

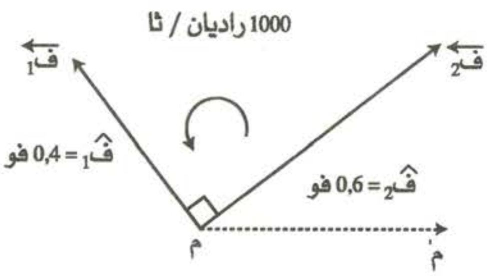
$$\text{ش}` = 0{,}5\ \text{تجب}\left(60\ \text{ز} - \frac{\pi}{2}\right) + 0{,}8\ \text{تجب}\,(60\ \text{ز})$$

$$i = 0{,}5 \cos\left(60t - \frac{\pi}{2}\right) + 0{,}8 \cos(60t)$$

1. ما هي طبيعة هذه الشدة ؟ استخرج النبض ω .

2. باستعمال تمثيل فريزنال، استخرج الصفحة الابتدائية ومطال هذه الشدة.

3. استنبط المعادلة العامة للشدة.



الشكل 11. المسألة 12

12. جهدان جيبيان ف$_1$ وف$_2$ تمثيلهما بواسطة أشعة فريزنال لنفس اللحظة ز أوضح الشكل 11.

1. أيّ جهد يتقدّم الآخر ؟ استنبط الاختلال.

2. كم هو الإنزياح المسجَّل بين الجهدَيْن ؟

3. في اللحظة ز = 0 يكون الشعاع $\overleftarrow{ف_1}$ مُنحرِفا بزاوية + $\frac{\pi}{2}$ راديان بالنسبة للمحور الأفقي م مَ. أكتب معادلة كل جهد بدلالة الزمن.

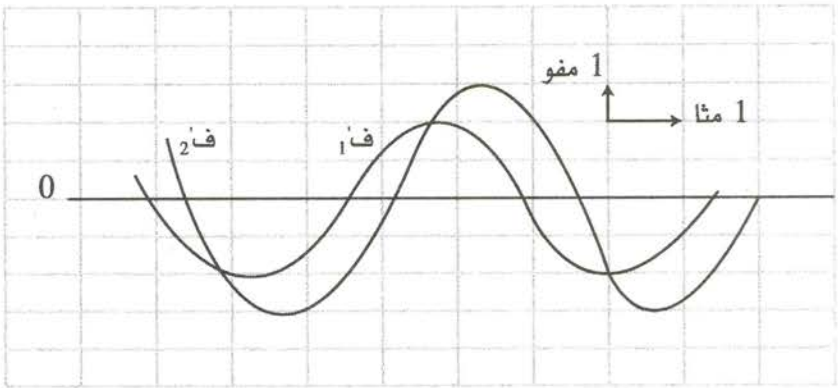
4. كم هو حاصل الجمع ف = ف$_1$ + ف$_2$ ؟ استنبط الجهد الناجع ف$_{ن}$.

13. تمثيل ديكارت لإشارتَيْن جيبيتَيْن ف$_1$ وف$_2$ أوضح النتائج المحمولة على الشكل 12.

1. أيّ جهد يتقدَّم الآخر ؟ استخرج تردد الإشارتَيْن.

2. كم هو الانزياح المسجَّل بينهما ؟ استنبط الاختلال المسجَّل للإشارة ف`$_1$ بالنسبة للإشارة ف`$_2$.

3. يُختار مبدأ الزمن، اللحظة التي يكون فيها الجهد ف`$_2$ موجبا إلى حد أقصى. أكتب معادلتَي الجهدين ف`$_1$ و ف`$_2$.



الشكل 12. المسألة 13.

الفصل 10

الأعداد المركبة

إنّ استعمال أشعة فريزنال للبحث عن مجموع وفرق الكميات الجيبية أوضح للعيان أهمية كبرى، نظرا لسهولة التعامُل بها والسرعة الكبيرة للحصول على النتيجة. وقد بيّنت هذه الطريقة كذلك كيفية البحث عن الاختلال الموجود بين كميتَيْن جيبيتَيْن دون اللجوء - المعقَّد في بعض الأحيان- إلى الحسابات الرياضية. ويأتي استعمال الأعداد المركبة في حالة دراسة مستعصية لكميات جيبية مُعقَّدة حيث يُصبح تركيب الدارات معقَّدا، إذ تُصبح هذه الطريقة، الطريقة الوحيدة لدراسة الدارات الإلكترونية.

1. عموميات

في هذا الفصل سوف ندرس بتوفيق المولى عزّ وجل الأعداد المركبة وكيفية استعمالها لإيجاد الحلول المستعصية للدارات الإلكترونية، دون تفصيل مُطوَّل إذ سنقتصر على ما نحتاج إليه في دراسة الدارات الإلكترونية، وإن استقللت ما بين يدَيْك ففي الكتب المختصَّة ما يروي ضمأك ويزيد في معرفتك.

لم يُفكَّر في الأعداد المرَكَّبة عند إبتكارها كوسيلة رياضية لوضع حلول مستعصية، إلاّ لدراسة وجعل حلول لمعادلات الدرجة الثانية عندما يكون المميِّز Δ سالبا[1]، أي وضع جذور الحلول لكل الحالات التي يُمكن أن تُقابلها والتي تبرز وتتمثل خاصَّة في أخذ جذر تربيع لعدد سالب.

عندها أفتُرض وُجود عدد مُرَكَّب ت سُميٍّ بالعدد الخيالي، حيث مُربَّعه يُساوي $ت^2 = -1$. وعندها برزت للوُجود حلول للجذور عندما يكون المميِّز Δ سالبا، كانت من قبل حلولا مستعصية.

بعد اكتشاف الأعداد المركبة - بعدها بعشرات السنين - تم إدخال هذا المفهوم الجديد في علم الكهرباء، إذ بواسطته تم تبسيط وتمثيل التيارات المتناوبة.

2. مفهوم المركب

1.2. الخيالي ت

تعلم أنّ الأعداد الحقيقية هي رموز تُعطى للتعبير عن قيم أو كميات فيزيائية تُكتب على طول خط مستقيم أفقي. فالصفر مثلا يرمز إلى المبدأ، أي أنّه مرجع بالنسبة لأيّ نُقطة مُقاسة من المستقيم الأفقي. فإن كانت هذه النقاط عن يمين الصفر تكون بالضرورة

1. طالع مدخل الكتاب من الجزء الأول : معالم من الرياضيات.

موجبة، وأما إن كانت عن شمال الصفر فهي بالضرورة سالبة. فمثلا 4 تُمثل أربعة أضعاف الوحدة على يمين الصفر، وأما -3 فإنّها تُمثل ثلاث أضعاف الوحدة على يسار الصفر.

كما تعلم كذلك أنّه لا يُمكن استخراج جذر تربيع عدد سالب، لأنّه ببساطة لا يُوجد عدد حقيقي يُضرب في نفسه ليكون حاصل الجداء عددا سالبا. فما العمل في حالة كهذه يا تُرى : $\sqrt{-1}$، $\sqrt{-9}$، $\sqrt{-25}$ ؟

من هذا المنطلق ظهرت الأعداد الخيالية، فكل عدد خيالي يُمثل نقطة وحيدة على خط مستقيم عمودي الذي يُمثل محور الأعداد الخيالية حيث كل الأعداد الخيالية هي مضاعفات العدد $\sqrt{-1}$، ولذلك فإن العدد $\sqrt{-1}$ يُستعمل كوحدة أساسية لكتابة أيّ عدد على المحور العمودي.

أُصطلح على تسمية العدد $\sqrt{-1}$ بالعدد الخيالي ت، إذن فإنّ الأعداد السابقة تُكتب على الشكل التالي :

$$\sqrt{-1} = \sqrt{j^2} = \pm j \qquad\qquad \sqrt{\text{-}1} = \sqrt{\text{ت}^2} = \pm\ \text{ت}$$

$$\sqrt{\text{-}9} = \sqrt{(9)\,(\text{-}1)} = \sqrt{9\ \text{ت}^2} = \pm 3\ \text{ت}$$

$$\sqrt{-9} = \sqrt{(9)\,(-1)} = \sqrt{9\,j^2} = \pm 3\,j$$

$$\sqrt{\text{-}25} = \sqrt{(25)\,(\text{-}1)} = \sqrt{25\ \text{ت}^2} = \pm 5\ \text{ت}$$

$$\sqrt{-25} = \sqrt{(25)\,(-1)} = \sqrt{25\,j^2} = \pm 5\,j$$

2.2. معادلة العدد المركب

إنّ العدد المرَكّب ت هو زوج عددَيْن، عدد حقيقي وآخر خيالي. ويكون تمثيله على معلم متعامد، حيث محور الفواصل هو محور الأعداد الحقيقية ومحور التراتيب هو محور الأعداد الخيالية.

كل عدد مُرَكّب يُمثّل بنُقطة واحدة ووحيدة من المعلم المتعامد. ويُرمز للعدد المركب بالرمز ص، وعندها تكون صيغته عل الشكل التالي :

ص = أ + ت ب $\qquad\qquad$ $\underline{Z} = a + b\,j$

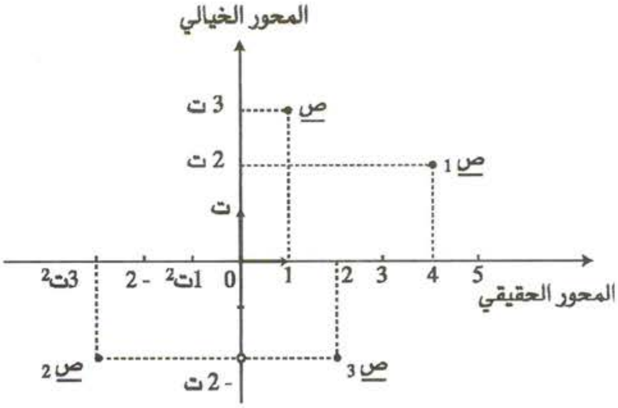
حيث :

- أ و ب عددان حقيقيان.
- أ ويُسمى القسم الحقيقي للعدد المركب ص.
- ت.ب ويُسمى القسم الخيالي للعدد المركب ص.
- ت هو العدد الخيالي (قد يُدعى كذلك العدد التخيُّلي).

3. خصائص العدد المركب

1.3. خصائص الخيالي ت

عند كتابة عدد مركب ص = 1 + 3 ت، تُلاحظ أنّ العددَيْن 1 و3 حقيقيان فيما أنّ 3 ت عدد خيالي. فالمركب ت هو عبارة عن إحداثيات الزوج (0 ، 1)، وهو مائل بزاوية قدرُها 90° بالنسبة للمحور الأفقي للأعداد الحقيقية (الشكل 1).



الشكل 1. تمثيل الأعداد المركبة في معلم متعامد

بما أنّ العدد الخيالي ت إحداثياته هي (0 ، 1)، فإن :

ت^2 = ت × ت = (0 ، 1) × (0 ، 1) = (-1 ، 0)

بما أنّ (أ ، ب) × (جـ ، د) = (أ جـ - ب د ، أ د + ب جـ)،

فإنّ ت^2 = (-1 ، 0) وعليه ت^2 = -1.

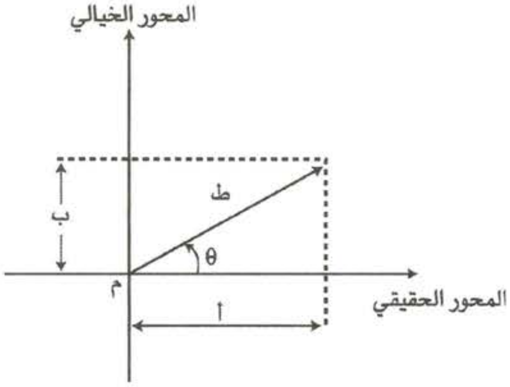
إذن كل الأعداد المركبة تُمثَّل على معلم متعامد، حيث المحور الأفقي هو المحور الحقيقي والمحور العمودي هو المحور الخيالي. وعليه فإنّ تمثيل العدد المركب ص على المعلم المتعامد يُوضِّح وحدة واحدة على المحور الحقيقي زيادة على 3 وحدات على المحور الخيالي، وما تقاطُعهما إلاّ تمثيل للعدد المركب ص، أي ص=1+3 ت.

وعلى نفس المعلم المتعامد، مُثلت أعداد مركبة أخرى. فالعدد المركب ص$_1$ يُكتب على الشكل ص$_1$ =4+2ت، في حين المركب ص$_2$ =-3-2ت وأما المركب ص$_3$ =2-2ت.

لاحظ من خلال التمثيل على المعلم المتعامد أنّ +ت هو شُعاع متجه نحو الأعلى، في الاتجاه الموجب للمحور الخيالي، أما ـت فهو شعاع متجه نحو الأسفل (الشكل 1).

2.3. الشكل الجبري والشكل المثلثي

عند كتابة عدد مركب في الشكل ص=أ+ت ب، فإنّ هذا التمثيل يُسمَّى العدد الجبري حيث أ هو القسم الحقيقي للمركب ص بينما ت ب هو القسم الخيالي، وحمله على المعلم المتعامد يُعطينا النتيجة الممثّلة في الشكل 2.



الشكل 2. تمثيل عدد مركب بالشكل المثلثي

لو حاولت وصل مركز المعلم بالنقطة الممثّلة للعدد المركب ص فسوف تحصل على قطعة مستقيم هي الوَتَر ط للمثلث. وتلاحظ أنّه بتطبيق نظرية فيتاغرس يكون طول الوتر ط حسب العبارة التالية :

$$H = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \text{ط} = \sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}$$

ولاحظ جيِّدا أنّ في هذه المعادلة، قد اُستُعمل العدد الحقيقي ب دون العدد الخيالي ت ب.

وتعلم من خلال دراساتك السابقة لعلم المثلثات، أنّ ظل زاوية مُعيّنة هو حاصل قسمة الضلع المقابل على الضلع المجاور، إذن :

ظل $\theta = \frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ ، أي $\theta =$ ظل$^{-1}$ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\,\theta = \frac{b}{a} \Rightarrow \theta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{b}{a}$

على المعلم المتعامد، تمثل أيّ نقطة بواسطة عددها الحقيقي أ وعددها الخيالي ت ب، فتكون هذه النقطة وحيدة. فكذلك الحال عندما تُمثل هذه النقطة بواسطة وترها ط وزاوية انحنائها θ بالنسبة للمحور الحقيقي فهي كذلك وحيدة.

تكون الكتابة الرمزية لتمثيل هذه النقطة – وتُعرف اصطلاحا بعبارة المطاور – في الشكل التالي :

ط $\underline{\backslash\ \theta}$ $\qquad$ $H\,\underline{/\ \theta}$

وتُقرأ «ط على زاوية θ»، حيث ط هو المسافة الفاصلة بين المركز وهذه النقطة، و θ هي الزاوية المحصورة بين هذا الوتر والمحور الحقيقي. والعدد بمثل هذا التمثيل يُدعى العدد المثلثي، ومن خلال المعادلتَيْن السابقتَيْن يُمكن كتابة ص في عبارة المطاور كما يلي :

ط $\underline{\backslash\ \theta}$ $= \sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}\ \underline{\backslash\ }$ظل$^{-1}$ (ب/أ)

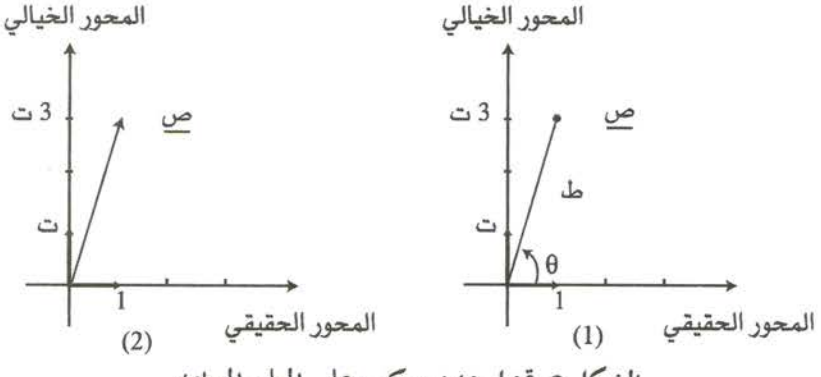
$$H\,\underline{/\ \theta} = \sqrt{a^2 + b^2}\ \underline{/\ \mathrm{tg}^{-1}(b/a)}$$

ومن خلال المثال السابق، فإنّ العدد المركب ص = 1 + 3 ت مكتوب على شكل العدد الجبري حيث 1 هو القسم الحقيقي و3 ت هو القسم الخيالي للعدد المركب ص، ويُحسب وتره كما يلي :

$$ط = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

أما زاوية انحنائه فوق المحور الحقيقي فهي (الشكل 1.3) :

$$\theta = ظل^{-1} \frac{3}{1} = ظل^{-1} 3،\ أي\ \theta = 71{,}57°$$



الشكل 3. تمثيل عدد مركب على المعلم المتعامد

ويُكتب العدد الجبري ص = 1 + 3 ت في عبارة العدد المثلثي (أي المطاور) كما يلي :

$$\sqrt{10}\ \angle\ 71{,}57°$$

إذن من خلال هذه الدارسة، نستطيع القول أنّ التحوُّل أو التنقّل من العدد المثلثي إلى العدد الجبري مُمكن جدا. ومن خلال الشكل 2، نستطيع كتابة ما يلي :

$$\sin\theta = \frac{b}{H} \qquad\qquad \text{جب}\ \theta = \frac{\text{ب}}{\text{ط}}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{H} \qquad\qquad \text{تجب}\ \theta = \frac{\text{أ}}{\text{ط}}$$

باستخراج أ و ب تتحوَّل المعادلتان كالتالي :

$$b = H\sin\theta \qquad\qquad \text{ب} = \text{ط جب}\ \theta$$

$$a = H\cos\theta \qquad\qquad \text{أ} = \text{ط تجب}\ \theta$$

ومن هنا يكون التنقُّل من العدد الجبري إلى العدد المثلثي كالتالي :

أ + ت ب = ط تجب θ + ت. ط جب θ

$$a + bj = H\cos\theta + j\,H\sin\theta$$

3.3. طويلة وعمدة العدد المركب

آن الأوان لتعرف أنّ في الأعداد المركبة، الوتر ط يُدعى بالطويلة وزاوية الانحناء θ تُدعى بالعمدة. إذن طويلة العدد المركب ص هي ط وعمدته هي θ.

تعلم أنّ الشعاع هو سهم ينطلق من المركز نحو نقطة مُعيَّنة من المعلم المتعامد، وفي مثالنا الأول فإنّ الشعاع ينطلق نحو إحداثيات النقطة (1 ، 3) كما هو مُوَضَّح على الشكل 2.3.

تُعرَّف الطويلة ط لشعاع على أنّها طول هذا الشعاع والعمدة θ هي الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والمحور الحقيقي. إذن فلا يُمكن تمثيل شعاع على معلم إلاّ بواسطة طويلة ط وحيدة وزاوية θ وحيدة كذلك.

كل شعاع يُرافقه عدد مركب واحد وواحد فقط، حيث تُكتب نقطة نهاية هذا الشعاع على شكل مطاور ط $\angle \theta$، لذلك يُلجأ إلى تمثيل الأعداد المركبة بواسطة أشعة. ويُرمز لطويلة شعاع أو طويلة عدد مركب، وليكن $\underline{ص} = 1 + 3$ ت مثلا، بالرمز $|\underline{ص}|$ وتُقرأ طويلة العدد المركب $\underline{ص}$ وهي :

$$|\underline{ص}| = ط = \sqrt{10} \qquad\qquad |\underline{Z}| = H = \sqrt{10}$$

وأما العمدة فيُرمز لها بالرمز $\angle \underline{ص}$ ، إذن :

$$\angle \underline{ص} = \theta = 71{,}57° \qquad\qquad \angle \underline{Z} = \theta = 71{,}57°$$

ومنه تكون كتابة العدد المركب $\underline{ص}$ في شكل مُطاور (أي عدد مثلثي) على النحو التالي :

$$\underline{ص} = |\underline{ص}| \angle \underline{ص} = \sqrt{10} \angle 71{,}57°$$

أو بساطة : $\underline{ص} = \angle \theta = \sqrt{10} \angle 71{,}57°$

4. عمليات حسابية على الأعداد المركبة

سوف نقتصر على السّرد فقط، وإن أحببت التوضيح ومعرفة البراهين على ما سنكتب بإذن الله تعالى، راجع الكتب المختصّة في الأعداد المركبة.

1.4. عملية الجمع

يُمكن بسُهولة جمع عددَيْن مركبَيْن وهما في شكل عدد جبري، فما عليك إلاّ جمع الأقسام الحقيقية فيما بينها ونفس الشيء بالنسبة للأقسام الخيالية. فمثلا :

$$\underline{\text{ص}}_1 = \text{أ}_1 + \text{ت ب}_1 \qquad\qquad \underline{Z}_1 = a_1 + j\,b_1$$

$$\underline{\text{ص}}_2 = \text{أ}_2 + \text{ت ب}_2 \qquad\qquad \underline{Z}_2 = a_2 + j\,b_2$$

والجمع ($\underline{\text{ص}}_1 + \underline{\text{ص}}_2$) يكون على الوجه التالي :

$$\left(\text{أ}_1 + \text{أ}_2\right) + \text{ت}\left(\text{ب}_1 + \text{ب}_2\right) \qquad\qquad (a_1 + a_2) + j\,(b_1 + b_2)$$

ويُستحسن استعمال الأعداد الجبرية عند الجمع، وهذا لامتيازها بالسهولة والمرونة. وعند حساب العُمْدة الجديدة فإنّ العملية لا تتوقّف على العمدتَيْن $\angle\underline{\text{ص}}_1$ و $\angle\underline{\text{ص}}_2$ ، بل يُؤخذ بعين الاعتبار العدد المركب الكلي للجمع ($\underline{\text{ص}}_1 + \underline{\text{ص}}_2$) لاستخراج العمدة كما درسنا من قبل.

وأما لاستخراج طويلة الجمع ($\underline{\text{ص}}_1 + \underline{\text{ص}}_2$) فتتم لمجموع هذَيْن العددَيْن المركبَيْن، أي :

$$\text{ط} = \sqrt{\left(\text{أ}_1 + \text{أ}_2\right)^2 + \left(\text{ب}_1 + \text{ب}_2\right)^2}$$

$$H = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2}$$

2.4. عملية الطرح

وأما عند الطرح، فإنّ العملية تتم دوما مع الأعداد الجبرية وذلك بطرح الأقسام الحقيقية مع بعضها البعض وكذلك الحال بالنسبة للأقسام الخيالية، بمعنى :

$\underline{\text{ص}}_1 = \text{أ}_1 + \text{ت ب}_1$ $\qquad$ $\underline{Z}_1 = a_1 + j\,b_1$

$\underline{\text{ص}}_2 = \text{أ}_2 + \text{ت ب}_2$ $\qquad$ $\underline{Z}_2 = a_2 + j\,b_2$

وعملية طرح العددَيْن المركبَيْن أحدهما من الآخر هي :

$$\underline{\text{ص}}_1 - \underline{\text{ص}}_2 = (\text{أ}_1 - \text{أ}_2) + \text{ت}(\text{ب}_1 - \text{ب}_2)$$

$$\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 = (a_1 - a_2) + j\,(b_1 - b_2)$$

وما البحث عن العُمْدة الجديدة إلاّ عن طريق العدد المركب الجديد $(\underline{\text{ص}}_1 - \underline{\text{ص}}_2)$، وأما الطويلة فهي كالتالي :

$$\text{ط} = \sqrt{(\text{أ}_1 - \text{أ}_2)^2 + (\text{ب}_1 - \text{ب}_2)^2} \qquad H = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$$

3.4. عملية الضرب

عندما يتعلّق الأمر بعملية الضرب، يُستحسن استعمال الأعداد المركبة في الشكل المثلثي وهذا لسهولة الحساب وسرعة أدائه.

ليكن $\underline{\text{ص}}_1$ و$\underline{\text{ص}}_2$ عددان مركبان، كتابتهما على الشكل المثلثي تُعطينا :

$$\underline{\text{ص}}_1 = \text{ط}_1 \angle \theta_1 \qquad \underline{Z}_1 = H_1 \angle \theta_1$$

$$\underline{\text{ص}}_2 = \text{ط}_2 \angle \theta_2 \qquad \underline{Z}_2 = H_2 \angle \theta_2$$

وعملية الضرب تكون على شكل : $\text{ط}_1 \times \text{ط}_2 \angle \theta_1 + \theta_2$، أي بواسطة جداء طويلتَي العددَيْن المركَبَيْن نحصل على طويلة العدد المركب الجديد. وأما العمدة الجديدة فتُستخرج عن طريق جمع عمدتَي العددَيْن المركبَيْن $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$.

4.4. عملية القسمة

وما قيل عن عملية الضرب ينطبق على عملية القسمة. إذ بفعل السهولة والسرعة يُستحسن استعمال الأعداد المركبة في الشكل المثلثي للقيام بهذه العملية الحسابية.

ليكن العددان المركبان $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$، والمطلوب هو حاصل قسمة هذَيْن العددَيْن. يُكتب العددان المركبان $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$ في الشكل المثلثي كالتالي :

$$\underline{\text{ص}}_1 = \text{ط}_1 \angle \theta_1 \qquad \underline{Z}_1 = H_1 \angle \theta_1$$

$$\underline{\text{ص}}_2 = \text{ط}_2 \angle \theta_2 \qquad \underline{Z}_2 = H_2 \angle \theta_2$$

وعملية القسمة تكون كالتالي :

$$\frac{\underline{\text{ص}}_1}{\underline{\text{ص}}_2} = \frac{\text{ط}_1 \angle \theta_1}{\text{ط}_2 \angle \theta_2} = \frac{\text{ط}_1}{\text{ط}_2} \angle \theta_1 - \theta_2$$

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{H_1 \angle \theta_1}{H_2 \angle \theta_2} = \frac{H_1}{H_2} \angle \theta_1 - \theta_2$$

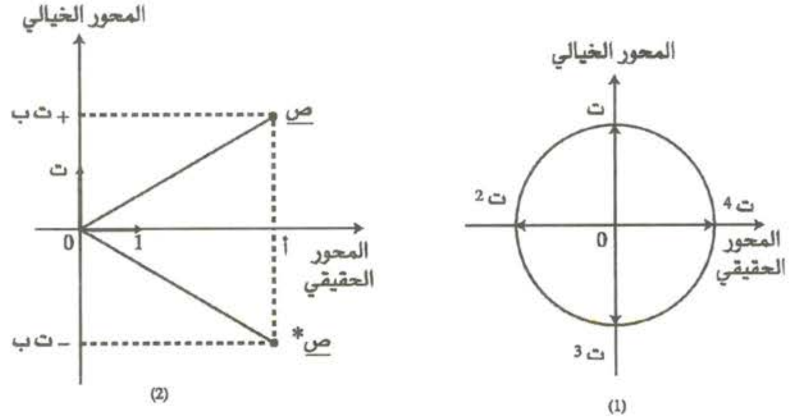
أي أن حاصل قسمة العددَيْن المركبين ص$_1$ على ص$_2$ هو عدد مركب جديد، حيث طويلته هي حاصل قسمة طويلتيَ العددَيْن ص$_1$ على ص$_2$، في حين عمدته هي الفرق بين العمدتَيْن على الترتيب.

أما عندما يُراد تحويل هذه النتيجة إلى الشكل الجبري فما عليك إلا باستعمال الطريقة المدروسة آنفا. ولاحظ أنّ هذا الكلام صالح كذلك لعملية الضرب.

5. العدد المرافق

1.5. خاصيات المركب ت

تعلم أنّ العدد المركب ت يُمكن كتابته على شكل زوج (0،1). والآن سوف نرى خاصِّيات هذا المركب، دون تفصيل بطبيعة الحال (الشكل 1.4).



الشكل 4. تمثيل العدد المرافق

1. ت² $= $ ت × ت $= \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = -1$: بمعنى تمثيل ت² على المعلم المتعامد هو الزوج (-1 ، 0)، وهي زاوية انحناء تُعادل 180° (أو π راديان) بالنسبة للمحور الحقيقي.

2. ت³ = ت² × ت = (-1) × ت = -ت : وهو الزوج (0 ، -1)، وتمثيله على المعلم يكون بزاوية انحناء قدرُها 90° (أو $\frac{\pi}{2}$ راديان) بالنسبة للمحور الأفقي (يتجه نحو الأسفل).

3. ت⁴ = ت² × ت² = (-1) × (-1) = 1 : وهو الزوج (1 ، 0)، وتمثيله على المعلم يكون بزاوية انحناء قدرُها الصفر، بمعنى أنّه مُتطابق مع المحور الأفقي وفي نفس الاتجاه.

4. $\frac{1}{\text{ت}}$ = -ت = (-1) × ت = ت³ : فهو نفس الزوج ت³ (0 ، -1)، ورسمه على المعلم يكون إذن بانحناء الزاوية قدرُها 90° نحو الأسفل.

تلك هي خاصِّيات العدد المركب ت.

2.5. مفهوم العدد المرافق

ليكن العدد المركب ص = أ + ت ب. يُعرَّف العدد المرافق للعدد ص - ويُكتب ص* - على أنّه عدد مركب يحتوي على نفس القسم الحقيقي ولكن القسم الخيالي ذا إشارة معاكسة، بمعنى هناك عدد مركب ص* = أ - ت ب بحيث العددان المركبان ص و ص* هما عددان مُرافِقان.

لكل عدد مركب ص=أ+ت ب صورته المطابقة والتي تُمثِّل العدد المرافق ص* =أ-ت ب، ولا يُمكن أن نجد أكثر من صورة واحدة مطابقة للعدد المركب ص. فلكل عدد مركب ص يُوجد عدد مُرافِق ص* واحد ووحيد. ومُرافق المرافق لعدد مركب إذن هو العدد المركب نفسه، فمرافق العدد (أ + ت. ب) هو (أ − ت.ب)، في حين مرافق العدد (أ − ت.ب) هو (أ + ت.ب).

يُكتب العدد المركب المرافق عادة بوضع نجمة في أعلاه بَدَل الفتحة، للتفريق بين الأعداد ص، صَ، ص* حيث صَ عدد مركب ثان أمام العدد المركب ص. فالعدد المركب ص* هو العدد المركب المرافق للعدد المركب ص. والعددان المركبان المرافقان ص=أ+ت ب وص* =أ-ت ب مُتَناظران بالنسبة للمحور الأفقي من المعلم المتعامد (الشكل 2.4).

6. علاقة الدالة الأسية بالدوال المثلثية

1.6. الدالة الأسية

في هذه الفقرة تعريف جد مُختصر للدالة الأسية هـ^(س): سوف نكتفي بالقول أنّ مُشْتَقها يُساوي الدالة ذاتها أي هـ^(س)، ويكون المشتق للنقطة الصفر (س = 0) يُساوي 1. كما أنّ العدد هـ هو عدد حقيقي موجب قيمته هي :

$$e^1 = e \approx 2,718 \qquad\qquad 2,718 \approx \text{هـ} = {}^1\text{هـ}$$

وأعلم أنّ العدد المركب يُمكن كتابته على شكل دالة أسية، هـ^(ت س)، ومنه فإنّ العددَيْن هـ^(ت س) وهـ^(-ت س) هما عددان مركبان مرافقان، ومن خلال خصائص الدالة الأسية فهما عكس بعضهما تماما، أي :

هـ^(ت س) هـ^(-ت س) = هـ^((ت-ت)س) = هـ^0 = 1

$$e^{jx}\ e^{-jx} = e^{(j-j)x} = e^{0} = 1$$

كما أن الدالة هـ^(ت س) هي دورية ذات دور د = 2π، أي أنّه مهما كان الحقيقي س فإنّ :

هـ^(ت(س+2π)) = هـ^(ت س) هـ^(2π) = هـ^(ت س)

$$e^{j(x+2\pi)} = e^{jx}\ e^{2\pi} = e^{jx}$$

إذن يُمكن كتابة :

هـ^(ص+ت2π) = هـ^ص هـ^(ت2π) = هـ^ص

$$e^{(\underline{Z}+j2\pi)} = e^{\underline{Z}}\ e^{j2\pi} = e^{\underline{Z}}$$

فإن كان العدد المركب ص يُكتب في الشكل الجبري، أي ص = أ + ت ب، إذن :

هـ^ص = هـ^(أ+ت ب) = هـ^أ هـ^(ت ب)

$$e^{\underline{z}} = e^{a+jb} = e^{a}\ e^{jb}$$

2.6. الدوال الجيبية

يُمكن للدالتَيْن (جب س) و(تجب س) جمعهما في شكل دالة أسية، ويكون ذلك على الصفة التالية :

هـ^(ت س) = تجب س + ت جب س

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

$$\text{هـ}^{-\text{ت س}} = \text{تجب س} - \text{ت جب س} \qquad e^{-jx} = \cos x - j\sin x$$

ومن هنا يُمكن كتابة المعادلتَيْن التاليتَيْن :

$$\text{تجب س} = \frac{\text{هـ}^{\text{ت س}} + \text{هـ}^{-\text{ت س}}}{2} = \frac{\text{هـ}^{2\text{ت س}} + 1}{2\text{هـ}^{\text{ت س}}}$$

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} = \frac{e^{2jx} + 1}{2\,e^{jx}}$$

$$\text{جب س} = \frac{\text{هـ}^{\text{ت س}} + \text{هـ}^{-\text{ت س}}}{2\,\text{ت}} = \frac{\text{هـ}^{2\text{ت س}} - 1}{2\text{ت هـ}^{\text{ت س}}}$$

$$\sin x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2\,j} = \frac{e^{2jx} - 1}{2\,j\,e^{jx}}$$

إذن يُمكن إعادة كتابتها للعدد المركب المتغيِّر $\underline{\text{ص}}$:

$$\text{تجب } \underline{\text{ص}} = \frac{\text{هـ}^{\text{ت}\underline{\text{ص}}} + \text{هـ}^{-\text{ت}\underline{\text{ص}}}}{2} = \frac{\text{هـ}^{2\text{ت}\underline{\text{ص}}} + 1}{2\text{هـ}^{\text{ت}\underline{\text{ص}}}}$$

$$\cos \underline{z} = \frac{e^{j\underline{z}} + e^{-j\underline{z}}}{2} = \frac{e^{2j\underline{z}} + 1}{2\,e^{j\underline{z}}}$$

$$\text{جب } \underline{\text{ص}} = \frac{\text{هـ}^{\text{ت}\underline{\text{ص}}} + \text{هـ}^{-\text{ت}\underline{\text{ص}}}}{2\,\text{ت}} = \frac{\text{هـ}^{2\text{ت}\underline{\text{ص}}} - 1}{2\text{ ت هـ}^{\text{ت}\underline{\text{ص}}}}$$

$$\sin \underline{z} = \frac{e^{j\underline{z}} - e^{-j\underline{z}}}{2j} = \frac{e^{2j\underline{z}} - 1}{2j\,e^{j\underline{z}}}$$

وأما فيما يخصُّ الاشتقاق، يُمكن كتابة ما يلي :

$$(\text{تجب } \underline{\text{ص}})' = -\text{ جب } \underline{\text{ص}} \qquad (\cos \underline{z})' = -\sin \underline{z}$$

(جب ص)َ = تجب ص $\qquad\qquad$ $(\sin \underline{z})' = \cos \underline{z}$

لتعلم أنّ :

(تجب أ + ت جب أ)ن = تجب (ن أ) + ت جب (ن أ)

$$(\cos a + j\sin a)^n = \cos(na) + j\sin(na)$$

وهي خاصِّية هامة جدا في العمليات الحسابية.

3.6. تمثيل عدد مركب بكمية جيبية

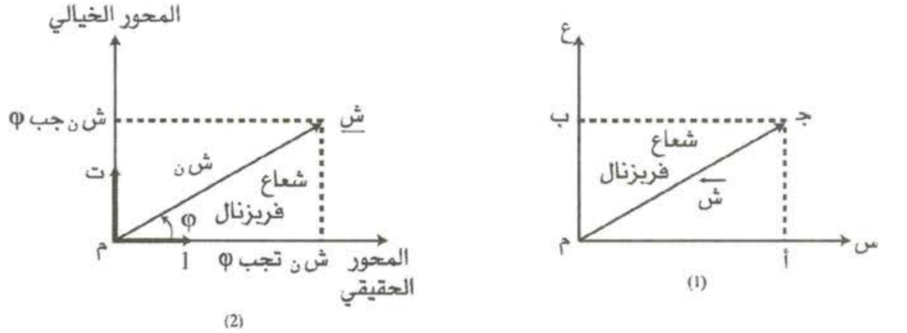
لنفرض أنّ لدينا الكمية الجيبية التالية :

شَ = شْ̂ تجب (ω ز + φ) $\qquad\qquad$ $i = \hat{I}\cos(\omega t + \varphi)$

أي :

شَ = شه $\sqrt{2}$ [تجب (ω ز + φ)] $\qquad\qquad$ $i = I_{rms}\sqrt{2}\,[\cos(\omega t + \varphi)]$

حيث شه هي الشدة الناجعة للتيار الجيـــبـــي شَ.



الشكل 5. حَمْل شُعاع فريزنال على مَعْلم الأعداد المرَكّبَة

تمثل هذه الكمية الجيبية شَ بواسطة شعاع فريزنال حيث طوله يكون متناسبا مع القيمة ش. ومنحنيا بالنسبة للمحور الأفقي بزاوية قدرها φ (الشكل 5). وأعلم أنّه من الممكن حمل هذا الشعاع على مستوى الأعداد المركبة، إذ صورته في هذا المعلم المتعامد هي عدد مركب ش حيث طويلته هي |ش| = ش = ش. وعمدته φ = ش ،
وعليه :

ش = ش. (تجب φ + ت جب φ) = ش.هـ$^{ت φ}$

$$\mathbf{I = I_{rms}\,(\cos\varphi + j\sin\varphi) = I_{rms}\,e^{j\varphi}}$$

علما أن ت^2 = −1، وأن ش هو العدد المركب المدعو القيمة المركبة للكمية شَ حيث :

ش` = شْ تجب (ω ز + φ)

$$\mathbf{i = \hat{I}\cos(\omega\ t + \varphi)}$$

وترى جيِّدا أنّ ش هو عدد مركب يُمثّل شَ، ولابُد عليك من الآن أن تتعوَّد على إقامة التطابُق العكسي، أي :

ش` = شْ تجب (ω ز + φ) ⇔ ش = ش. هـ$^{ت φ}$

$$\mathbf{i = \hat{I}\cos(\omega\,.\,t + \varphi) \Leftrightarrow \underline{I} = I_{rms}\,e^{j\varphi}}$$

حيث شْ = $\sqrt{2}$ ش. . ولمزيد من الفهم إليك هذا المثال :

.1 ش` = 21,21 تجب $\left(\omega\ ز + \frac{\pi}{3}\right)$ [آ] ⇐ ش = 15 هـ$^{ت\frac{\pi}{3}}$ [آ]، من حيث أنّ 21,21 أمبير = 15 $\sqrt{2}$ أمبير

2. $\underline{\text{ش}} = 10\,\text{هـ}^{\text{ت}\frac{\pi}{6}}\ [\text{آ}] \Rightarrow \text{ش}' = 10\sqrt{2}\ \text{تجب}\left(\omega\ \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right)$

$$= 14{,}14\ \text{تجب}\left(\omega\ \text{ز} + \frac{\pi}{6}\right)[\text{آ}]$$

ومن هنا تظهر خاصِّية هامَّة لإجراء العمليات السريعة : جمع أو طرح كميتَيْن جيبيتَيْن يُمكن القيام بهما، وذلك بجمع أو طرح قيمتَيْهما المركبة.

أعمال تطبيقية

تمرين 1

شدتان جيبيتان معادلتاهما :

$\text{ش}'_1 = 5{,}66\ \text{تجب}\,(200\,\pi\,\text{ز})$ $\qquad i_1 = 5{,}66\cos(200\,\pi\,t)$

$$\text{ش}'_2 = 4{,}24\ \text{تجب}\left(200\,\pi\,\text{ز} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i_2 = 4{,}24\cos\left(200\,\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

حيث شَ [آ] و ز[ثا]. باستعمال تقنية الأعداد المركبة :

1. أكتب الشدتَيْن حسب الدالة الأسية.
2. أحسب حاصل جمع الشدتَيْن $\underline{\text{ش}}$. استنبط طويلة وعمدة العدد المركب $\underline{\text{ش}}$.
3. استخرج المعادلة العامة للشدة $\text{ش}' = \text{ش}'_1 + \text{ش}'_2$

الجواب

1. حمل الشدتَيْن $\text{ش}'_1$ و $\text{ش}'_2$ على الأعداد المركبة هو :

$\underline{\text{ش}}_1 = 4\,\text{هـ}^{\text{ت}\,\omega\,\text{ز}} = 4\,\text{هـ}^{200\,\pi\,\text{ت}\,\text{ز}}$ $\qquad \underline{I}_1 = 4e^{j\omega t} = 4\,e^{j200\pi t}$

$$\underline{\text{ش}}_2 = 3\,\text{هـ}^{\text{ت}\left(\omega\,\text{ز} + \frac{\pi}{2}\right)} = 3\,\text{هـ}^{\text{ت}\left(200\,\pi\,\text{ز} + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\underline{I}_2 = 3e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} = 3\,e^{j\left(200\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

باعتبار أنّ مطال الشدة ش`$_1$ يُعادل $5,66$ آ $= 4\sqrt{2}$ آ، وأنّ مطال الشدة ش`$_2$ يُعادل $4,24$ آ $= 3\sqrt{2}$ آ.

2. ش` = ش`$_1$ + ش`$_2$ يُقابله في الأعداد المركبة :

$$\underline{\text{ش}} = \underline{\text{ش}}_1 + \underline{\text{ش}}_2 \qquad \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$

وعليه تُصبح المعادلة :

$$\underline{\text{ش}} = 4\,\text{هـ}^{\text{ت}\,\omega\,\text{ز}} + 3\,\text{هـ}^{\text{ت}\left(\omega\,\text{ز} + \frac{\pi}{2}\right)} \qquad \underline{I} = 4e^{j\omega t} + 3e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

وبإخراج عامل مشترك تصبح المعادلة كالتالي :

$$\underline{\text{ش}} = \text{هـ}^{\text{ت}\,\omega\,\text{ز}}\left(4 + 3\,\text{هـ}^{\text{ت}\frac{\pi}{2}}\right) \qquad \underline{I} = e^{j\omega t}\left(4 + 3e^{j\frac{\pi}{2}}\right)$$

ومن حيث أنّ :

$$4 + 3\,\text{هـ}^{\text{ت}\frac{\pi}{2}} = 4 + 3\left(\text{تجب}\frac{\pi}{2} + \text{ت جب}\frac{\pi}{2}\right) = 4 + 3\,\text{ت}$$

تكون طويلة العدد المركب (4 + 3 ت) هي $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$، وأما العُمدة فهي $\varphi =$ ظل$^{-1}\frac{3}{4} = 0,643$ راديان. وعليه يُمكن إعادة كتابة العدد المركب في شكل المعادلة التالية :

$$4 + 3\,\text{ت} = 5\,\text{هـ}^{\text{ت}\,0,643} \qquad 4 + 3j = 5e^{j\,0,643}$$

3. ومن ثم فالمعادلة العامة هي :

$$\underline{\text{ش}} = \text{هـ}^{\text{ت}\,\omega\,\text{ز}}\left(4 + 3\,\text{هـ}^{\text{ت}\frac{\pi}{2}}\right) \qquad \underline{I} = e^{j\omega t}\left(4 + 3\,j\,e^{j\frac{\pi}{2}}\right)$$

تُصبح : $\underline{ش} = هـ^{ت ω ز} \left(5\, هـ^{ت 0,643}\right)$ $\qquad \underline{I} = e^{j\omega t}\left(5\, e^{j\,0,643}\right)$

وجمع المعاملين يؤدي إلى ما يلي :

$\underline{ش} = 5\, هـ^{ت(ω ز + 0,643)}$ $\qquad \underline{I} = 5\, e^{j(\omega t + 0,643)}$

وكتابتها في الشكل المثلثي، تُصبح المعادلة كالتالي :

$$ش` = 5\sqrt{2}\ \text{تجب}\ (ω\ ز + 0,643)$$

$$i = 5\sqrt{2}\cos(\omega\ t + 0,643)$$

وعليه فمطال $ش` = ش`_1 + ش`_2$ هو $\hat{ش} \approx 7,1$ أمبير، نبضه $ω = 200\,π$ راديان/ثانية، أي :

$$ش` = 7,1\ \text{تجب}\ (200π\ ز + 0,643)\ [\text{آ}]$$

$$i = 7,1\cos(200\,\pi\, t + 0,643)\,[A]$$

تمرين 2

من دارة مدروسة تم تسجيل التيارَين $ش`_1$ و $ش`_2$ حيث $ش`$ $[\text{آ}]$.

$$ش`_1 = 14,14\ \text{تجب}\left(ω\ ز + \frac{π}{3}\right)$$

$$i_1 = 14,14\,.\cos\left(\omega\ t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$ش`_2 = 28,28\ \text{تجب}\left(ω\ ز + \frac{π}{6}\right)$$

$$i_2 = 28{,}28 . \cos\left(\omega\ t + \frac{\pi}{6}\right)$$

والمطلوب هو البحث عن ش`$_1$ + ش`$_2$.

الجواب

باعتبار أن المطال هو جداء العدد $\sqrt{2}$ في القيمة الناجعة، فإنّ كتابتهما في شكل الأعداد المركبة يؤدي إلى المعادلات التالية :

$\underline{ش}_1 = 10$ هـ$^{ت\frac{\pi}{3}}$ $\qquad \underline{I_1} = 10\, e^{j\frac{\pi}{3}}$

أي : $ش_1 = 10\left(\text{تجب}\frac{\pi}{3} + \text{ت جب}\frac{\pi}{3}\right)$

$$\underline{I_1} = 10\left(\cos\frac{\pi}{3} + j\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

وأما : $\underline{ش}_2 = 20$ هـ$^{ت\frac{\pi}{6}}$ $\qquad \underline{I_2} = 20\, e^{j\frac{\pi}{6}}$

أي : $\underline{ش}_2 = 20\left(\text{تجب}\frac{\pi}{6} + \text{ت جب}\frac{\pi}{6}\right)$

$$\underline{I_2} = 20\left(\cos\frac{\pi}{6} + j\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

وعليه تكون الطويلة $|\underline{ش}| = |\underline{ش}_1 + \underline{ش}_2|$ هي :

$$|\underline{ش}| = \sqrt{\left(10\,\text{تجب}\frac{\pi}{3} + 20\,\text{تجب}\frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(10\,\text{جب}\frac{\pi}{3} + 20\,\text{جب}\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$|\underline{ش}| = ش_{ن} = \sqrt{498{,}2051 + 348{,}2051} = 29{,}0931 \text{ آ}$$

$$|\underline{I}| = I_{rms} = 29{,}0931\ A$$

وأما العمدة فهي كالتالي : $\text{ظل}\,\varphi = \dfrac{10\ \text{جب}\ \frac{\pi}{3} + 20\ \text{جب}\ \frac{\pi}{6}}{10\ \text{تجب}\ \frac{\pi}{3} + 20\ \text{تجب}\ \frac{\pi}{6}}$

أي : $\text{ظل}\,\varphi = 0{,}464 \Leftarrow \varphi = 27.66°$ أو $\varphi = 0{,}48$ **راديان.**

المسائل

1. ما هو العدد المركب ؟ ما الهدف من استعماله في دراسة الدارات الكهربائية ؟

2. بما يمتاز العدد المركب ؟

3. ما الفرق عند كتابة العدد المركب، بين الشكل الجبري والشكل المثلثي ؟

4. ما هي خصائص وميزات العدد المركب المرافق ؟

5. كيف تستعمل الدوال الجيبية لتمثيل الأعداد المركبة ؟ اشرح.

6. أكتب في الشكل الجبري (أ + ت ب) العدد المركب $\underline{\text{ص}} = (2+\text{ت})(-1+\text{ت}) + (1+2\text{ت})^2$.

7. نفس السؤال للعدد المركب $\underline{\text{ص}} = (1+\text{ت}\sqrt{3})^3$.

8. نفس السؤال للعدد المركب $\underline{\text{ص}} = \dfrac{1-3\text{ت}}{3-\text{ت}}$.

9. أحسب طويلة وعمدة العدد المركب $\text{ص} = 1 + \text{ت}$. أكتبه في الشكل المثلثي.

10. نفس السؤال للعدد المركب $\underline{\text{ص}} = \sqrt{3} + \text{ت}$

11. نفس السؤال للعدد المركب $\underline{\text{ص}} = 1 + (2 - \sqrt{3})\,\text{ت}$.

12. نفس السؤال للعدد المركب $\text{ص} = -\sqrt{6} + \text{ت}\sqrt{2}$

13. استخرج طويلة وعمدة العدد المركب :

$\underline{\text{ص}} = 2\left(\text{تجب}\,\frac{\pi}{3} + \text{ت جب}\,\frac{\pi}{3}\right)$. أكتبه في الشكل الجبري.

14. ابحث عن حل المعادلة التالية : $\underline{\text{ص}}^2 - 2(2 - \text{ت})\,\underline{\text{ص}} + 3 - \text{ت} = 0$.

15. نفس السؤال للمعادلة : $\underline{\text{ص}}^2 - 2(2 + \text{ت})\,\underline{\text{ص}} + 6 = 0$.

16. نفس السؤال للمعادلة : $\underline{\text{ص}}^2 - (3 + 4\text{ت})\,\underline{\text{ص}} - 1 + 5\text{ت} = 0$.

17. نفس السؤال للمعادلة : $\underline{\text{ص}}^2 + \sqrt{5}\,\underline{\text{ص}} + 2 = 0$.

18. ابحث عن العدد المركب $\underline{\text{ص}}$ وفق الشكل الجبري حيث $\underline{\text{ص}}^2 = 8 - 6\text{ت}$

19. نفس السؤال حيث $\underline{\text{ص}}^2 = 1 + 4\text{ت}\sqrt{5}$.

20. نفس السؤال حيث $\text{ص}^2 = 1 + \text{ت}\sqrt{3}$.

21. برهن على التعادُل التالي : $\underline{\text{ص}} = \text{ت} = \text{هـ}^{\text{ت}\frac{\pi}{2}}$.

22. برهن على التعادُل التالي :

$$\underline{\text{ص}} = 8\,\text{ت}\left(\text{تجب}\,\frac{\pi}{6} + \text{ت جب}\,\frac{\pi}{6}\right) = 8\,\text{هـ}^{\text{ت}\frac{\pi 2}{3}} .$$

23. تيار متناوب جيـــبـــي معادلته كالتالي حيث شَ [آ] و ز [ثا] :

$$\text{ش} = 7\ \text{تجب}\left(10\,\pi\,\text{ز} + \frac{\pi 3}{4}\right) \qquad i = 7\cos\left(10\,\pi\,t + \frac{3\pi}{4}\right)$$

1. ما هو شكل التيار شَ، جبري أم مثلثي ؟ علّل.

2. أكتب شَ مستعملاً الدالة الأسية. أحسب طويلة وعمدة التيار المركب ش.

24. يُكتب جهد متناوب جيـــبي لدارة كهربائية مُعيّنة حيث فَ [كفو] وفق المعادلة التالية :

$$\text{فَ} = 550\ \text{تجب}\left(377\,\text{ز} + \frac{\pi 2}{3}\right) \qquad v = 550\cos\left(377\,t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

1. أحسب التردد المعمول به عبر الدارة.

2. استخرج العدد المركب فِ الموافق للجهد فَ. أحسب طويلته وعمدته.

25. تياران متناوبان جيبيان ش_1 و ش_2 تكتب معادلتاهما كالتالي حيث شَ[آ] و ز[ثا] :

$$\text{ش}_1 = 2\ \text{تجب}\,(20\text{ز}) \qquad i_1 = 2\cos(20\,t)$$

$$i_2 = 4\cos\left(20\,t - \frac{2\pi}{3}\right)$$ ش`$_2$ = 4 تجب (20 ز - π2/3)

1. أكتب التيارين ش`$_1$ و ش`$_2$ مُستعملا الدالة الأسية .

2. أحسب حاصل الجمع ش` = ش`$_1$ + ش`$_2$. استخرج مطال وعمدة ش.

26. مُثِّل الجهدان ف`$_1$ وف`$_2$ بتقنية الأعداد المركبة :

$$\underline{V_1} = 4\,e^{j(100\pi\,t + 0{,}47)}$$ ف$_1$ = 4 هـ$^{ت(100\pi ز +0,47)}$

$$\underline{V_2} = 3\,e^{j(100\pi\,t - 1{,}40)}$$ ف$_2$ = 3 هـ$^{ت(100\pi ز -1,40)}$

حيث ف[فولط] و ز[ثا].

1. أكتب الجهديْن ف`$_1$ وف`$_2$ بدلالة الزمن.
2. أحسب حاصل جمعهما. استخرج المطال والعمدة.

27. جهدان متناوبان جيبيان معادلتاهما :

$$v_1 = 3\cos(100\,\pi\,t)$$ ف`$_1$ = 3 تجب (100π ز)

$$v_2 = 2\cos\left(100\,\pi\,t - \frac{\pi}{8}\right)$$ ف`$_2$ = 2 تجب (100π ز - π/8)

حيث فَ [فولط] وز[ثا].

1. أحسب تردد الإشارتين المتناوبتين.
2. أحسب مطال كل جهد. استخرج عمدتهما الابتدائية.
3. أيّ الجهدين يتقدم الآخر ؟ استخرج الاختلال والإنزياح.
4. عبِّر عن الجهدَين باستعمال الدالة الأسية.

الفصل 11

المعاوقة المركبة

عند دراستنا للتيار المستمر، كنا نأخذ بعين الاعتبار المقاومات والقوى الكهرومحركة والقوى الكهرومحركة العكسية فقط. لأنّ المكثفة مثلا في حالة التيار المستمر، أي تردد معدوم، تتصرّف وكأنّها دارة مفتوحة في حين تكون الوشيعة عبارة عن دارة قصر... ولهذا السببب أهملناهما.

أما في حالة التيار المتناوب فيجب الأخذ بعين الاعتبار ظواهر الحث الذاتي، بالإضافة إلى أن المكثفة مثلا إذا ما رُكبت في دارة ذات تيار متناوب فسوف تُشحن وتُفرغ بإستمرار، ويكون ذلك بنفس تردد التيار المتناوب، وهي في نفس الوقت لن تُمانع من عبور التيار "المتناوب"، على عكس التيار المستمر.

إذن فالمقاومة ليست هي المعارضة الوحيدة الموجودة في الدارات ذات التيار المتناوب، إذ الوشيعة والمكثفة تُبديان معارضة كذلك تُدعى المفاعَلة ووحدهّا الأوم. واتحاد المقاومة والمفاعلة يُظهر المعارضة الكلية لعبور التيار المتناوب : إنهّا المعاوَقة.

1. عموميات

عند دراستنا للدارات الكهربائية المغذّاة بالتيار المستمر، رأينا أنّ قانون أوم هو علاقة خطية بين الجهد والتيار حيث مُعامل النسبية ما هو إلا مقاومة المادة المدروسة.

عندما يطبق جهد مستمر ف، ينجم عنه تيار مستمر ش وتكون العلاقة هي :

$$\text{ف} = \text{م} \times \text{ش} \qquad\qquad V = R \times I$$

حيث م هي المقاومة وتكون ثابتة. في هذه الحالة تُدعى هذه الدارة دارة مُقاوِمة، بمعنى أنّها لا تحتوي إلاّ على مقاومات.

وأما إذا وُجدت وشيعة[1] داخل دارة كهربائية ذات تيار مستمر، فإنها تتصرّف وكأنها ناقل ذو مقاومة معدومة (تُقارب الصفر)، أي دارة قَصْر.

أما إذا احتوت الدارة على مكثفة، فسوف يعبُرها تيار لمدة زمنية وجيزة جدا (أثناء شحنها وتفريغها فقط)، وبعدها تُصبح المكثفة وكأنها قاطعة مفتوحة داخل الدارة ويكون التيار العابر لها معدوما تماما (صفرا).

عندما تحتوي الدارة الكهربائية على مكثفة أو شيعة أو كلاهما فلا يصح تسميتها بدارة مُقاوِمة بل أُصطلح على تسميتها بدارة مُفاعلة وهذا لاحتوائها على نوابط غير المقاوم.

1. مفهوم عُولج بإسهاب عبر الفصلين 9 و10 من الجزء الثالث.

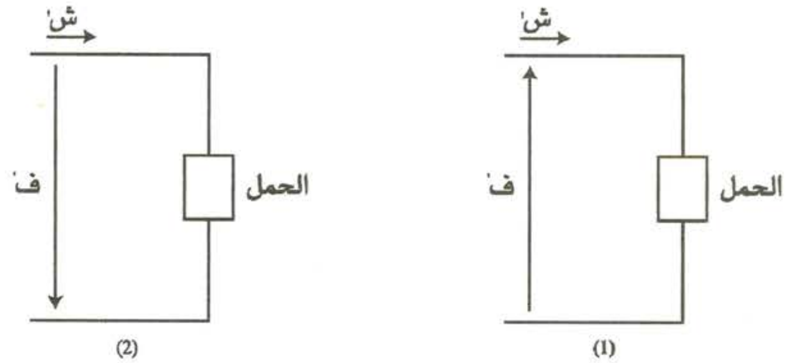
هذه الحالات الثلاث المدروسة كانت لعبور تيار مستمر عبر الدارة الكهربائية. وأما في حالة عبور تيار متناوب، فإنّ الأمر يختلف كلية وهذا لأنّ تصرُّف الدارات المفاعِلة يختلف من تردد لآخر : إنّه تأثير المعاوَقة. فما مفهوم المعاوقة يا تُرى، وكيف يتم تأثيرها بتغيُّر التردد ؟

2. مرجعية التشغيل

بما أن الأجهزة الموضوعة بين قطبي المخرج كحَمْل يمكن أن تعمل بمرجعية نظام المستقبل أو نظام المولّد، لذلك لابد من اختيار إتجاه موجب ليسهُل تحديد قطبيّة القطبيْن لأيّ لحظة زمنية.

1. نظام المستقبل

يكون الجهد موجبا ويتولد عنه تيار موجب كذلك فيعبُر الجهاز (يدخله)، أو الحمل إن شئت، كما هو مُوضَّح على الشكل 1.1.



الشكل 1. نظاما المستقبل والمولد.

2. نظام المولد

وهو النظام الذي يمتاز بكَوْن الجهد يُوَلد تيارا موجبا يخرج من الجهاز (الحمل)، كما يُوضِّحه الشكل 2.1.

ومن خلال هذَيْن التعريفين يمكننا اتخاذ أحدهما كمرجع لدارسة الدارات الكهربائية، وذلك ليكون قاعدة يعمل بها لتسهيل الفهم. وتكون قد لاحظت من دون شك أنّنا نستطيع استعمال نظام المستقبل كقاعدة مرجعية لدارسة عمل نظام المولد، والعكس صحيح. فغالبا ما يُستعمل نظام المستقبل كمرجع وقاعدة لدارسة الدارات الكهربائية.

سوف تلاحظ أنّ الاستطاعة المحسوبة $عه = ف_{ه} . ش_{ه}$ تجبθ تُمثل استطاعة مستهلكة بمعنى أنّ الاستطاعة تكون سالبة، ولكن ستكون موجبة بالنسبة لنظام المولد. لذلك قام اختيارنا على اتخاذ النظام المستقبل كمرجع، لأنّه عادة ما تكون الأجهزة تعمل بنظام المستقبل عند عبور التيار.

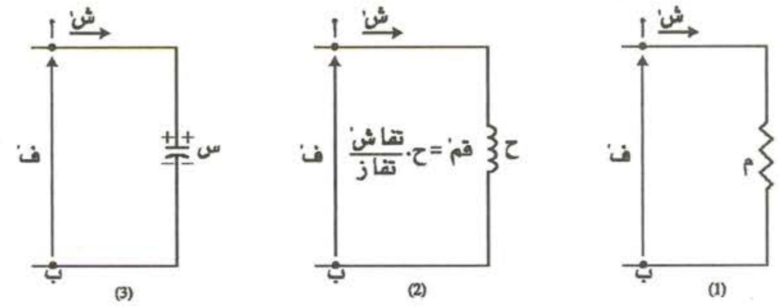
3. قانون أوم للتيار المتناوب

كل القوانين والنظريات التي تمت دراستها إلى حد الآن هي سارية المفعول عند دراسة التيار المتناوب، إلاّ أنه تُؤخذ القيم اللحظية للجهود والتيارات بعين الاعتبار على عكس التيار المستمر الذي يحتوي على قيمة وحيدة لا تتغيّر مع الزمن. والآن سوف نتطرّق لدراسة النوابط الثلاثة، كل على حدة.

1.3. المقاومة الصافية

المقاومة الصافية هي المقاومة الميِّتة التي لا تحتوي على أيّ مفعول حث أي أنّ المحاثة مُهمَلة كما يحدث عند السلك الناقل المستقيم، إذ لا يُمكن حث أيّ قوة كهرومُحرِّكة عندما يتغيّر التيار.

لنفرض أن م هي مقاومة مُعيَّنة من دارة كهربائية يعبرها تيار شدته ش (الشكل 1.2) حيث :



الشكل 2. دراسة قانون أوم للتيار المتناوب

$$ش = \hat{ش} \ جب \ (\omega j) \qquad i = \hat{I} \sin(\omega t)$$

وهو تيار جيبـــي مما يؤدي إلى جهد جيبـــي ف. يُمكننا تطبيق قانون أوم للحظة محدَّدة، ولتكن ز، على المقاومة الصافية فنكتب المعادلة التالية :

$$ف = م \ ش \qquad v = R \ i$$

حيث ف هو الجهد اللحظي المتأمَّل بين قطبَي المقاومة م وهو ($ف_{أ} - ف_{ب}$)، و ش هو شدة التيار اللحظة العابر للمقاومة م.

يكون ف$_{أ}$ - ف$_{ب}$ > 0 عندما يعبر التيار من النقطة أ نحو النقطة ب، حيث ف$_{أ}$ وف$_{ب}$ هما الكمون اللحظي للنقطتَيْن أ و ب. علما أنّ الجهد والتيار كميتان جيبيتان، فبالإمكان كتابة المعادلة التالية :

$$v = R\ \hat{I} \sin(\omega\ t) \qquad \text{ف} = \text{م}\ \hat{\text{ش}}\ \text{جب}\,(\omega\ \text{ز})$$

فتُلاحظ أنّه لا وجود لاختلال بين فرق الكمون عبر قطبَي المقاومة الصافية م وشدة التيار الذي يعبرها، فهما إذن مُتزامِنان. ومن هنا نستنتج أنّ الدارات المقاوِمة لا اختلال فيها، أي $\Delta\varphi = 0$.

ملاحظة هامة

من خلال العلاقة التي جمعت القيم اللحظية نستخرج العلاقات التي تجمع :

- القيم القُصوى : $\hat{\text{ف}} = \text{م} . \hat{\text{ش}}$ $\qquad \hat{V} = R . \hat{I}$
- القيم الناجعة : $\text{ف}_{\text{ن}} = \text{م} . \text{ش}_{\text{ن}}$ $\qquad V_{rms} = R . I_{rms}$
- القيم المرَكَّبة : $\underline{\text{ف}} = \text{م} . \underline{\text{ش}}$ $\qquad \underline{V} = R . \underline{I}$

2.3. الوشيعة الصافية

هي الوشيعة التي تكون مقاومة سلك لفها معدومة (أي مـــ = 0)، أي أن هبوط الجهد عبر مقاومة السلك مهملا مقارنة بهبوط الجهد الملاحظ عبر الوشيعة ذاتها، وعليه تكون الوشيعة مثالية.

في حالة تيار متناوب، التيار يتغيّر باستمرار ومنه تكون ظاهرة الحث الذاتي ذات أهمية قصوى. عندما يعبر الوشيعة تيار معادلته هي :

ش = شْ تجب (ω ز) $$i = \hat{I}\cos(\omega\ t)$$

تُحثّ قُوّة كهرومُحرّكة قم تكون عبارتها كالتالي :

قم = - ح $\frac{\text{تفا ش}}{\text{تفا ز}}$ $$e = -L\ \frac{di}{dt}$$

وعليه : قم = - ح $\frac{\text{تفا}}{\text{تفا ز}}$ (شْ تجب ω ز)

$$e = -L\ \frac{d}{dt}(\hat{I}\cos\omega t)$$

ومن ثم : قم = + ح ω شْ جب (ω ز)

$$e = +L\ \omega\ \hat{I}\sin(\omega\ t)$$

حيث ح هي محاثة الوشيعة (الشكل 2.2). هذه القوة الكهروحركية تُعارض عبور التيار ويُمكن تشبيهها بقوة كهروحركية عكسية، عبارتها هي :

قم` = - قم = - ح ω شْ جب (ω ز)

$$e' = -e = -L\,\omega\,\hat{I}\ \sin(\omega\ t)$$

وعليه : قم` = ح ω شْ جب $\left(\omega\text{ ز} + \frac{\pi}{2}\right)$

$$e' = L\ \omega\ \hat{I}\ \sin\left(\omega\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

بين قطبي الوشيعة، يكون فرق الكمون هو نفسه القوة الكهرومحركة العكسية، باعتبار أن المقاومة معدومة، فنستخلص أن :

ف = قم $\qquad v = e'$

ش = شْ تجب (ω ز) $\qquad i = \hat{I}\cos(\omega\ t)$

ف = ح ω شْ تجب $\left(\omega ز + \frac{\pi}{2}\right)$ $\qquad v = L\ \omega\ \hat{I}\cos\left(\omega\, t + \frac{\pi}{2}\right)$

إذن في حالة وشيعة صافية، فإنّ التيار يتأخّر عن الجهد بزاوية قدرُها $\frac{\pi}{2}$ راديان، أو بعبارة أخرى الجهد يتقدّم عن التيار بزاوية قدرها $\frac{\pi}{2}$ راديان: تعامُد الطور.

ملاحظة هامة

من العلاقات السابقة، نستنتج العلاقة الجامعة بين :

– القيم القصوى : فْ = ح . ω . شْ $\qquad \hat{V} = L\,.\,\omega\,.\,\hat{I}$

– القيم الناجعة : ف$_{ه}$ = ح . ω . ش$_{ه}$ $\qquad V_{rms} = L\,.\,\omega\,.\,I_{rms}$

– القيم المركبة : <u>ف</u> = ت . ح ω . <u>ش</u> $\qquad \underline{V} = j\,.\,L\,.\,\omega\,.\,\underline{I}$

3.3. المكثفة الصافية

لنوصل لبوسَي مكثفة بين قطبي منبع لتيار متناوب (الشكل 3.2) يمنح جهدا عبارته :

ف = فْ تجب (ω ز) $\qquad v = \hat{V}\cos(\omega\ t)$

فتكون بذلك شحنة المكثفة مساوية للكمية :

ك = س . ف $$q = C \cdot v$$

وأما تيار الشحن للمكثفة فهو :

$$\text{ش} = \frac{\text{تفا ك}}{\text{تفا ز}} \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

وعليه يمكن كتابة ما يلي :

$$\text{ش} = \frac{\text{تفا (س ف)}}{\text{تفا ز}} = \text{س} \frac{\text{تفا ف}}{\text{تفاز}}$$

$$i = \frac{d\,(C\,v)}{d\,t} = C\,\frac{dv}{dt}$$

وبالتعويض تكتب المعادلة التالية :

$$\text{ش} = \text{س}\ \frac{\text{تفا}}{\text{تفا ز}}\ (\hat{\text{ف}}\ \text{تجب}\ \omega\ \text{ز}) \qquad i = C\,\frac{d}{d\,t}(\hat{V}\ \cos \omega\,t)$$

وبعد الاشتقاق نحصل على ما يلي :

$$\text{ش} = -\text{س}\ \omega\ \hat{\text{ف}}\ \text{جب}\,(\omega\ \text{ز}) \qquad i = -C\,\omega\,\hat{V}\,\sin(\omega\,t)$$

وعليه :

$$\text{ش} = +\text{س}\ \omega\ \hat{\text{ف}}\ \text{تجب}\left(\omega\,\text{ز} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i = +C\,\omega\,\hat{V}\,\cos\left(\omega\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

فتلاحظ أنه بتركيب مكثفة داخل دارة كهربائية، كل الأمور تجري وكأن الدارة يعبُرها تيار يتقدم الجهد المتأمَّل بين قطبي هذه المكثفة بزاوية قدرُها $\frac{\pi}{2}$ راديان.

ملاحظة هامة

العلاقات السابقة تسمح بكتابة التعادُلات التالية :

– بين القيم القصوى : $\hat{ف} = \frac{\hat{ش}}{س\,\omega}$ $\qquad \hat{V} = \frac{\hat{I}}{C\,\omega}$

– بين القيم الناجعة : $ف_{\circ} = \frac{ش_{\circ}}{س\ \omega}$ $\qquad V_{rms} = \frac{I_{rms}}{C\,\omega}$

– بين القيم المركبة : $\underline{ف} = \frac{\underline{ش}}{ت\ \omega\ س}$ $\qquad \underline{V} = \frac{\underline{I}}{j\ \omega\ C}$

أو $\underline{ش} = ت\,.\,\omega.\,س\,.\,\underline{ف}$ $\qquad \underline{I} = j\ \omega\ C\ \underline{V}$

4. معاوقة النوابط الثلاث

1.4. مفهوم المعاوقة

بفعل تغيُّر قيم الكميات المتناوبة (الجهد والتيار) زيادة على تحلُّل الإشارة الجيبية إلى عدَّة ترددات، أي تحلُّل فورييه، فإنّ المعارَضة التي تبدو في الدارة غير مُقتصرَة على المقاومة فقط، بل المكثفة والوشيعة تلعبان دورهما في إبداء معارَضة تُضاف للمقاومة، سُمِّيت بالمفاعلة.

فالمفاعلة الحثية هي معارضة وشيعة صافية لعبور تيار متناوب ويشار لها بالرمز حف ووحدة قياسها هي الأوم. وأما المفاعلة السعوية

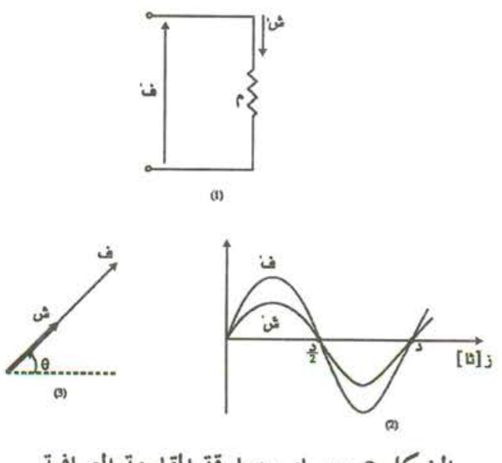
فهي معارضة مكثفة لعبور تيار متناوب، ورمزها هو سف ووحدة قياسها هي دوما الأوم.

أما المعاوقة فتُعرَّف على أنها مجموع المعارضتَيْن، معارضة المقاومة ومعارضة المفاعلة بنوعَيْها، وهي رياضيا حاصل القسمة للجهد ف المتأمل عبر الحمل على التيار ش العابر لهذا الحمل بمعنى :

$$\underline{\text{ص}} = \frac{\underline{\underline{\text{ف}}}}{\underline{\underline{\text{ش}}}} \qquad\qquad \underline{\mathbf{Z}} = \frac{\underline{\underline{\mathbf{V}}}}{\underline{\mathbf{I}}}$$

وبما أن الكميتَيْن ف و ش هما عددان مركبان، فبالضروري أن تكون المعاوقة، وهي حاصل قسمتهما، عددا مركبا كذلك.

وقبل التطرُّق إلى دارات مُعقدة، سوف نقوم بتوفيق من المولى عزّ وجل بدراسة أوَّلية للدارات البسيطة (طالع الجدول 1 من الفصل 12) ولعل أبسطها أن تحتوي فقط على نوع واحد من النوابط : مُقاوِم، مكثفة أو وشيعة. فكيف تُستخرج مُقاوَقة كل نبيط ؟



الشكل 3. حساب معاوقة المقاومة الصافية

2.4. معاوقة المقاومة الصافية

إن استخراج معاوقة المقاومة الصافية لدارة الشكل 1.3 يُعد بسيطا وسهلا.

يكون الجهد والتيار في هذا النبيط متزامنَيْن (الشكل 2.3)، أي ألا اختلال بين الكميتين المتناوبتَيْن (الشكل 3.3). فالزاوية θ تُمثل زاوية إنحناء شعاع الجهد عن المحور الأفقي وباعتبارهما متزامنَيْن، فإنّ شعاع التيار يكون منحنيا كذلك بزاوية θ على المحور الأفقي.

من التعريف السابق، يُمكننا كتابة عبارة المطاور التالية :

$$\underline{ص}_م = \frac{\underline{ف}}{\underline{ش}} = \frac{ف\angle\theta}{ش\angle\theta} \qquad \underline{Z}_R = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = \frac{V\angle\theta}{I\angle\theta}$$

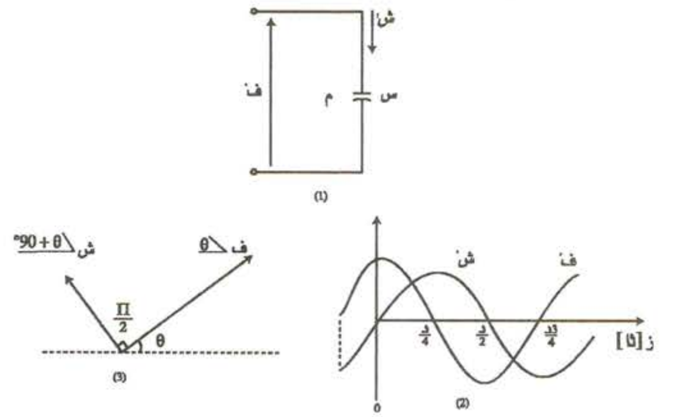
$$\text{إذن : } \underline{ص}_م = \frac{ف}{ش} = م \qquad \underline{Z}_R = \frac{V}{I} = R$$

حيث الكمية ف هي طويلة الجهد المركب ف، وش طويلة التيار المركب ش، وما حاصل قسمتهما إلاّ بالضرورة مقاومة ووحدتها الأوم، أي م[Ω]، المقاومة الصافية. فنستنتج أن معاوقة المقاومة الصافية ما هي إلاّ المقاومة ذاتها أي :

$$\underline{ص}_م = م \qquad \underline{Z}_R = R$$

3.4. معاوقة المكثفة الصافية

عند تركيب مكثفة وحدها في دارة كهربائية (الشكل 1.4) فإنّ الجهد الجيـــبي المتأمَّل بين قطبَيْها ينتج تيارا جيبيا، يكون مُتقدِّما عن الجهد بزاوية قدرُها $\frac{\pi}{2}$ راديان (90°) كما هو موضح على الشكل 3.4.



الشكل 4. حساب معاوقة المكثفة

من تعريف المعاوقة، نكتب ما يلي :

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = \frac{V \angle \theta}{I \angle \theta + 90°} \qquad \underline{\text{ص}}_{\text{س}} = \frac{\underline{\text{ف}}}{\underline{\text{ش}}} = \frac{\text{ف} \angle \theta}{\text{ش} \angle 90° + \theta}$$

ومن خلال خاصِّيات الأعداد المركبة نستطيع كتابة التالي :

$$\underline{Z}_c = \frac{V}{I} \angle -90° \qquad \underline{\text{ص}}_{\text{س}} = \frac{\text{ف}}{\text{ش}} \angle -90°$$

وهي معاوقة المكثفة، علما أنّ ف و ش هما طويلتا الكميتَيْن المركبتَيْن ف و ش على التوالي. وبما أنّ :

ف = فَ̂ تجب (ز ω) $$v = \hat{V} \cos(\omega t)$$

مع العلم أن التيار هو وفق المعادلة التالية :

ش = س (تفا فس / تفا ز) $$i = C \frac{d V_c}{dt}$$

إذن : ش = س (تω ف) = ت س ω ف

$$\underline{I} = C\,(j\omega\, \underline{V}) = jC\,\omega \underline{V}$$

وعليه : ف = ش / (ت س ω) $$\underline{V} = \frac{\underline{I}}{jC\omega}$$

ومن خلال خاصِّيات الأعداد المركبة نكتب :

ف = - ت ش / (س ω) $$\underline{V} = -j\,\frac{\underline{I}}{C\,\omega}$$

وما حاصل نسبة الجهد الناجع بين قطبي المكثفة على الشدة الناجعة للتيار العابر للدارة ما هو إلاّ معاوقة المكثفة، بمعنى آخر هي :

صس = فہ / شہ = 1 / (س ω) $$Z_C = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{1}{C\,\omega}$$

وأعلم أنّه في حالة تقدُّم التيار عن الجهد بزاوية قدرُها $\theta = 90°$، فإن المعاوقة تكون سَعَوِية صافية وهي كمية فيزيائية تُعرف بالمفاعَلة السعوية :

سف = 1 / (س ω) = 1 / (2π ن س) $$X_C = \frac{1}{C\,\omega} = \frac{1}{2\pi f\, C}$$

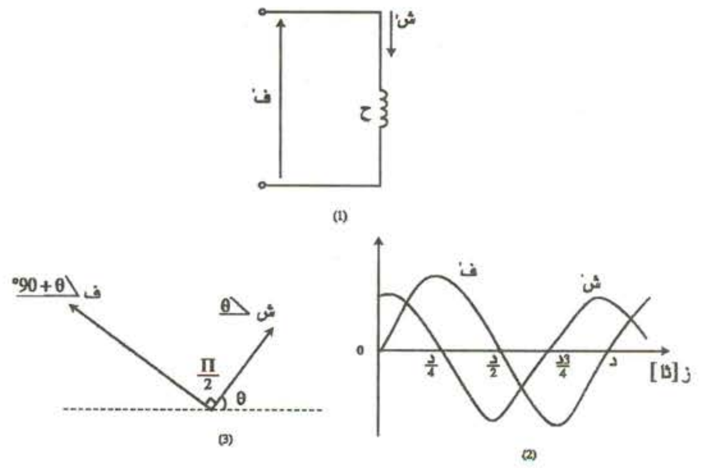
وعليه : سف = 1 / (ت 2π ن س) $$\underline{X_C} = \frac{1}{j\,2\pi . f\, C}$$

أي : $\underline{\text{سف}} = \dfrac{\text{ت}}{2\pi\ \text{ن س}}$ $\qquad$ $\underline{X_C} = \dfrac{j}{2\pi f\ C}$

فتلاحظ أن المفاعلة السّعَوية سف تصغُر بقدر ما تزيد سعة المكثفة ويكبر تردد التيار، وهي كمية تُقاس بوحدات الأوم. والمفاعلة السعوية تمتاز بأنّ الزاوية θ تنحصر في المجال $0 < \theta \leq 90°$، بحيث تكون المفاعلة سعوية صافية أي مكثّفة، عندما تكون $\theta = 90°$ تماما

4.4. معاوقة الوشيعة الصافية

عند تركيب وشيعة مثالية فإنّ التيار الجيبـــي ش يحث جهدا جيبيا ف بين قطبي هذه الوشيعة (الشكل 1.5) والذي يتقدَّم التيار بزاوية قدرُها $\theta = 90°$، أي تسجيل اختلال قدرُه $\frac{\pi}{2}$ راديان (الشكل 3.5)، أو أنّه إنزياح قدرُه رُبْع دَوْرَة (الشكل 2.5). فلو كان التيار عبارته هي :



الشكل 5. حساب معاوقة الوشيعة الصافية

ش = $\hat{\text{ش}}$ تجب (ω ز) $\qquad$ $i = \hat{I} \cos(\omega . t)$

وعلما أنّ : ف = ح $\frac{\text{تفا ش}_{ح}}{\text{تفا ز}}$ $v = L\frac{di_L}{dt}$

فإنّ المعادلة الأولى تُصبح :

ف = ح (ت ω ش) = ت ح ω ش

$\underline{V} = L\,(j\,\omega\,\underline{I}) = j\,L\,\omega\,\underline{I}$

معاوقة الوشيعة هي حاصل النسبة ص ح للجهد الناجع على الشدة الناجعة، إذن فمعاوقة الوشيعة الصافية هي :

ص ح = $\frac{\text{ف}_{ه}}{\text{ش}_{ه}}$ = ح ω $Z_L = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = L\,\omega$

تكون المعاوقة عموما مُفاعلة حثية صافية، وتُكتب حف، عندما تخلو من كل مقاومة تظهر عبر الوشيعة، كمقاومة اللفات مثلا.

تُوصف الوشيعة بالصافية عندما يتقدَّم الجهد عن التيار بزاوية قدرُها θ = 90° تماما. وباعتبار العلاقة ω = 2 π . ن، يُمكن إعادة كتابة المعادلة السابقة على الشكل التالي :

حف = 2 π ن ح $X_L = 2\,\pi f\;L$

وعليه نقول أنّه بقدر ما يتزايد التردد وتكبُر مُحاثَة الوشيعة، بقدر ما تتزايد المفاعَلة الحثية حف، وهي دوما تُقاس بوحدات الأوم.

ملاحظة

رأينا أنّ المعاوَقة هي حاصل قسمة الجهد الناجع على الشدة الناجعة، فأعلم أنّه من الممكن كذلك أخذ القيم القصوى للكمتين الجيبيتين (الجهد والتيار) بدل القيم الناجعة.

مسائل

1. ما هو مفهوم المعاوقة ؟ أكتب عبارتها الرياضية وأذكر مدلول كل وسيط.

2. ما الفرق بين المفاعلة والمعاوقة ؟ اشرح.

3. متى تكون المفاعلة حثية ومتى تكون سعوية ؟ اشرح.

5. قارن معاوقات كل من المقاومة، الوشيعة والمكثفة. استخرج نقاط التشابه والاختلاف بينها.

5. اشرح سبب تأثر المفاعلة بتغير التردد. أكتب العبارة الرياضية للمفاعلتين بدلالة التردد.

6. لم يسجل اختلال بين الجهد والتيار في النبيطين المحايدين، الوشيعة والمكثفة ؟ اشرح.

7. متى تكون الدارة الكهربائية خطية ؟ اشرح.

8. متى تكون الدارة الكهربائية مقاومة ومتى تكون مفاعلة ؟ أذكر الفرق بينهما.

9. تدرس دارة كهربائية مقاومة يعبرها تيار. ما الفرق في تصرفها بين عبور تيار مستمر وتيار متناوب ؟ اشرح.

10. تدرس دارة حثية صافية يعبرها تيار كهربائي. ما الفرق في تصرفها بين عبور تيار مستمر وتيار متناوب ؟ اشرح.

11. تدرس دارة سعوية صافية يعبرها تيار كهربائي. ما الفرق في تصرفها بين عبور تيار مستمر وتيار متناوب ؟ اشرح.

12. أحسب معاوقة وشيعة، محاثتها ح = 10 مهن ومقاومة لفاتها مهملة، مُركَّبة عبر منبع تردده 1500 هز. إلى ما ترمز عبارة مقاومة اللفات مُهمَلة ؟

13. يُطبَّق بين قطبَي دارة الشكل 2.5 جهد متناوب نبضه 283 6 راديان/ثانية.

1. أحسب الاختلال المسجَّل بين الجهد المتأمَّل عبر قطبَي الوشيعة والتيار الذي يعبُرها. أيّهما يتأخَّر عن الآخر ؟ برهن.

2. أحسب المفاعلة الحثية إذا فرضنا أنّ المحاثة ح = 10 مهن.

3. ابحث عن معاوقة الدارة. قارنها بالمفاعلة الحثية للوشيعة.

4. احسب الشدة الناجعة إذا فرضنا أن الجهد الناجع للمنبع ف هو 120 فولط.

14. تُدرس دارة الشكل 1.4 حيث السِّعة س = 10 µ فد.

1. أحسب المعاوقة المركَّبة للمُكثّفة إذا رُكِّبت عَبْر مأخذ متناوب نبضه 314 راديان/ثانية.

2. ابحث عن الشدة الناجعة للتيار إذا كان الجهد النّاجع للمأخذ يُعادل 120 فولط.

3. أدرس مدى تأثير التّردد في تحديد معاوقة المكثفة، أي المفاعلة السعوية.

معاوقة الدارات الكهربائية

في الفصل السابق، تمت دراسة مفهوم المعاوقة وكيفية تصرف النوابط الثلاثة عندما يعبرها تيار متناوب. أما الآن، وبعد استخراج معاوقة النبيط الوحيد، سوف ندرس بتوفيق المولى عز وجل كيفية استخراج معاوقة تركيب نبيطين اثنين أو ثلاثة نوابط داخل شبكة كهربائية.

1. معاوقة الدارة المتسلسلة

1.1. الدارة الحثية

لنفرض أن لدينا وشيعة ح ومقاومة م في تسلسل، يعبُرهما تيار شدته (الشكل 1.1) تكتب وفق الصيغة التالية :

ش = شْ تجب (ω . ز) $\qquad\qquad$ $i = \hat{I}\cos(\omega . t)$

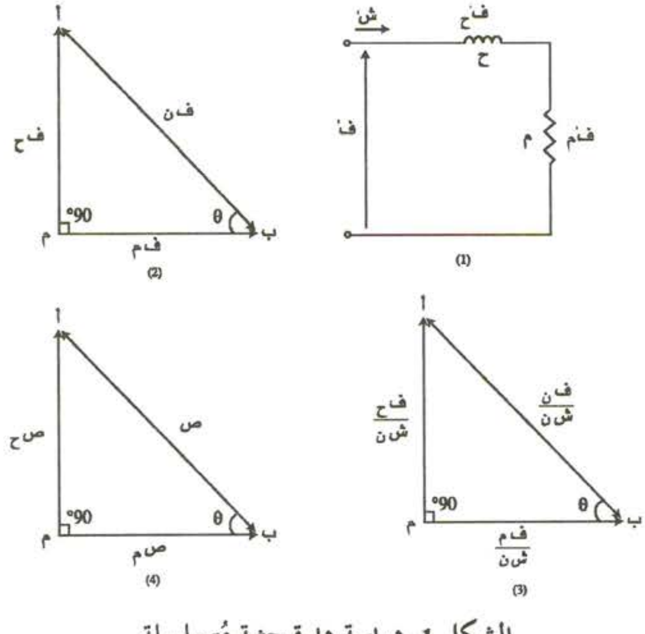
فرق الكمون بين قطبي الدارة هو مجموع الجهود :

$$\text{ف} = \text{م ش} + \text{ح}\,\frac{\text{تفا ش}}{\text{تفا ز}} \qquad v = R\,i + L\frac{di}{dt}$$

وعليه

$$\text{ف} = \text{م}\,\hat{\text{ش}}\,\text{تجب}\,(\text{ز}\omega) + \text{ح}\,\omega\,\hat{\text{ش}}\,\text{تجب}\left(\omega\,\text{ز} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = R\,\hat{I}\cos(\omega\ t) + L\ \omega\ \hat{I}\ \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



الشكل 1. دراسة دارة حثية مُتسلسلة

1. الطريقة المثلثية

وإذا مُثِّل فرق الجهود هذا بأشعة فريزنال فسنحصل على الشكل 2.1، حيث على محور الفواصل جهد المقاومة (م. شْ تجب ω. ز)، وعلى محور التراتيب جهد الوشيعة الذي يتقدَّم جهد المقاوَمة بزاوية قدرُها 90° كما تُوَضِّحه المعادلة السابقة.

يمثل الشعاع $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ $\left(\overleftarrow{\text{أ ب}} = \overleftarrow{\text{م ب}} + \overleftarrow{\text{م أ}}\right)$ الجهد ف المتأمَّل بين قطبي الدارة حيث قيمته الناجعة هي :

$$\text{ف}_{\circ} = \text{ش}_{\circ}\sqrt{\text{م}^2 + (\text{ح}\ \omega)^2} \qquad V_{rms} = I_{rms}\sqrt{R^2 + (L\ \omega)^2}$$

باعتبارها دارة متسلسلة فإنّ نفس التيار يعبُر كل النوابط، إذن نقسِّم كل الأحجام على التيار ش۰ (الشدة الناجعة) فنحصل على الشكل 4.1، ومعاوقة الدارة هي :

$$\left|\underline{\text{ص}}\right| = \text{ص} = \sqrt{\text{ص}_{\text{م}}^2 + \text{ص}_{\text{ح}}^2} \qquad \left|\underline{Z}\right| = Z = \sqrt{Z_R^2 + Z_L^2}$$

وعليه : $\text{ص} = \sqrt{\text{م}^2 + (\text{ح}\ \omega)^2} \qquad Z = \sqrt{R^2 + (L\,.\,\omega)^2}$

ومن نفس الشكل نستخرج عمدة المعاوقة المركبة وهي :

$$\angle\underline{\text{ص}} = \theta = \text{ظل}^{-1}\,\frac{\text{ص}_{\text{ح}}}{\text{ص}_{\text{م}}} \qquad \angle\underline{Z} = \theta = tg^{-1}\,\frac{Z_L}{Z_R}$$

وعليه : $\theta = \text{ظل}^{-1}\,\frac{\text{ح}\,.\,\omega}{\text{م}} \qquad \theta = tg^{-1}\,\frac{L\,.\,\omega}{R}$

2. الطريقة الجبرية

يمكن استخراج المعاوقة بواسطة الأعداد المركبة كالتالي :

$$\text{ف} = \text{م ش} + \text{ح}\,\frac{\text{تفاش}}{\text{تفا ز}} \qquad v = Ri + L\,\frac{di}{dt}$$

وبالتطابُق نكتب ما يلي :

$$\underline{\text{ف}} = \text{م}\,\underline{\text{ش}} + \text{ت ح}\,\omega\,\underline{\text{ش}} \qquad \underline{V} = R\,\underline{I} + j\,L\,\omega\,\underline{I}$$

وعليه : $\underline{ف} = (م + ت\ ح\ \omega)\ \underline{ش}$ $\qquad$ $\underline{V} = (R + jL\omega)\underline{I}$

والمعاوقة المركبة هي :

$$\underline{ص} = \frac{\underline{ف}}{\underline{ش}} = م + ت\ ح\ \omega \qquad \underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R + jL\omega$$

كُتبت على الشكل التالي :

$$\underline{ص} = أ + ت\ ب = م + ت\ حف \qquad \underline{Z} = a + jb = R + jX_L$$

وبالنظر لخاصِّيات الأعداد المركبة يُمكنك استخراج طويلة وعُمْدة المعاوقة المركبة ص، ولاحظ جيِّدا أنّها مجموع عدد خيالي بآخر حقيقي :

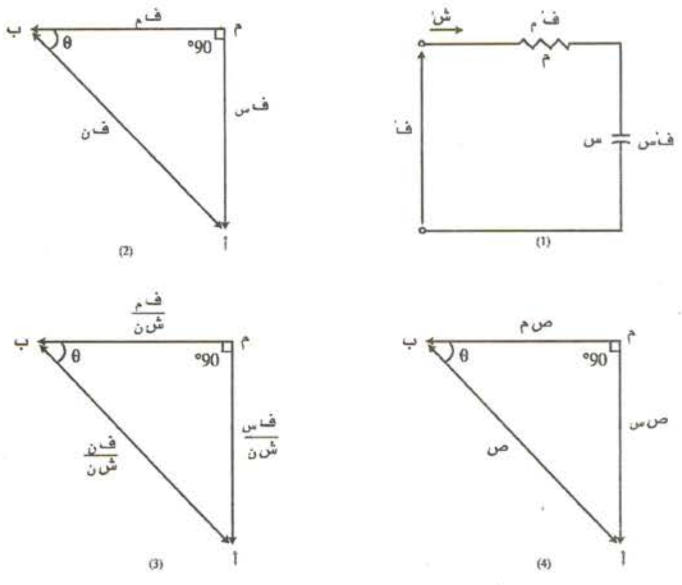
– العدد الحقيقي م هو مقاومة المعاوقة ص

– والعدد الخيالي حف هو مفاعلة المعاوقة ص

ومن ذلك تلاحظ أن المعاوقة هي عبارة عن اتحاد مقاومة ومفاعلة، ولذلك عند التعامل مع المعاوقات المركبة وجب عليك أن تجعل المعاوقة دوما مُبسَّطة في الشكل الجبري ص = أ + ت ب.

2.1. الدارة السعوية

الدارة السعوية، وتُدعى كذلك بدارة م س، وهي التي تحتوي على مُفاعلة سعوية. لنفرض أنّ مكثفة س رُكِّبت في تسلسُل مع مقاوَمة م يعبرهما تيار ش، فيظهر بين قطبَي الدارة جهد متناوب (الشكل 1.2).



الشكل 2. دراسة دارة سعوية متسلسلة

1. الطريقة الجبرية

من خلال قانون العيون، نكتب ما يلي :

$$\text{ف} = \text{ف}_{\text{م}} + \text{ف}_{\text{س}} \qquad\qquad v = v_R + v_C$$

وأما الدارسة فهي مُماثلة لما قُمنا به للدارة الحثية، وعليه :

$$\underline{\text{ف}} = \underline{\text{ص}}_{\text{م}}\ \underline{\text{ش}} + \underline{\text{ص}}_{\text{س}}\ \underline{\text{ش}} \qquad\qquad \underline{V} = \underline{Z}_R\ \underline{I} + \underline{Z}_C\ \underline{I}$$

$$\text{إذن :}\ \underline{\text{ف}} = \text{م}\ \underline{\text{ش}} - \frac{\text{ت}}{\text{س}\ \omega}\ \underline{\text{ش}} \qquad\qquad \underline{V} = R\ \underline{I} - \frac{j}{C\ \omega}\ \underline{I}$$

$$\text{ومن ثم :}\ \underline{\text{ف}} = \left(\text{م} - \text{ت}\ \frac{1}{\text{س}\ \omega}\right) \underline{\text{ش}}$$

$$\underline{V} = \left(R - j\ \frac{1}{C\ \omega}\right) \underline{I}$$

وعليه : $\underline{\underline{\text{ف}}}/\underline{\underline{\text{ش}}} = \text{م} - \text{ت}\,\frac{1}{\text{س}\,\omega} = \underline{\text{ص}}$ $\qquad$ $\frac{\underline{V}}{\underline{I}} = R - j\,\frac{1}{C\,\omega} = \underline{Z}$

وطويلة هذه المعاوقة المركبة هي كالتالي :

$$|\underline{\text{ص}}| = \text{ص} = \sqrt{\text{م}^2 + \left(\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)^2} \qquad |\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\,\omega}\right)^2}$$

وأما عُمدها فهي :

$$\angle\underline{\text{ص}} = \theta = \text{ظل}^{-1}\,\frac{\left(-\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)}{\text{م}} \qquad \angle\underline{Z} = \theta = tg^{-1}\,\frac{\left(-\frac{1}{C\,\omega}\right)}{R}$$

وعليه : $\theta = -\,\text{ظل}^{-1}\,\frac{1}{\text{م}\,\text{س}\,\omega}$ $\qquad$ $\theta = -\,tg^{-1}\,\frac{1}{R\,C\,\omega}$

2. الطريقة المثلثية

إن البحث عن المعاوقة المكافئة للدارة السعوية تمّ بواسطة الأعداد المركبة، وأعلم أنّه من الممكن البحث عنها بواسطة أشعة فريزنال. في الشكل 2.2 تلاحظ أنّ جهد المقاومة يتقدّم جهد المكثفة بزاوية قدرُها 90°، والجهد المحصِّل هو الشعاع $\overleftarrow{\text{أ ب}}$، $\overleftarrow{\text{أ ب}} = \overleftarrow{\text{م ب}} + \overleftarrow{\text{م أ}}$.

باعتبار أن الدارة متسلسلة يعبرها تيار فريد، فبعد تقسيم الأحجام الثلاثة على نفس الشدة الناجعة $\text{ش}_{\text{ن}}$ فسوف نحصل على الشكل 4.2.

وتطبيقا لنظرية فيتاغرس فإنّ طويلة المعاوقة $\underline{\text{ص}}$ هي :

$$|\underline{\text{ص}}| = \text{ص} = \sqrt{\text{م}^2 + \left(\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)^2} \qquad |\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\,\omega}\right)^2}$$

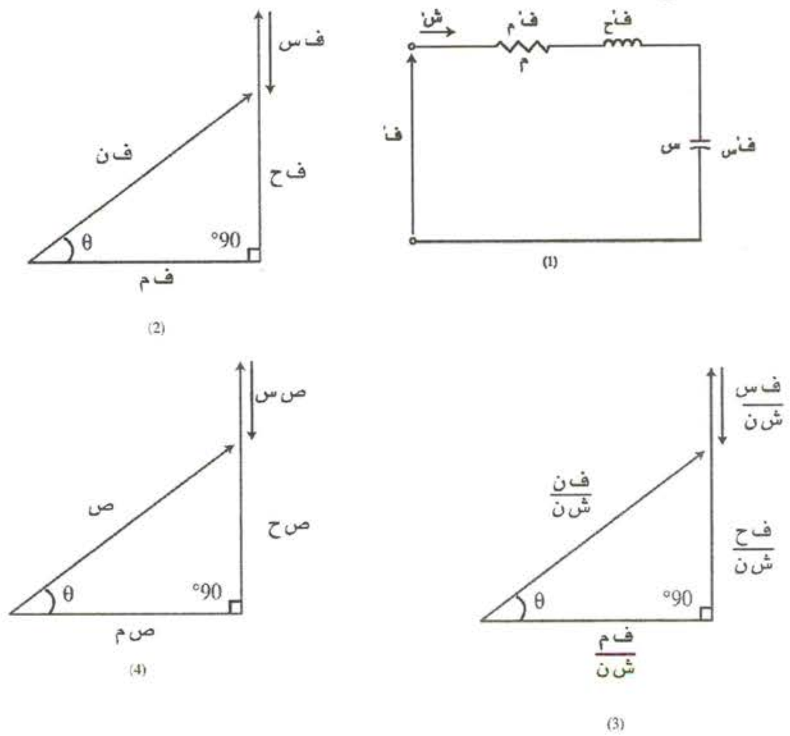
وأما العمدة فهي كالتالي :

$$\theta = -\text{ظل}^{-1}\,\frac{1}{\text{م س}\ \omega} \qquad\qquad \theta = -\,tg^{-1}\,\frac{1}{R\,C\,\omega}$$

وتلاحظ ألاّ فرق بين الطريقتَيْن فكلاهما تُؤديان إلى نفس النتيجة.

3.1. الدارة م ح س

لتكن الدارة المشار إليها في الشكل 1.3 حيث م هي المقاومة الكلية للدارة، ح هي المحاثة و س هي السعة. ولنفرض أنّ هذه الدارة المتسلسلة م ح س يعبرها تيار شدته :



الشكل 3. دراسة دارة م ح س متسلسلة

$$\text{ش}^{`} = \hat{\text{ش}} \text{ تجب } (\omega \text{ ز}) \qquad i = \hat{I} \cos(\omega t)$$

والمطلوب هو تحديد فرق الكمون بين قطبَيْها. في لحظة زمنية ز، قانون أوم المطبَّق على الدارة يُعطينا :

$$\text{ف} = \text{ف}_{\text{م}} + \text{ف}_{\text{س}} + \text{ف}_{\text{ح}} \qquad v = v_R + v_C + v_L$$

وإذا ما حوَّلنا المعادلة في شكل أعداد مُركَّبة فسنحصل على :

$$\underline{\text{ف}} = \underline{\text{ف}}_{\text{م}} + \underline{\text{ف}}_{\text{ح}} + \underline{\text{ف}}_{\text{س}} \qquad \underline{V} = \underline{V}_R + \underline{V}_C + \underline{V}_L$$

وعليه : $\underline{\text{ف}} = \text{م}\,\underline{\text{ش}} + \text{ت ح}\,\omega\,\underline{\text{ش}} + \frac{\underline{\text{ش}}}{\text{ت س}\,.\,\omega}$

$$\underline{V} = R\,\underline{I} + j\,L\omega\,\underline{I} + \frac{\underline{I}}{jC\omega}$$

ومنه تُصبح المعادلة كالتالي :

$$\underline{\text{ف}} = \left[\text{م} + \text{ت}\left(\text{ح}\,\omega - \frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)\right]\underline{\text{ش}}$$

$$\underline{V} = \left[R + j\left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)\right]\underline{I}$$

ومنه تكون المعاوقة المركبة كما يلي :

$$\frac{\underline{\text{ف}}}{\underline{\text{ش}}} = \underline{\text{ص}} = \text{م} + \text{ت}\left(\text{ح}\,\omega - \frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)$$

$$\frac{\underline{V}}{\underline{I}} = \underline{Z} = R + j\left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)$$

حيث $\left(ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega}\right)$ هي المفاعلة الكلية للدارة. وأما معاوقة الدارة فهي طويلة العدد المركب ص :

$$|\underline{ص}| = ص = \sqrt{م^2 + \left(ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega}\right)^2}$$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2}$$

والاختلال المسجَّل بين ف و ش هو عمدة المعاوقة المركبة θ، وهي :

$$\angle \underline{ص} = \theta = ظل^{-1}\left(\frac{ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega}}{م}\right)$$

$$\angle \underline{Z} = \theta = tg^{-1}\left(\frac{L\,\omega - \frac{I}{C\,\omega}}{R}\right)$$

علما أن : $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le +\frac{\pi}{2}$. من خلال عبارة العمدة θ، فإن تصرف الدارة م ح س متوقف على الجملة $ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega}$، ومن ذلك تدرس ثلاث حالات هي :

1. $ح\,\omega > \frac{1}{س\,\omega}$: مفاعلة الدارة موجبة، أي $\theta > 0$، وعندها يكون اختلال متقدم للجهد ف بالنسبة للتيار ش. ومن ثم فالدارة حثية حيث المفعول الحثي يتغلّب على المفعول السعوي.

2. $ح\,\omega < \frac{1}{س\,\omega}$: مفاعلة الدارة سالبة، أي $\theta < 0$، وعندها يكون اختلال متأخر للجهد ف بالنسبة للتيار ش. وعليه تكون الدارة سعوية، أي أن المفعول السعوي هو السائد في الدارة م ح س.

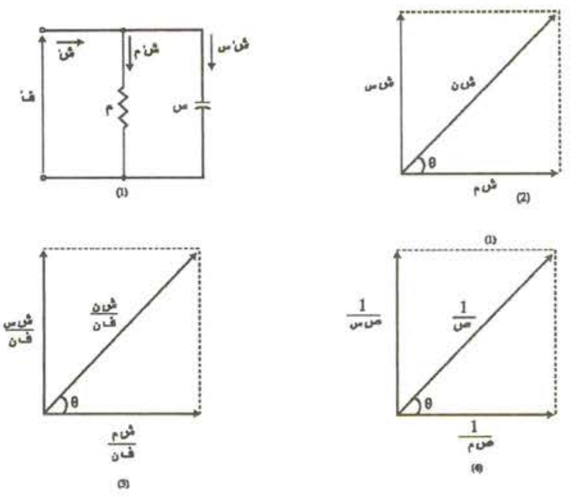
3. $ح\,\omega = \frac{1}{س\,\omega}$: وتُطابق $\theta = 0$ حيث ف وش مُتزامنان وتكون عندها الدارة مقاوِمة دون مفاعلة... هي حالة خاصة تحدُث عندها ظاهرة تُعرف بالرنين، حيث يتساوى المفعولان السعوي والحثي. وحاول كتمرين لك التحقُّق من النتائج بواسطة أشعة فريزنال عبر الأشكال 2.3، 3.3، 4.3.

خلاصة

1. معاوقات في تسلسل تمثل بمعاوقة مكافئة واحدة هي مجموع هذه المعاوقات المتسلسلة.

2. تتغير المعاوقة بفعل تغيُّر التردد بما أن $\omega = 2\pi ن$، ففي دارة ذات تردد عال جدا تكون معاوقة المكثفة (أي المفاعلة السعوية سف) معدومة تقريبا بخلاف معاوقة الوشيعة (أي المفاعلة الحثية حف) التي تكون كبيرة جدا... والعكس صحيح.

3. تُكتب المعاوقة دوما في الشكل $\underline{ص} = م + ت\,مف$، حيث م هي المقاومة الكلية للدارة (وهو القسم الحقيقي) ومف هي المفاعلة الكلية للدارة (وهو القسم الخيالي) وهي إما سعوية (سف) أو حثية (حف).



الشكل 4. دراسة دارة سعوية متوازية.

2. معاوقة الدارة المتوازية

1.2. الدارة السعوية

إنّ دراسة الدارات المتوازية مُماثلة تماما للدارات المتسلسلة غير أنّ الكمية المستعملة هي التيار بدل الجهد (الشكل 1.4)، أي $ش = ش_م + ش_س$.

باعتبار أن الجهد مُشترك في مثل هذه الدارات، يمكن كتابة المعادلة التالية :

$$\frac{\underline{ش}}{\underline{ف}} = \frac{\underline{ش}_م}{\underline{ف}} = \frac{\underline{ش}_س}{\underline{ف}} \qquad \frac{\underline{I}}{\underline{V}} = \frac{\underline{I}_R}{\underline{V}} = \frac{\underline{I}_C}{\underline{V}}$$

وبالتعويض نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{1}{\underline{ص}} = \frac{1}{\underline{ص}_م} + \frac{1}{\underline{ص}_س} \qquad \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_R} + \frac{1}{\underline{Z}_C}$$

وعليه : $\frac{1}{\underline{ص}} = \frac{1}{م} + ت\ س\ \omega$ $\qquad$ $\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j\ C\ \omega$

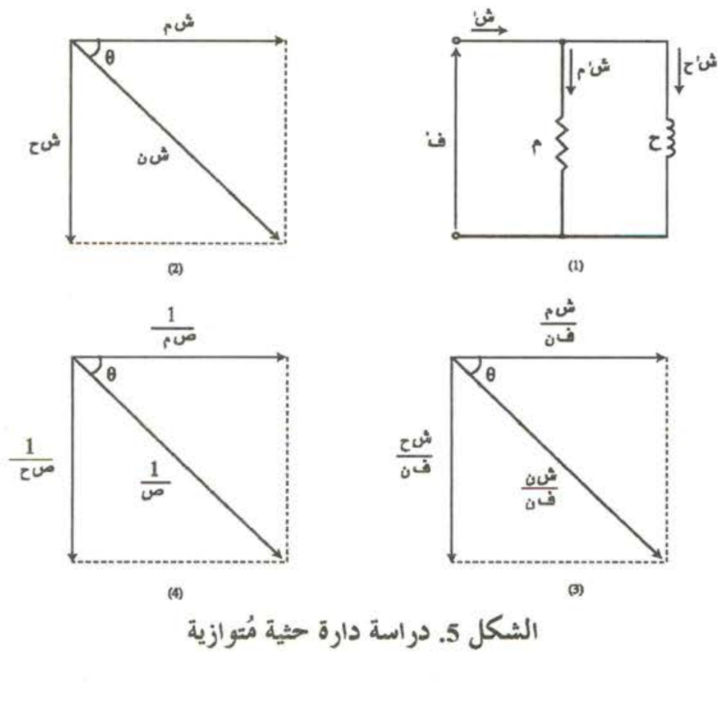
وطويلة العدد المركب هي :

$$\left|\frac{1}{\underline{ص}}\right| = \frac{1}{ص} = \sqrt{\frac{1}{م^{2}} + (س\ \omega)^{2}} \qquad \left|\frac{1}{\underline{Z}}\right| = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^{2}} + (C\ \omega)^{2}}$$

وأما عُمدته فهي :

$$\theta = ظل^{-1}\ (-م\ س\ \omega) \qquad \theta = tg^{-1}\ (-R\ C\ \omega)$$

ولاحظ ذلك على الجدول 1، وأعلم أنّ العمدة θ تُستخرج دوما من عبارة المعاوقة المركبة $\underline{ص}$، وليس $\frac{1}{\underline{ص}}$.



الشكل 5. دراسة دارة حثية مُتوازية

2.2. الدارة الحثية

لتكن الدارة الحثية الموضَّحة في الشكل 1.5، حيث التيار الأساسي ش هو مجموع التيارات العابرة لكل نبيط على حدة، أي ش = ش$_{\text{م}}$ + ش$_{\text{ح}}$، حيث تيار الوشيعة يتأخَّر عن جهدها بزاوية قدرُها 90°.

من خلال دارة الشكل 1.5 يمكن كتابة المعادلة التالية :

$$\frac{\underline{\text{ش}}}{\underline{\text{ف}}}=\frac{\underline{\text{ش}}_{\text{م}}}{\underline{\text{ف}}}+\frac{\underline{\text{ش}}_{\text{ح}}}{\underline{\text{ف}}} \qquad \frac{\underline{I}}{\underline{V}}=\frac{\underline{I_R}}{\underline{V}}+\frac{\underline{I_L}}{\underline{V}}$$

وعليه :

$$\frac{1}{\underline{\text{ص}}}=\frac{1}{\text{م}}+\frac{1}{\text{ت ح }\omega} \qquad \frac{1}{\underline{Z}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{j\,L\,\omega}$$

وهي معادلة يُمكن إعادة كتابتها على الوجه التالي :

$$\frac{1}{\underline{\text{ص}}}=\frac{1}{\text{م}}-\text{ت}\,\frac{1}{\text{ح }\omega} \qquad \frac{1}{\underline{Z}}=\frac{1}{R}-j\,\frac{1}{L\omega}$$

فتُستخرج طويلة هذا العدد المركب كالتالي :

$$\left|\frac{1}{\underline{\text{ص}}}\right|=\frac{1}{\text{ص}}=\sqrt{\frac{1}{\text{م}^2}+\left(\frac{1}{\text{ح }\omega}\right)^2} \qquad \left|\frac{1}{\underline{Z}}\right|=\frac{1}{Z}=\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{L\,\omega}\right)^2}$$

وأما العمدة فهي :

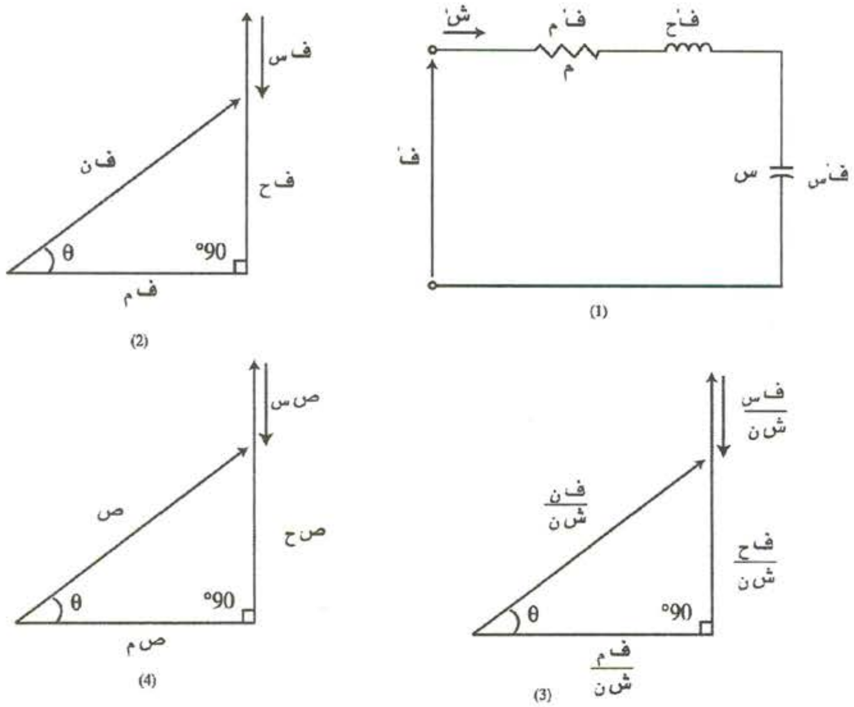
$$\theta=\text{ظل}^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\text{ح }\omega}}{\frac{1}{\text{م}}}\right)=\text{ظل}^{-1}\left(\frac{\text{م}}{\text{ح }\omega}\right)$$

$$\theta=tg^{-1}\left(\frac{\frac{1}{L\,\omega}}{\frac{1}{R}}\right)=tg^{-1}\left(\frac{R}{L\,\omega}\right)$$

3.2. الدارة م ح س

لتكن الدارة م ح س المشار إليها في الشكل 1.6، حيث تيار المقاومة مُتطابق الطور مع الجهد، تيار الوشيعة يتأخَّر عن الجهد بزاوية قدرُها 90°، وتيار المكثفة يتقدَّم عن الجهد بزاوية قدرها 90°. ومن ذلك كتابة المعادلة التالية :

$$\frac{1}{\underline{\text{ص}}}=\frac{1}{\underline{\text{ص}}_{\text{م}}}+\frac{1}{\underline{\text{ص}}_{\text{س}}}+\frac{1}{\underline{\text{ص}}_{\text{ح}}} \qquad \frac{1}{\underline{Z}}=\frac{1}{\underline{Z}_R}+\frac{1}{\underline{Z}_C}+\frac{1}{\underline{Z}_L}$$



الشكل 6. دراسة دارة م ح س مُتوازية.

وعليه : $\frac{1}{\underline{ص}} = \frac{1}{م} + ت\ س\ \omega - \frac{ت}{ح\ \omega}$

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j\ C\ \omega - \frac{j}{L\ \omega}$$

وبذلك نحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{1}{\underline{ص}} = \frac{1}{م} + ت\left(س\ \omega - \frac{1}{ح\ \omega}\right) \qquad \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j\left(C\ \omega - \frac{1}{L\ \omega}\right)$$

وعليه، فطويلة هذه العبارة المركبة هي :

$$\left|\frac{1}{\underline{ص}}\right| = \frac{1}{ص} = \sqrt{\frac{1}{م^2} + \left(س\ \omega - \frac{1}{ح\ \omega}\right)^2}$$

$$\left|\frac{1}{\underline{Z}}\right| = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\ \omega - \frac{1}{L\ \omega}\right)^2}$$

وأما العمدة فهي :

$$\theta = ظل^{-1} \frac{-\left(س\ \omega - \frac{1}{ح\ \omega}\right)}{\frac{1}{م}} \qquad \theta = tg^{-1} \frac{-\left(C\ \omega - \frac{1}{L\ \omega}\right)}{\frac{1}{R}}$$

وعليه : $\theta = ظل^{-1}\left(-م\left(س\ \omega - \frac{1}{ح\ \omega}\right)\right)$

$$\theta = tg^{-1}\left(-R\left(C\omega - \frac{1}{L\ \omega}\right)\right)$$

أي : $\theta =$ ظل$^{-1}$ م $\left(\frac{1}{ح\ \omega} -$ س $\omega\right)$

$$\theta = tg^{-1} R\left(\frac{1}{L\ \omega} - C\ \omega\right)$$

خلاصة : (طالع الجدول 1)

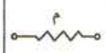
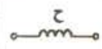
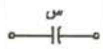
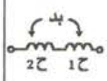
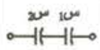
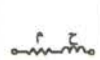
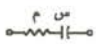
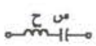
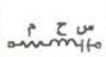
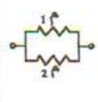
1. تُحسب المعاوقة المكافئة لدارة متوازية تماما مثل حساب المقاومة.

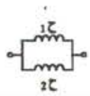
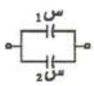
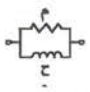
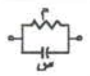
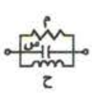
2. تُكتب المعاوقة المكافئة على شكل عدد مركب في قسمَيْن (الشكل الجبري)، قسم حقيقي وهو المقاومة الكلية للدارة، وقسم خيالي وهو المفاعلة الكلية للدارة وهي إمّا حثية أو سعوية.

3. المسامحة

1.3. مدلول المسامحة

من خلال كل ما تقدَّم في دراسة الدارات المتوازية، بحثنا عن المعاوقة المكافئة للدارة وكنا نعرِّفها على أنّها $\frac{1}{ص}$، إلاّ أنّك تلاحظ أنها عكس المعاوقات المعرَّفة سابقا : $ص = \frac{ف}{ش}$. فالكمية $\frac{1}{ص} = \frac{ش}{ف}$ لا تمثل مدى إعاقة ومُعارَضة الدارة لتدفق التيار، وإنما مدى إنسيابه عبر هذه الدّارة. وعليه عُرِّفت هذه الكمية بإصطلاح المسامَحَة.

رقم	الدارة الكهربائية	المعاوقة المركبة ص	الطويلة ص	العمدة φ (الاختلال المسجل عبر الدارة)	المسامحة المركبة سح
1		م	م	0	$\frac{1}{\text{م}}$
2		$\text{ت ح}\,\omega$	$\text{ح}\,\omega$	$+\frac{\pi}{2}$ راديان	$-\frac{\text{ت}}{\text{ح}\,\omega}$
3		$-\frac{\text{ت}}{\text{س}\,\omega}$	$\frac{1}{\text{س}\,\omega}$	$-\frac{\pi}{2}$ راديان	$\text{ت س}\,\omega$
4		$\text{ت}\,\omega(\text{ح}_1+\text{ح}_2\pm 2\,\text{بد})$	$\omega(\text{ح}_1+\text{ح}_2\pm 2\,\text{بد})$	$+\frac{\pi}{2}$ راديان	$-\frac{\text{ت}}{\omega(\text{ح}_1+\text{ح}_2\pm 2\,\text{بد})}$
5		$-\frac{\text{ت}}{\omega}\left(\frac{1}{\text{س}_1}+\frac{1}{\text{س}_2}\right)$	$\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{\text{س}_1}+\frac{1}{\text{س}_2}\right)$	$-\frac{\pi}{2}$ راديان	$\text{ت}\,\omega\,\frac{\text{س}_1\cdot\text{س}_2}{\text{س}_1+\text{س}_2}$
6		$\text{م}+\text{ت ح}\,\omega$	$\sqrt{\text{م}^2+\text{ح}^2\omega^2}$	$\text{ظل}^{-1}\left(\frac{\text{ح}\,\omega}{\text{م}}\right)$	$\frac{\text{م}-\text{ت ح}\,\omega}{\text{م}^2+\text{ح}^2\omega^2}$
7		$\text{م}-\frac{\text{ت}}{\text{س}\,\omega}$	$\frac{1}{\text{س}\,\omega}\sqrt{1+\text{م}^2\text{س}^2\omega^2}$	$-\text{ظل}^{-1}\left(\frac{1}{\text{م س}\,\omega}\right)$	$\frac{\text{م}+\frac{\text{ت}}{\text{س}\,\omega}}{\text{م}^2+\frac{1}{\text{س}^2\omega^2}}$
8		$\text{ت}\left(\text{ح}\,\omega-\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)$	$\left\|\text{ح}\,\omega-\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right\|$	$\pm\frac{\pi}{2}$ راديان	$\text{ت}\,\frac{\text{س}\,\omega}{1-\text{ح س}\,\omega^2}$
9		$\text{م}+\text{ت}\left(\text{ح}\,\omega-\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)$	$\sqrt{\text{م}^2+\left(\text{ح}\,\omega-\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)^2}$	$\text{ظل}^{-1}\frac{\text{ح}\,\omega-\frac{1}{\text{س}\,\omega}}{\text{م}}$	$\frac{\text{م}-\text{ت}\left(\text{ح}\,\omega-\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)}{\text{م}^2+\left(\text{ح}\,\omega-\frac{1}{\text{س}\,\omega}\right)^2}$
10		$\frac{\text{م}_1\cdot\text{م}_2}{\text{م}_1+\text{م}_2}$	$\frac{\text{م}_1\cdot\text{م}_2}{\text{م}_1+\text{م}_2}$	0	$\frac{1}{\text{م}_1}+\frac{1}{\text{م}_2}$

11		$\text{ت}\,\omega\left(\frac{\text{ح}_1\text{ح}_2-\text{بد}^2}{\text{ح}_1+\text{ح}_2\pm2\,\text{بد}}\right)$	$\omega\,\frac{\lvert\text{ح}_1\,\text{ح}_2-\text{بد}^2\rvert}{\text{ح}_1+\text{ح}_2\pm2\,\text{بد}}$	$+\frac{\pi}{2}$ راديان	$-\frac{\text{ت}}{\omega}\left(\frac{\text{ح}_1+\text{ح}_2\pm2\,\text{بد}}{\text{ح}_1\,\text{ح}_2-\text{بد}^2}\right)$
12		$-\text{ت}\,\frac{1}{\omega(\text{س}_1+\text{س}_2)}$	$\frac{1}{\omega(\text{س}_1+\text{س}_2)}$	$-\frac{\pi}{2}$ راديان	$\text{ت}\,\omega(\text{س}_1+\text{س}_2)$
13		$\text{م}\,\text{ح}\,\omega\left(\frac{\text{ح}\,\omega+\text{ت}\,\text{م}}{\text{م}^2+\text{ح}^2\omega^2}\right)$	$\frac{\text{م}\,\text{ح}\,\omega}{\sqrt{\text{م}^2+\text{ح}^2\omega^2}}$	$\text{ظل}^{-1}\frac{\text{م}}{\text{ح}\,\omega}$	$\frac{1}{\text{م}}-\text{ت}\,\frac{1}{\text{ح}\,\omega}$
14		$\frac{\text{م}(1-\text{ت}\,\text{م}\,\text{س}\,\omega)}{1+\text{م}^2\text{س}^2\omega^2}$	$\frac{\text{م}}{\sqrt{1+\text{م}^2\text{س}^2\omega^2}}$	$\text{ظل}^{-1}(-\text{م}\,\text{س}\,\omega)$	$\frac{1}{\text{م}}+\text{ت}\,\text{س}\,\omega$
15		$\text{ت}\,\frac{\text{ح}\,\omega}{1-\text{ح}\,\text{س}\,\omega^2}$	$\frac{\text{ح}\,\omega}{\lvert 1-\text{ح}\,\text{س}\,\omega^2\rvert}$	$\pm\frac{\pi}{2}$ راديان	$\text{ت}\left(\text{س}\,\omega-\frac{1}{\text{ح}\,\omega}\right)$
16		$\frac{\frac{1}{\text{م}}-\text{ت}\left(\text{س}\,\omega-\frac{1}{\text{ح}\,\omega}\right)}{\frac{1}{\text{م}^2}+\left(\text{س}\,\omega-\frac{1}{\text{ح}\,\omega}\right)^2}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\text{م}^2}+\left(\text{س}\,\omega-\frac{1}{\text{ح}\,\omega}\right)^2}}$	$\text{ظل}^{-1}\,\text{م}\left(\frac{1}{\text{ح}\,\omega}-\text{ح}\,\omega\right)$	$\frac{1}{\text{م}}+\text{ت}\left(\text{س}\,\omega-\frac{1}{\text{ح}\,\omega}\right)$

الجدول 1. المعاوقات المركبة والمساحات المركبة لبعض الدارات الشهيرة.

تُعرَّف المساحة على أنها عكس المعاوقة، ويُرمز لها بالرمز $\text{سح}=\frac{1}{\text{ص}}$ (طالع الجدول 1) ووحدتها مُو، أي عكس أوم (MHO).

وكمثال على ذلك، إليك مساحة النوابط الثلاث (نوابط صافية) :

1. مساحة مقاومة صافية هي :

$$\underline{\text{سح}}_{\text{م}}=\frac{1}{\underline{\text{ص}}_{\text{م}}}=\frac{1}{\text{م}} \qquad \underline{\mathbf{Y}}_R=\frac{1}{\underline{\mathbf{Z}}_R}=\frac{1}{\mathbf{R}}$$

2. مسامحة وشيعة صافية :

$$\underline{\text{سح}}_{\text{ح}} = \frac{1}{\underline{\text{ص}}_{\text{ح}}} = \frac{1}{\text{ت حف}} = -\frac{\text{ت}}{\text{حف}}$$

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{Z}_L} = \frac{1}{j\ X_L} = -\frac{j}{X_L}$$

وعليه : $\underline{\text{سح}}_{\text{ح}} = -\frac{\text{ت}}{\text{ح}\ \omega}$ $\qquad$ $\underline{Y}_L = -\frac{j}{L\ \omega}$

3. مسامحة المكثفة :

$$\underline{\text{سح}}_{\text{س}} = \frac{1}{\underline{\text{ص}}_{\text{س}}} = \frac{1}{\frac{1}{\text{ت سف}}} = \text{ت سف}$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{\frac{1}{j\ X_L}} = j\ X_C$$

وعليه : $\underline{\text{سح}}_{\text{س}} = \text{ت س}\ \omega$ $\qquad$ $\underline{Y}_C = j\ C\ \omega$

2.3. مسامحة الدارات الكهربائية

أما عن كيفية البحث عن المسامحة المكافئة للدارات المتسلسلة والمتوازية فهو مطابق تماما للطريقة التي جرت بها الأمور خلال التطرُّق للمعاوقة المكافئة، وفي الجدول 1 أُستُخرجت المسامَحة المكافئة $\underline{\text{سح}}$ لبعض الدارات الشهيرة البسيطة.

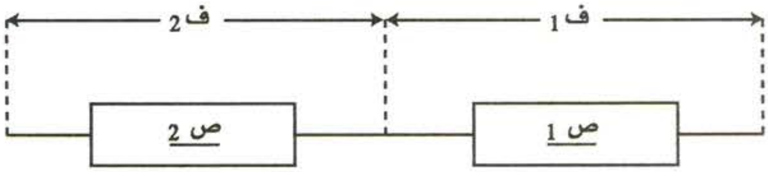
إنّ حساب المعاوقة المكافئة للدارات المتسلسلة يظهر أنّه أسهل منه للدارات المتوازية إذ يقتصر على جمع المعاوقات فقط، وأما في الدارات المتوازية فحساب المسامحة المكافئة يبدو أنه أسهل من غيره. لذلك يُرجى من الطالب أن يبحث عن المسامحة المكافئة عندما يتعلّق الأمر بالدارات المتوازية، وأما في حالة الدارات المتسلسلة والخليطة فمن الحكمة العمل بالمعاوقة المكافئة، وعند إحتياجك لغيرها فلتستحضر العلاقة $\underline{سح} = \frac{1}{\underline{ص}}$.

وأما عند حساب الطويلة أو العمدة، فمن المستحسَن كتابة المسامَحة أو المعاوقة في الشكل الجبري، أي (أ + ت ب)، قسم حقيقي وآخر خيالي.

أعمال تطبيقية

تمرين 1

لنفرض أنّ لدينا دارة مُكوَّنة من معاوقتَيْن مركبتين $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$ موصولتَيْن في تسلسُل، والمطلوب هو إيجاد المعاوقة المكافئة (الشكل 7).



الشكل 7. جمع المعاوقات المتسلسلة

الجواب

في لحظة زمنية مُعيّنة ز، نفس التيار يعبر المعاوقتَيْن $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$ شدته ش فيتَوَلد بين قطبَيْهما الجهد ف$_1$ و ف$_2$ على التوالي، فيكون جهد المجموعة هو : ف = ف$_1$ + ف$_2$.

باستعمال الأعداد المركّبة، تُصبح المعادلة السابقة :

$\underline{\text{ف}} = \underline{\text{ف}}_1 + \underline{\text{ف}}_2$	$\underline{V} = \underline{V}_1 + \underline{V}_2$
حيث : $\underline{\text{ف}}_1 = \underline{\text{ص}}_1 \ \underline{\text{ش}}$	$\underline{V}_1 = \underline{Z}_1 \ \underline{I}$
$\underline{\text{ف}}_2 = \underline{\text{ص}}_2 \ \underline{\text{ش}}$	$\underline{V}_2 = \underline{Z}_2 \ \underline{I}$
إذن : $\underline{\text{ف}} = \left(\underline{\text{ص}}_1 + \underline{\text{ص}}_2\right) \underline{\text{ش}}$	$\underline{V} = \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2\right) \underline{I}$

في حين، ومن خلال التّعريف، فإن المعاوقة المركّبة المكافئة هي مجموع المعاوقات المركّبة للدارة، وعبارتها هي :

$\underline{ص} = م + ت\,مف$ $\qquad$ $\underline{Z} = R + j.X$

حيث :

– م هو القسم الحقيقي ويُمثل المقاومة المكافئة للدارة : م $[\Omega]$.

– مف هو القسم الخيالي ويُمثل مفاعلة الدارة : مف $[\Omega]$.

تنبيه هام :

إليك العملية الحسابية التالية :

$\underline{ص}_1 = م_1 + ت\,.\,مف_1$ $\qquad$ $\underline{Z}_1 = R_1 + j.X_1$

$\underline{ص}_2 = م_2 + ت\,.\,مف_2$ $\qquad$ $\underline{Z}_2 = R_2 + j.X_2$

وعليه : $\underline{ص} = (م_1 + م_2) + ت(مف_1 + مف_2)$

$\underline{Z} = (R_1 + R_2) + j(X_1 + X_2)$

فطويلة المعاوقة $\underline{ص}$ هي :

$|\underline{ص}| = ص = \sqrt{(م_1 + م_2)^2 + (مف_1 + مف_2)^2}$

$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}$

فنستنتج أنه من الممكن جمع معاوقتين مركبتين ولكن لا يمكن جمع طويلتيهما، إذ :

$|\underline{ص}_1| = ص_1 = \sqrt{م_1^2 + مف_1^2}$ $\qquad$ $|\underline{Z}_1| = Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$

$$|\underline{ص}_2| = ص_2 = \sqrt{م_2^2 + مف_2^2} \qquad |\underline{\mathbf{Z}_2}| = \mathbf{Z}_2 = \sqrt{\mathbf{R}_2^2 + \mathbf{X}_2^2}$$

ومنه نقول أنّ جمع معاوقتَيْن مركبتَيْن يكون بجمع المقاومات لتُشكل القسم الحقيقي، ثمّ جمع المفاعلات لتُشكل بدورها القسم الخيالي.

تمرين 2

معاوقتان مركّبتان $\underline{ص}_1$ و $\underline{ص}_2$ موصولتان في تواز عبر الجهد ف. يُطلب البحث عن المعاوقة المكافئة $\underline{ص}$، حيث يعبرهما تياران $ش_1$ و $ش_2$ على التوالي.

الجواب

يُستحسن عند التعامل مع دارات متوازية التطرُّق إلى البحث عن وسائط الدارة بواسطة المسامَحة، وذلك لأنّها تُضاف لبعضها البعض تماما مثل المعاوقة في الدارات المتسلسلة.

في اللحظة ز، شدة التيار الأساسي ش هي مجموع شدة كل تيار عبر الجذعَيْن، أي :

$$ش = ش_1 + ش_2 \qquad \mathbf{i} = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2$$

وما يُقابل هذه المعادلة في الأعداد المركبة هو ما يلي :

$$\underline{ش} = \underline{ش}_1 + \underline{ش}_2 \qquad \underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{I}}_1 + \underline{\mathbf{I}}_2$$

وبما أنّ هناك جهد مُشترك عبر الدارة المتوازية، يُمكن صياغة ما يلي :

$$\underline{ش}_1 = \frac{\underline{ف}}{\underline{ص}_1} = \underline{ف}\ \underline{سح}_1 \qquad \underline{I}_1 = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}_1} = \underline{V}\ \underline{Y}_1$$

$$\underline{ش}_2 = \frac{\underline{ف}}{\underline{ص}_2} = \underline{ف}\ \underline{سح}_2 \qquad \underline{I}_2 = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}_2} = \underline{V}\ \underline{Y}_2$$

وعليه : $\underline{سح} = \underline{سح}_1 + \underline{سح}_2 \qquad \underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$

فنحصل على تكافُؤ كل جذوع الدارة المتوازية لجذع واحد هو المسامحة المكافئة $\underline{سح}$، وهي مجموع مسامَحة كل جذع. وما استخراج المعاوقة المكافئة إلاّ عن طريق المعادلة :

$$\underline{ص} = \frac{1}{\underline{سح}} \qquad \underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$$

المسائل

1. ما هو مفهوم المسامحة ؟ في أي الدارات يفضل استخراجها ؟ لماذا ؟

2. كيف يطبق قانون أوم على الدارة المتناوبة ؟ اشرح.

3. ما الفرق بين المفاهيم التالية : المعاوقة، المسامحة، المقاومة، المواصلة، المفاعلة الحثية والمفاعلة السعوية ؟ قارن وحداتها مع ذكر خاصية كل واحدة منها.

4. ما الفرق بين الدارة الحثية، الدارة السعوية والدارة م ح س في التركيب المتوازي ؟ اشرح.

5. ما الفرق بين الدارة السعوية، الدارة الحثية والدارة م ح س في التركيب المتسلسل ؟ اشرح.

6. برهن على العلاقة المحصل عليها من التركيب 4 من الجدول 1 : $\underline{\text{ص}} = \text{ت}\,\omega\,(\text{ح}_1 + \text{ح}_2 \pm 2\ \text{بد})$. استنبط الطويلة والعمدة (تلميح : بد هي المحاثة التبادُلية الناجمة عن جوار الوشيعتَيْن ح_1 و ح_2).

7. نفس السؤال للتركيب 11 ثم أستنبط الطويلة والعمدة.

8. نفس السؤال للتركيب 16 ثم أستنبط الطويلة والعمدة.

9. معاوقتان مركبتان $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$ متسلسلتان كما يُوَضِّحه الشكل 12، وعند النّبض ω تكتب :

$$\underline{\text{ص}}_1 = 150 - \text{ت}\ 0{,}0025 \qquad \underline{Z}_1 = 150 - j\,.\,0{,}0025$$

$$\underline{\text{ص}}_2 = 14{,}8 + \text{ت}\ 200 \qquad \underline{Z}_2 = 14{,}8 + j\,.\,200$$

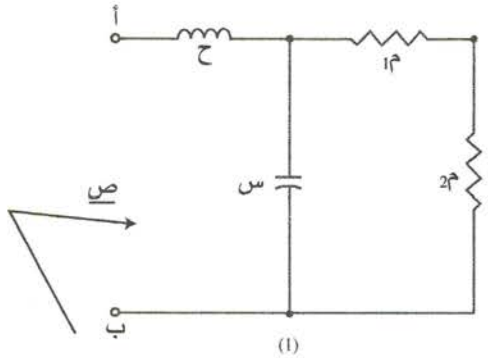
حيث وحدتهما هي الأوم.

1. أحسب طويلة وعمدة كل من $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$.

2. استخرج المعاوقة المكافئة $\underline{\text{ص}}$. أحسب المقاومة المكافئة والمفاعلة المكافئة للدارة.

3. أحسب طويلة وعمدة المعاوقة المكافئة $\underline{\text{ص}}$. قارنها بنتائج $\underline{\text{ص}}_1$ و $\underline{\text{ص}}_2$. ما استنتاجك ؟

10. يُطبق بين قطبي الدارة 7 من الجدول 1 جهد متناوب قيمته النّاجعة 120 فو وتردده 50 هرتز. أحسب سعة المكثفة إذا كانت الشدة الناجعة 0,24 أمبير والمقاومة م $= 300\,\Omega$. استنبط الاختلال ومنه معادلة التيار المتناوب.



الشكل 8. المسألة 11

11. استخرج وفق الشكل الجبري، المعاوقة المكافئة لدارة الشكل 8 المنظور إليها بين النقطتين أ و ب. استخرج المقاومة المكافئة للدارة. استنبط المفاعلة المكافئة، وبيِّن المعامل المحدِّد لتصرُّفها، حثية أو سعوية.

12. دارة سعوية بسيطة تحتوي على مقاومة م $= 3000\,\Omega$ متسلسلة مع مكثفة، يُركَّب بين قطبَيْها منبع متناوب جهده النّاجع يُعادل 10 فولط.

1. أحسب الشدة الناجعة للتيار المشترك عندما تكون المفاعلة السعوية لنبض ω يعادل $2000\,\Omega$.
2. أحسب الجهد الناجع عبر المقاومة م.
3. ابحث عن المعاوقة المركبة. استخرج طويلتها وعمدتها.

13. دارة سعوية متسلسلة مقاومتها م $=1500\Omega$، يُركَّب عبر قطبَيْها منبع متناوب جهده الناجع يُعادل 28 فولط. عند النبض ω للمُوَلّد المتناوب تكون المفاعلة السعوية مُساوية للمقاومة م.

1. أحسب المقاومة عند النبض ω.

2. أحسب عمدة المعاوقة المركبة عند هذا النبض.

3. أحسب الشدة الناجعة.

4. ابحث عن الجهد الناجع عبر قطبي المقاومة.

5. ابحث عن تردد المولد المتناوب إذا فرضنا أنّ السعة س $=0{,}05\ \mu$ فد.

الفصل 13

رباعي القطب المحايد

إنّ الدارس للدارات الإلكترونية كثيرا ما يُصادف أجهزة ونوابط تُصنّف على أنّها ثُنائي قطب أو أنّها رُباعي قطب. فما أساس هذا التصنيف وما هي خاصّياته الفنية ؟

1. ثنائي القطب

من خلال الفصول السابقة، تمّت دراسة نَوابط وأجهزة تمتاز بأنّها تحتوي على قُطبَيْن فقط، أحدهما يُقذف عبره التيار الكهربائي نحو النبيط أو الجهاز وأما القطب الثاني فمنه ينساب التيار نحو خارج النبيط أو الجهاز. مثل هذه النوابط والأجهزة تُعرف بثنائي القطب. ومنها :

– المقاوم : يُعتبر المقاوم – النبيط الإلكتروني المحايد – ثنائي قطب خطي، أي أنّ الجهد المتأمَّل بين قطبيه متزامن مع التيار الذي يعبره، وهما في نفس الوقت متناسبان طردا حيث المقاومة هي ثابت التناسب بينهما (طالع الملحق 1 من الجزء الأول).

– المكثفة : وهي ثنائي قطب، لها قابلية تخزين الطاقة الكهربائية داخل العازل الكهربائي، حيث الشحنة متناسبة طردا مع الجهد المتأمَّل بين لبوسَي المكثفة والذي يتأخَّر عن التيار الذي يعبرها بزاوية قدرُها 90°.

كما تمتاز المكثفة أنّها نبيط إلكتروني محايد أي أنّ الجهد مُتناسب طردا مع التيار، وما ثابت التناسب إلا المعارضة التي تبديها المكثفة لعبور التيار والتي – وتحسب بالأوم – تُعرف بالمفاعلة السعوية.

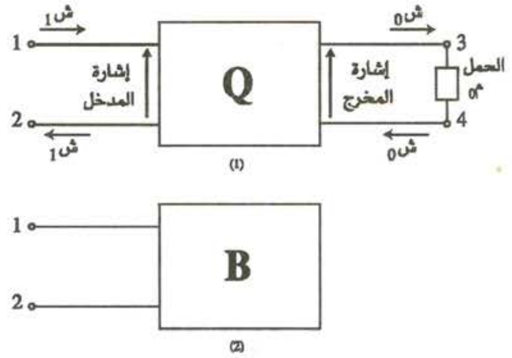
– الوشيعة : في مثل هذا النبيط المحايد يكون الجهد مُتقدِّما بالنسبة للتيار بزاوية قدرها 90°، وهي ثنائي قطب محايد تمتاز بعلاقة تناسُبية تجمع الجهد المتأمَّل عبر قطبَيْها بالتيار الذي يعبرها، والمفاعلة الحثية – وتُحسب بالأوم – هي ثابت التناسُب.

– المنبع المستقل : منبع الطاقة الكهربائية أساسا نوعان : منبع تيار ومنبع جهد. والمنبع المستقل هو مولد ثنائي قطب يمنح مخرجا لا يتأثَّر بمُكوِّناته أو بوسائط الدارة، الشيء الذي منحه صفة مستقل، ويكون مثاليا عندما تنعدم مقاومته الداخلية.

كل هذه النوابط والأجهزة هي ثنائي القطب أي أنّها تحتوي على قطبَيْن، وقطبَيْن فقط. ومن هنا يستنتج أن هناك غيرها يمكن أن تحتوي على أكثر من ذلك كأن تكون ثلاثي القطب أو رباعي القطب مثلا.

2. مفهوم البوّابتيْن

رباعي القطب هو مجموعة نوابط مُركَّبة بين أربعة أقطاب، وأربعة فقط (الشكل 1.1). تكون هذه الأقطاب الأربعة مَوْصولة بدارات خارجية بحيث أنّ التيارات المَوْصولة بها، يكون كل اثنين منها متساوِيَيْن وباتجاه مُعاكس.



الشكل 1. رسم تخطيطي لدارتَي رباعي القطب وثنائي القطب.

يُدعى القطبان 1 و 2 قطبي المدخل ومن خلالهما تُطبَّق الإشارة المرغوب في مُعالَجتها (تضخيم أو تحويل...) وتُسمَّى إشارة المدخل أو جهد المدخل. في حين يُسمى القطبان 3 و4 قطبَي المخرج اللّذان يُوصل عبرهما حمل م$_0$، ويكون الجهد المتأمَّل بين قطبي المخرج هو جهد المخرج أو إشارة المخرج.

أما فيما يخصُّ طبيعة الحَمْل، فاعلم أنّه من الممكن جدا أن يكون مقاوَمة عادية أو معاوَقة بصفة عامة، كما يُمكن كذلك أن يكون

طابق مُضخِّم[1] أو أيّ جهاز تكون إشارة مَدْخله هي إشارة المخرج لرباعي القطب. إذن فرباعي القطب هو دارة كهربائية ذات بوّابتَيْن، كل بوابة بقطبَيْن. ومن هذا المنطلق، تفهم أنّ هناك دارة ببوابة وحيدة والتي أُصطلح على تسميتها بالدارة "ثنائي القطب" أو (الشكل 2.1).

3. تصنيف الدارة

تختلف مَهام رباعي القطب حسب التركيب والنوابط المستعملة، فمنه المضخِّم، المرشِّح، مُعدِّل الطوْر، دارة الرنين وغيرها كثير. وفي دراستنا هذه سوف نتناول بتوفيق من المولى عزّ وجل نوعا خاصا من رباعي القطب وهو رباعي القطب المحايد الخطي :

1. عندما لا يحتوي رباعي القطب إلاّ على نوابط محايدة والمتمثّلة في المقاوَمات، المكثفات والوشيعات يُصبح عندها رباعي القطب محايدا. وإلاّ فهو رباعي القطب فعَّال، إذ يحتوي على ثنائية بلورية أو ترانزسطر بشتى أنواعه، وبصفة عامة فهو يحتوي على نوابط فعالة (طالع الملحق 1).

من البديهي - ولا أظنّك تُعارضني - أنّ رباعي القطب المحايد لا يحتوي على مولدات أو تغذيات، بل هي أجهزة تُوصل بين قطبي إحدى بوَّابتَي رباعي القطب وعادة بوابة المدخل.

---

1. التضخيم هو عملية تُنسب إلى دارات إلكترونية خاصة، يتم بواسطتها تكبير وتضخيم إشارة المدخل المقذوفة عبر الطابق المضخم... وفي الفصل 13 من الجزء الخامس معالجة لهذا المفهوم.

2. يكون رباعي القطب خطيا عندما لا يحتوي إلاّ على نوابط خطية، ويُفهم من هذا أنّه لا يحتوي على مقاوَمات غير خطية أو على النوابط الفعالة بصفة عامة.

يُوصف رباعي القطب أنه خطي عندما يشمل تركيبه على نوابط، أخص ما تمتاز به هي أنها نوابط خطية تقبل بتطبيق قانون أوم عليها.

3. يكون رباعي القطب مقاوما عندما لا يحتوي إلاّ على مقاومات دون بقية النوابط، فهو مقاوم صافي.

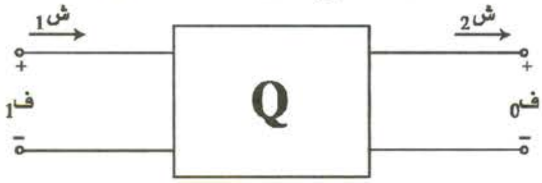
إذن كخلاصة لما تقدم، نقول أن رباعي القطب يكون محايدا خطيا عندما لا يحتوي إلا على نوابط محايدة خطية، ومنه يكون تركيب المنابع والحمولات بين قطبي المدخل أوالمخرج للإبقاء على خاصِّياته.

4. الخاصيات الفنية

1.4. النظام الإصطلاحي

يمتاز رباعي القطب المحايد الخطي بأنّه عند تطبيق إشارة جيبية بين قطبي المدخل، فإنّ الإشارة المتأمَّلة بين قطبي المخرج جيبية كذلك، حيث ترددها يكون نفس تردد إشارة المدخل... إلاّ أنّ المطال والطور يكونان بدلالة قيم المدخل (التيار والجهد) والتردد وطبيعة النوابط المكوِّنة لرباعي القطب.

في الفقرات الموالية سوف ندرس بعض وسائط رباعي القطب التي سيكثر الكلام عنها خلال دراستنا للدارات الإلكترونية. لهذا الغرض سوف تقتصر الدراسة على الشكل 2، حيث تمّ الاصطلاح على إتجاهات الجهود والتيارات كما هو مُوضَّح على هذا الشكل بحيث أنّ :



الشكل 2. رباعي القطب

- بوّابة المدخل : ف$_1$ هو جهد المدخل و ش$_1$ هو تيار المدخل.
- بوّابة المخرج : ف$_2$ هو جهد المخرج و ش$_2$ هو تيار المدخل.

وسوف تُكتب هذه الوسائط في شكل مصفوفة رياضية. لماذا ؟

2.4. نظام المصفوفة

عند تحليل الدارات الإلكترونية، يغلب علىالدراسة عادة التعامُل مع أنظمة مُعقدة تحتوي على كثير من النوابط، إما ثابتة أو متغيرة، ولمعرفة مجهولها وجب إستعمال المعادلات التفاضلية أو المعادلات الخطية الجبرية.

فعندما يتعلّق الأمر بدارات كهربائية خطية، فإنّ هذه المعادلات عادة ما تكون ناتجة عن تطبيق قانوني كيرشوف على الشبكة جُمْلة. وسعيا وراء ربح الوقت والمكان، فإنّه من الضروري استعمال طُرُق مُختصَرة تُسهّل عليك كتابة المعادلات على أكمل وجه وأحسن حال في شكل مصفوفات رياضية.

لا تظنّن أنّ الهدف من وراء هذه الطرُق المختصَرة تبسيط العمليات الحسابية فقط، بل هي كذلك طرُق تُسهِّل مُعالجة معادلات الشبكات الكهربائية المعقدة، كما تسمح بتفهُّم المعالجة في حد ذاتها.

وكمثال على ذلك نفترض نظام المعادلات التالية :

$$\text{أ}_{11}\,\text{س}_{1} + \text{أ}_{21}\,\text{س}_{2} + \ldots + \text{أ}_{1\text{م}}\,\text{س}_{\text{م}} = \text{ب}_{1}$$
$$\text{أ}_{12}\,\text{س}_{1} + \text{أ}_{22}\,\text{س}_{2} + \ldots + \text{أ}_{2\text{م}}\,\text{س}_{\text{م}} = \text{ب}_{2}$$
$$\vdots$$
$$\text{أ}_{1\text{ن}}\,\text{س}_{1} + \text{أ}_{2\text{ن}}\,\text{س}_{2} + \ldots + \text{أ}_{\text{نم}}\,\text{س}_{\text{م}} = \text{ب}_{\text{ن}}$$

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1m}X_m = b_1$$
$$a_{12}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2m}X_m = b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \ldots + a_{nm}X_m = b_n$$

فبواسطة المصْفُوفة، يُمكن كتابة هذه المجموعة من المعادلات على الشكل التالي :

$$\begin{bmatrix} \text{أ}_{11}\ \text{أ}_{21}\cdots & \text{أ}_{\text{م}1} \\ \text{أ}_{12}\ \text{أ}_{22}\cdots & \text{أ}_{\text{م}2} \\ \vdots & \\ \text{أ}_{1\text{ن}}\ \text{أ}_{2\text{ن}}\cdots & \text{أ}_{\text{نم}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{س}_1 \\ \text{س}_2 \\ \vdots \\ \text{س}_{\text{م}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ب}_1 \\ \text{ب}_2 \\ \vdots \\ \text{ب}_{\text{ن}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}\cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22}\cdots & a_{2m} \\ \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2}\cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

فبواسطة المصفوفة يُمكن تفهُّم النظام واستخراج مختلف وسائطه "بسرعة كبيرة" مهما كان حجم النظام. وكمرحلة إبتدائية، سوف تقتصر دراستنا على نظام يحتوي على معادلتَيْن فقط وهي الشبكة الموَضَّحة في الشكل 2، والتي سيتم استخراج وسائطها... وهي موضوع الدراسة الموالية لمختلف المصفوفات الممكنة.

5. مصفوفة المعاوقة

المعاوقة المركبة ص هي حاصل قسمة الجهد المركب ف على التيار المركب ش، وتكون بذلك طويلتها ص هي حاصل قسمة طويلة الجهد ف على طويلة التيار ش. ومن خلال الشكل 2، يُمكن استخراج المعادلتَيْن التاليتَيْن بدلالة المعاوقات :

ف$_1$ = ص$_{11}$ ش$_1$ + ص$_{21}$ ش$_2$ $\quad V_1 = Z_{11}\ I_1 + Z_{12}\ I_2$

ف$_2$ = ص$_{12}$ ش$_1$ + ص$_{22}$ ش$_2$ $\quad V_2 = Z_{21}\ I_1 + Z_{22}\ I_2$

وتُكتب في شكل مَصْفُوفة رياضية كما يلي :

$$\begin{bmatrix} \text{ف}_1 \\ \text{ف}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ص}_{11} & \text{ص}_{21} \\ \text{ص}_{12} & \text{ص}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{ش}_1 \\ \text{ش}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

بحيث تُعرَّف مختلف المعاوقات كالتالي :

– معاوقة المدخل دون حمل (دارة مفتوحة) :

$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}$ When $I_2 = 0$ $\qquad$ ص$_{11}$ = $\frac{ف_1}{ش_1}$ عندما ش$_2$ = 0

– معاوقة المخرج دون حمل :

$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}$ When $I_1 = 0$ $\qquad$ ص$_{22}$ = $\frac{ف_2}{ش_2}$ عندما ش$_1$ = 0

– معاوقة التحويل وهي نوعان :

$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}$ When $I_1 = 0$ $\qquad$ ص$_{21}$ = $\frac{ف_1}{ش_2}$ عندما ش$_1$ = 0

$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}$ When $I_2 = 0$ $\qquad$ أو : ص$_{12}$ = $\frac{ف_2}{ش_1}$ عندما ش$_2$ = 0

ملاحظة هامة

1. تكون الدارة مُتناظرة عندما تتحقّق المعادلة ص$_{11}$ = ص$_{22}$.
2. تكون الدارة ثُنائية الاتجاه عندما تتحقّق المعادلة ص$_{21}$ = ص$_{12}$.

6. مصفوفة المسامحة

المسامحة المركبة هي عكس المعاوقة المركبة بمعنى أنّ المسامحة هي حاصل قسمة التيار على الجهد، ومن ذلك تُستخرج المعادلتان التاليتان لنفس الشكل السابق كالتالي :

$I_1 = Y_{11}\ V_1 + Y_{12}\ V_2$ $\qquad$ ش$_1$ = سح$_{11}$ ف$_1$ + سح$_{21}$ ف$_2$

$I_2 = Y_{21}\ V_1 + Y_{22}\ V_2$ $\qquad$ ش$_2$ = سح$_{12}$ ف$_1$ + سح$_{22}$ ف$_2$

وعليه تكون مصفوفة المسامحة كالتالي :

$$\begin{bmatrix} ش_1 \\ ش_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} سح_{11} & سح_{21} \\ سح_{12} & سح_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ف_1 \\ ف_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

وتُعرَّف المسامحات كالتالي :

– مسامحة المدخل لدارة قصر :

$$سح_{11} = \frac{ش_1}{ف_1} \text{ عندما } ف_2 = 0 \qquad Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \text{ When } V_2 = 0$$

– مسامحة المخرج لدارة قصر :

$$سح_{22} = \frac{ش_2}{ف_2} \text{ عندما } ف_1 = 0 \qquad Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \text{ When } V_1 = 0$$

– مسامحة التحويل فهي :

$$سح_{21} = \frac{ش_1}{ف_2} \text{ عندما } ف_1 = 0 \qquad Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \text{ When } V_1 = 0$$

أو : $$سح_{12} = \frac{ش_2}{ف_1} \text{ عندما } ف_2 = 0 \qquad Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \text{ When } V_2 = 0$$

ملاحظة : حين تكون سح$_{21}$ = سح$_{12}$ فإنّ الدارة ثنائية الاتجاه.

7. مصفوفة التحويل

يُمكن كتابة المعادلتَيْن التاليتَيْن للشكل 2، وذلك لاستخراج وسائط التحويل :

$$V_1 = A\ V_2 - B\ I_2$$ ف$_1$ = أ ف$_2$ - ب ش$_2$

$$I_1 = C\ V_2 - D\ I_2$$ ش$_1$ = جـ ف$_2$ - د ش$_2$

وتُكتبان في شكل مصفوفة كما يلي :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{ف}_2 \\ -\text{ش}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{ب} & \text{أ} \\ \text{د} & \text{جـ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ف}_1 \\ \text{ش}_1 \end{bmatrix}$$

حيث أ، ب، جـ، د هي وسائط التحويل وتُعرَّف كما يلي :

– المخرج بدارة مفتوحة :

$$A = \frac{V_1}{V_2} \text{ When } I_2 = 0$$ أ = $\frac{\text{ف}_1}{\text{ف}_2}$ عندما ش$_2$ = 0

$$C = \frac{I_1}{V_2} \text{ When } I_2 = 0$$ جـ = $\frac{\text{ش}_1}{\text{ف}_2}$ عندما ش$_2$ = 0

– المخرج بدارة قصر :

$$B = \frac{V_1}{I_2} \text{ When } V_2 = 0$$ ب = - $\frac{\text{ف}_1}{\text{ش}_2}$ عندما ف$_2$ = 0

$$D = -\frac{I_1}{I_2} \text{ When } V_2 = 0$$ د = - $\frac{\text{ش}_1}{\text{ش}_2}$ عندما ف$_2$ = 0

ملاحظة هامة

1. عندما يتعلّق الأمر برُباعي القطب المحايد، فإنّ وسائط التحويل تجمعُها معادلة شهيرة هي :

$$AD - BC = 1$$ أ د – ب جـ = 1

2. تكون الشبكة مُتناظِرة عندما يتحقّق الشرط أ = د، وبذلك تتحقّق المعادلتان التاليتان :

سح$_{11}$ = سح$_{22}$ $\qquad Y_{11} = Y_{22}$

ص$_{11}$ = ص$_{22}$ $\qquad Z_{11} = Z_{22}$

8. مصفوفة هجينة

من خلال الشكل 2، تُستخرج معادلتا الوسائط الهجينة كما يلي :

ف$_1$ = هـ$_{11}$ ش$_1$ + هـ$_{21}$ ف$_2$ $\qquad V_1 = h_{11}\ I_1 + h_{12}\ V_2$

ش$_2$ = هـ$_{12}$ ش$_1$ + هـ$_{22}$ ف$_2$ $\qquad I_2 = h_{21}\ I_1 + h_{22}\ V_2$

وتكتب في شكل مصفوفة على النحو التالي :

$$\begin{bmatrix} \text{ف}_1 \\ \text{ش}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{هـ}_{11} & \text{هـ}_{21} \\ \text{هـ}_{12} & \text{هـ}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{ش}_1 \\ \text{ف}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

بحيث تُعرف الوسائط الهجينة كما يلي :

– مُعاوَقَة المدخل لدارة قصر :

هـ$_{11}$ = $\frac{\text{ف}_1}{\text{ش}_1}$ عندما ف$_2$ = 0 $\qquad h_{11} = \frac{V_1}{I_1}$ When $V_2 = 0$

– مُسامَحَة المخرج دون حمل (دارة مفتوحة) :

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2} \text{ When } I_1 = 0 \qquad \text{هـ}_{22} = \frac{\text{ش}_2}{\text{ف}_2} \text{ عندما ش}_1 = 0$$

- كَسْب التيار المباشر لدارة قصر :

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1} \text{ When } V_2 = 0 \qquad \text{هـ}_{12} = \frac{\text{ش}_2}{\text{ش}_1} \text{ عندما ف}_2 = 0$$

- كَسْب الجهد العكسي دون الحمل :

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \text{ When } I_1 = 0 \qquad \text{هـ}_{21} = \frac{\text{ف}_1}{\text{ف}_2} \text{ عندما ش}_1 = 0$$

أعمال تطبيقية

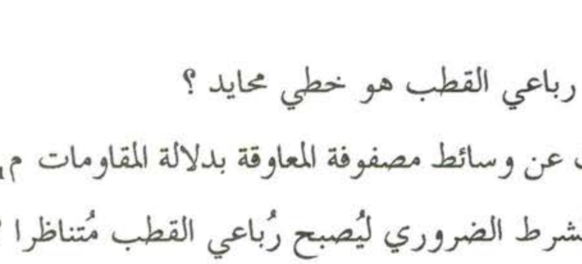
تمرين 1

تُمثِّل دارة الشكل 3 رُباعي القطب خطي محايد في شكل الحرف اللاتيني T.

1. لماذا رباعي القطب هو خطي محايد ؟

2. ابحث عن وسائط مصفوفة المعاوقة بدلالة المقاومات م$_1$، م$_2$، م$_3$.

3. ما الشرط الضروري ليُصبح رُباعي القطب مُتناظرا ؟



الشكل 3. التمرين 1

الجواب

1. يُطلق على رُباعي القطب للشكل 3 اصطلاح "خطي محايد" لاحتوائه على نوابط محايدة خطية تتمثَّل في المقاومات فقط.

2. تتمثَّل وسائط مصفوفة المعاوَقة في مجموعة المعاوقات ص$_{11}$، ص$_{21}$، ص$_{12}$، ص$_{22}$، وتُعرَّف من خلال الشكل 3 كما يلي :

مُعاوَقة المدخل دون حمل (دارة مفتوحة) :

ص$_{11}$ = م$_1$ + م$_2$ $\qquad\qquad$ $Z_{11} = R_1 + R_2$

مُعاوقة المخرج دون حمل :

ص$_{22}$ = م$_2$ + م$_3$ $\qquad\qquad$ $Z_{22} = R_2 + R_3$

مُعاوَقة التحويل :

ص$_{21}$ = م$_3$ $\qquad\qquad$ $Z_{12} = R_3$

ص$_{12}$ = م$_3$ $\qquad\qquad$ $Z_{21} = R_3$

3. لتناظُر رباعي القطب يستوجب تحقيق المعادلة التالية :

ص$_{11}$ = ص$_{22}$ $\qquad\qquad$ $Z_{11} = Z_{22}$

وعليه : م$_1$ + م$_3$ = م$_2$ + م$_3$ $\qquad\qquad$ $R_1 + R_3 = R_2 + R_3$

ومن ذلك لا يتم تحقيق التناظر إلاّ بتعادُل م$_1$ و م$_2$، بمعنى :

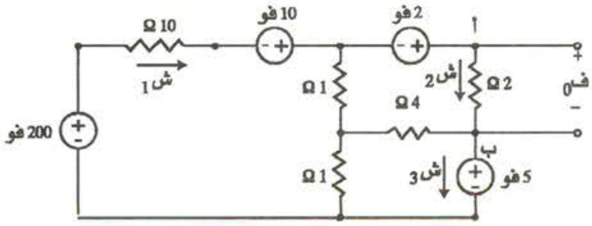
م$_1$ = م$_2$ $\qquad\qquad$ $R_1 = R_2$

تمرين 2

لتكن دارة الشكل 4.

1. استخرج المعادلات التي تجمع بين ش$_1$، ش$_2$، ش$_3$. أعد كتابة المعادلات في شكل مصفوفة.

2. أحسب قيمة الجهد ف$_0$.



الشكل 4. التمرين 2.

الجواب

1. لاستخراج المعادلات من الشكل 4 يُلجأ إلى قانونَي كيرشوف للتيار والجهد، وعليه يُستخرج ما يلي :

$$200 - 10\,\text{ش}_1 + 10 - 1\,(\text{ش}_1 - \text{ش}_2) + 1\,(\text{ش}_3 - \text{ش}_1) = 0$$

وتكييفا للمعادلة، تُصبح كما يلي :

$$210 = 12\,\text{ش}_1 - \text{ش}_2 - \text{ش}_3 \qquad (1)$$

وهي المعادلة الأولى. وأما لإستخراج المعادلة الثانية، فتُؤخذ العَيْن الثانية وبذلك :

$$2 - 2\,\text{ش}_2 + 4\,(\text{ش}_3 - \text{ش}_2) + 1\,(\text{ش}_1 - \text{ش}_2) = 0$$

وبعد تبسيطها، تُصبح المعادلة كالتالي :

$$2 = -\,\text{ش}_1 + 7\,\text{ش}_2 - 4\,\text{ش}_3 \qquad (2)$$

وهي المعادلة الثانية وما يبقى سوى الثالثة، وهي كالتالي :

$$5 + 4\,(\text{ش}_3 - \text{ش}_2) + 1\,(\text{ش}_3 - \text{ش}_1) = 0$$

وبعد التحويل تُصبح في الشكل التالي :

$$5 = \text{ش}_1 + 4\,\text{ش}_2 - 5\,\text{ش}_3 \qquad (3)$$

وبذلك فالمعادلات الثلاث يُمكن جمعها في نظام واحد :

$$12\,\text{ش}_1 - \text{ش}_2 - \text{ش}_3 = 210$$
$$-\,\text{ش}_1 + 7\,\text{ش}_2 - 4\,\text{ش}_3 = 2$$
$$\text{ش}_1 + 4\,\text{ش}_2 - 5\,\text{ش}_3 = 5$$

وكتابة نظام المعادلات في شكل مصفوفة يكون على الشكل التالي :

$$\begin{bmatrix} 210 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ش_1 \\ ش_2 \\ ش_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1- & 1- & 12 \\ 4- & 7+ & 1- \\ 5- & 4+ & 1+ \end{bmatrix}$$

3. ومن خلال الشكل 4، يتضّح أنّ جهد المخرج $ف_0$ ما هو إلاّ :

$$ف_0 = 2\, ش_2 \qquad\qquad V_0 = 2I_2$$

وتُستخرج الشدة $ش_2$ بواسطة المصفوفة الرياضية السابقة، إذ حلّ المعادلات يمنح ثلاث شدات مختلفة، منها $ش_2 = -\frac{16481}{2288}$ أمبير، أي $ش_2 = -7{,}203$ أمبير، ومن ذلك $ف_2 = -14{,}406$ فولط، حيث الإشارة (−) تُشير إلى الاتجاه المعاكس للاتجاه المَوَضَّح على الشكل 4. ومن ثَم فأعلم أنّ السهام الموضوعة على الدارة تُوَضّح الاتجاه المختار للتيار، قد يكون مُخالفا لما هو عليه في الحقيقية.

مسائل

1. ما الفرق بين رُباعي القطب وثُنائي القطب؟

2. هل يُمكن تطبيق قانون أوم على مقاوَمة غير خطية ؟ لماذا ؟

3. ما الفرق بين رُباعي القطب المقاوم ورُباعي القطب الخطي، وما بين رُباعي القطب المقاوم ورُباعي القطب المحايد ؟ اشرح ؟

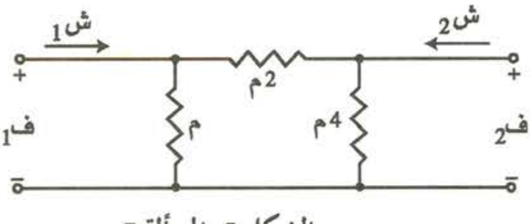
4. متى يكون رباعي القطب مُحايدا، وبماذا يختلف عن رباعي القطب الفعّال ؟

5. متى تتحقّق المعادلة أ د + ب جـ = 1 ؟ استنبط اسم الدارة.

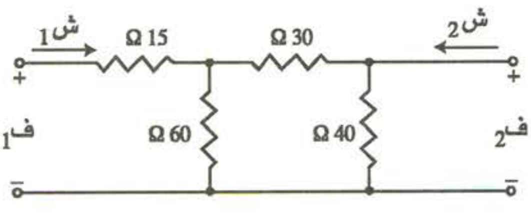
6. يُركّب منبع مستمر جهده 10 فو بين قطبي المدخل من دارة الشكل 3 حيث م$_1$ = 5,6 ك Ω، م$_2$ = 1 ك Ω، م$_3$ = 2,2 ك Ω.

1. استخرج شدة التيارَيْن ش$_1$ و ش$_2$. إستنبط معاوقة المدخل دون حمل ص$_{11}$ ومعاوقة التحويل ص$_{12}$.

2. استخرج المعاوقتَيْن ص$_{11}$ و ص$_{12}$، ثم قارنهما مع سابقتَيْهما. ما تعليلك ؟



الشكل 5. المسألة 7

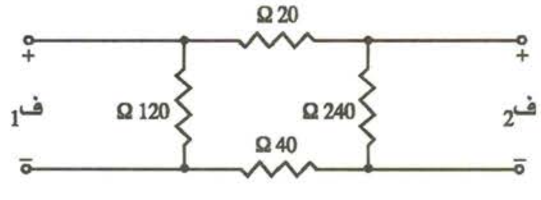


الشكل 6. المسألة 8

7. يُدرس رباعي القطب المحايد الخطي في شكل Π من الشكل 5.

1. ما يُقصد برباعي القطب المكافئ Π ؟

2. ابحث عن وسائط معاوقة المسامَحة بدلالة م.

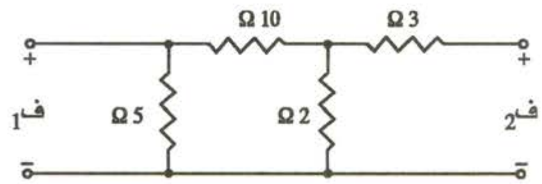


الشكل 7. المسألة 9.

8. ابحث عن المسامَحات سح$_{11}$، سح$_{21}$، سح$_{12}$، سح$_{22}$ لدارة الشكل 6 إذا فرضنا أنّ المنبع المركب هو لجهد يُعادل 1 فو.

9. ابحث عن وسائط المعاوَقة لرُباعي القطب للشكل 7.

10. ابحث عن وسائط المعاوقة لرباعي القطب للشكل 8.

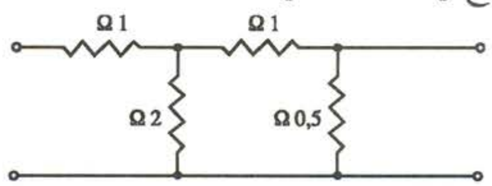


الشكل 8. المسألة 10

11. لتكن دارة رباعي القطب المقاوم الممثّلة في الشكل 9.

1. ابحث عن وسائط مصفوفة المعاوقة.

2. استخرج وسائط مصفوفة المسامحة.



الشكل 9. المسألة 11

12. بعد دراسة رباعي قطب مُعيَّن، استخرجت المعادلتان التاليتان :

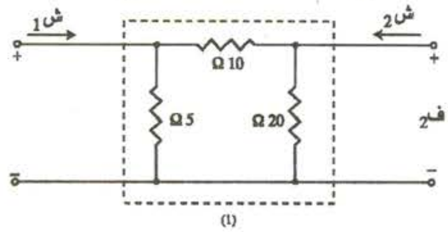
6 ف$_1$ – 3 ش$_1$ + 2 ش$_2$ = 0 $6V_1 - 3I_1 + 2I_2 = 0$

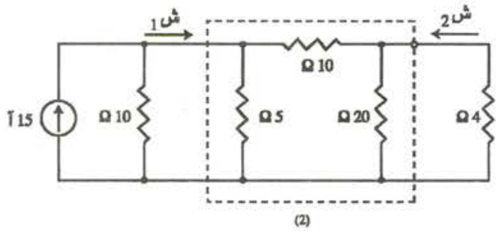
5 ف$_2$ = 12 ش$_1$ + 2 ش$_2$ – 3 ف$_1$ $5V_2 = 12I_1 + 2I_2 - 3V_1$

1. استخرج وسائط المسامحة.

2. تُضاف مقاوَمة 5 أوم بتسلسُل مع بوابَّة المخرج، أحسب وسائط المسامحة الجديدة.

13. لتكن دارة الشكل 1.10 الممثّلة لرباعي قطب مقاومٍ.





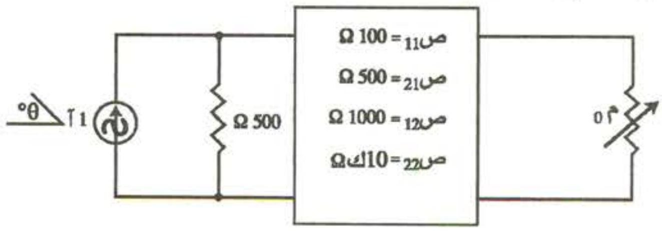
الشكل 10. المسألة 13.

1. ابحث عن وسائط المسامحة، ثم أكتب نظام المعادلتَيْن.

2. تُركَّب شبكة خاصة عبر بوابَّتي رُباعي القطب (الشكل 2.10)، إذ يُوصل المدخل بمنبع تيار وأما المخرج فيُوصل بحمل مقاومٍ. أحسب ف$_1$ وف$_2$ مُستعينا بنتائج المعادلتَيْن السابقتَيْن. استخرج ش$_1$ و ش$_2$.

14. يمتاز رباعي قطب مُعيَّن بوسائط المعاوقة الموَضَّحة في الشكل 11.

1. أحسب الجهد الناجع الملاحظ عبر الحمل إن كانت مقاومته $م_0 = 5$ك Ω.



الشكل 11. المسألة 14.

2. ابحث عن مقاومة الحمل $م_0$ التي تضمن تحوُّلا أقصى للاستطاعة.

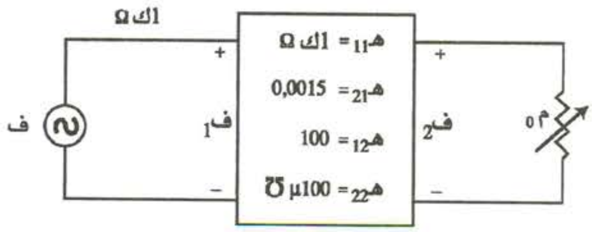
3. أحسب وسائط المسامحة لهذه الشبكة.

15. يمتاز رباعي قطب مُعيَّن بالوسائط الهجينة الموَضَّحة في الشكل 12، علما أنّ المنبع مُتناوب وهو ف = $10\angle 0°$ مفو.

1. ابحث عن $ف_2$ إذا كانت $م_0 = 10$ك Ω.

2. كم هي المقاومة $م_0$ لكي تُمنح أقصى استطاعة مُمكنة ؟

3. استخرج وسائط المعاوَقة.



الشكل 12. المسألة 15

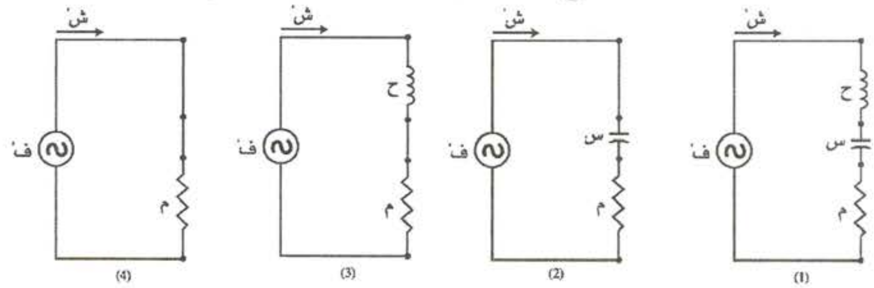
الرنين

إنّ المفاعَلة الحثية تكبُر بزيادة التردد، في حين المفاعَلة السعوية تتناقص بزيادة التردد. فإحداهما تكبُر والأخرى تصغُر، ممّا يُجزم بأنّ هناك حتما ترددا تتساوى المفاعَلتان عنده، وهي الحالة التي تُعرف بالرنين.

1. دارة الرنين المتسلسل

1.1. تصرف الدارة م ح س

لتكن الدارة الممثّلة في الشكل 1.1. عند الترددات الضعيفة، تظهر الوشيعة كدارة قصر لأنّ المفاعلة حف $= 2\pi$.ح.ن $= 0$ عندما يتناهى التردد نحو الصفر، وتُصبح بذلك الدارة سعوية (الشكل 2.1).



الشكل 1. دراسة الرنين المتسلسل

وأما عند الترددات العالية، تظهر المكثفة كدارة قصر باعتبار أنّ المفاعلة $سف = (2\pi.ن.س)^{-1} = 0$ عندما ن يتناهى إلى ∞ (الشكل 3.1).

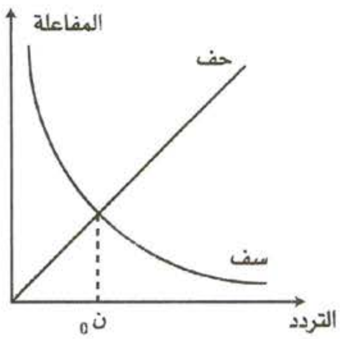
وعليه، فهناك حتما تردد وسيط بين الترددات العالية والضعيفة يجعل مفعول الوشيعة يعدم مفعول المكثفة، وهو المعروف بتردد الرنين حيث تُصبح عنده الدارة عبارة عن دارة مقاوِمة صافية (الشكل 4.1).

يُعرَّف الرّنين على أنّه تلك الحالة الخاصة التي تكون فيها المفاعَلتان، الحثية والسعوية، متساويتان لكن بإشارتَيْن متعاكستَيْن، وعليه فدارة الرّنين هي تلك الدارة التي يتحقّق فيها شرط الرّنين. وبما أنّ المفاعلتين متضادتين تماما في حقيقتهما، فلا يُمكن أن يعدما ــ يَختزلا ــ بعضهما البعض إلاّ إذا كانت طويلتاهما متساويتَيْن. كيف ذلك ؟

2.1. شرط حدوث الرنين

عند تردد الرنين $ن_0$ تُصبح الدارة مقاوِمة صافية بمعنى لا وُجود للمفاعلة، فلو تَمّ رسم منحنى سف وآخر حف بدلالة التّردد على نفس المعلم المتعامد فسنحصل على الشكل 2.

تتزايد المفاعلة الحثية حف بزيادة التردد ن، باعتبار الصِّيغة $حف = 2\pi.ح.ن$ في حين المفاعلة السعوية سف تتناقص بزيادة التردد نظرا للصّيغة $سف = \frac{1}{2\pi\ س\ ن}$. وعليه فهناك تردد وحيد $ن_0$ يُسجِّل حُدوث الرنين عندما تتساوى المفاعَلتان، السعوية والحثية.



الشكل 2. منحنى المفاعلة

قد تم استخراج المعاوقة المركّبة لمثل هذه الدارة الممثّلة في الشكل 1.1 وأوضحت معادلة العبارة التالية :

$$\underline{ص} = م + ت\left(ح\ \omega - \frac{1}{س.\omega}\right) \qquad \underline{Z} = R + j\left(L.\omega - \frac{1}{C\ \omega}\right)$$

وباعتبارها عددا مركّبا فإنّ طويلتها هي :

$$|\underline{ص}| = ص = \sqrt{م^2 + \left(ح\ \omega - \frac{1}{س.\omega}\right)^2}$$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + \left(L\ \omega - \frac{1}{C\ \omega}\right)^2}$$

كما يُمكن استخراج العُمْدة θ :

$$\angle\underline{ص} = \theta = ظل^{-1}\ \frac{ح\ \omega - \frac{1}{س.\ \omega}}{م}$$

$$\angle\underline{Z} = \theta = tg^{-1}\ \frac{L\ \omega - \frac{1}{C\ \omega}}{R}$$

2. تردد الرّنين المتسلسل

إنّ حُدوث الرنين مُتوقّف على شرط أن تكون الدارة مقاومة صافية دون مفاعلة، بمعنى أنّ القسم الخيالي للمعاوقة والذي يُمثّل المفاعلة معدوم تماما، أي :

$$ح\ \omega - \frac{1}{س\ \omega} = 0 \qquad L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega} = 0$$

فيُستخرج تردد الرنين $ن_0$ على أنّه :

$$ن_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{ح\ س}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}}$$

وهو تردد يُطابق تردد المولّد المتناوب ف حيث س هي سعة المكثّفة ووحدتها الفاراد و ح محاثة الوشيعة ووحدتها الهنري، وأمّا حساب تردد الرنين فيتم بوحدة الهرتز.

تلاحظ جيّدا أنّ تحديد حُدوث الرنين المتسلسل لا يتم إلاّ بواسطة النبيطَيْن ح و س، فالمقاوَمة م لا تدخل إطلاقا في ضَبْط تردد الرنين وإنّما دورها يقتصر على تقيِّيد سَيَلان التيار المشترَك ش عبر الدارة المتسلسلة، لا غير.

من خاصِّيات الرّنين المتسلسل كذلك أنّ العُمْدة θ تُعدم تماما، ممّا يجعل التيار المشترك ش يُزامن الجهد المتناوب ف من حيث انعدام الاختلال $\Delta\varphi = \theta$. كما أنّ المعاوقة المركبة تُصبح مقاوَمة صافية : $|ص| = م$، $\theta = 0$.

ملاحظة

إنّ انتخاب القيم الكبيرة للسعة أو المحاثة، أو كلاهما، يؤدي إلى تردد رنين ضعيف على عكس اختيار قيم ضعيفة وذلك لتواجُدها في المقام من المعادلة السابقة.

3. التيار الأقصى المشترك

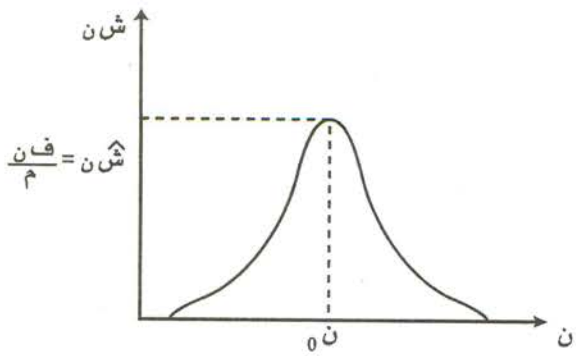
1.3. منحنى الإجابة

حُدوث الرنين يجعل الدارة مقاوِمة صافية، الشيء الذي يدفع إلى تسجيل أعلى قيمة للشدة النّاجعة للتّيار المشترَك ش :

$$\hat{ش}_{٠} = \frac{ف_{٠}}{م} \qquad \hat{I}_{rms} = \frac{V_{rms}}{R}$$

حيث ف٠ هو الجهد الناجع للمنبع المتناوب ف. وباعتبار أنّ الدارة مقاوِمة صافية، فإنّ الجهد ف٠ مُتزامن مع التيار المشترك ش٠ إذ الطور معدوم. ترى بوُضوح من خلال الشكل 3 كيف تتمّ تغيُّرات التيار الناجع ش٠ بدلالة التردد ن، حيث حَمْل المنحنى على معلم متعامد، أُطلق عليه تسمية مُنحنى الإجابة.

وهنا نفتح قوسا لنُعرِّف هذا المفهوم الجديد نظرا لكثرة تداوُله في هذا الكتاب. يُقصد بلفظ "الإجابة" في ميدان الإلكترونيات كل نتيجة تصدر عن المخرج كإشارة المخرج مثلا، أو منحنى بياني يُوَضِّح تغيُّرات كمية فيزيائية بدلالة مُتغيِّر ثان مثل الذي نحن بصدده (منحنى الرّنين).



الشكل 3. منحنى الرنين المتسلسل

2.3. دارة الرنين المتسلسل

من خلال الشكل 3، تلاحظ أنّ التيار الناجع ش$_{ن}$ عند الترددات الضعيفة يُقارب الصفر وذلك لأنّ المكثفة أصبحت دارة مفتوحة تمنع عبور التيار، وكذلك الحال عند الترددات العالية لأنّ الوشيعة تُصبح هي الأخرى دارة مفتوحة. وبين هذَيْن الحدَّيْن، التيار الناجع ش$_{ن}$ يتزايد إلى أن يبلغ شدته العُظمى والتي تحدُث عند تردد الرّنين ن$_0$، حيث المعاوقة المركّبة تُصبح مقاوَمة صافية.

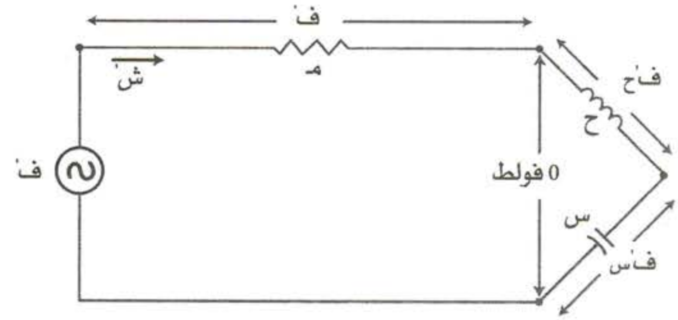
عند تردد الرنين، يُصبح جهد الموَلّد المتناوب ف كله مُطبَّقا بين قطبي المقاومة م (الشكل 4.1)، علما أنّه مُتطابق الطور مع التيار الناجع الأقصى ش$\hat{}_{ن}$ لعدم وُجود الاختلال.

إنّ العبارة السابقة للشدة الناجعة ش$\hat{}_{ن}$ قد تزداد نسبتها لو أنّ المقاوَمة أُستُبدلت بأخرى أصغر منها، إلاّ أنّ أصغر مقاوَمة يُمكن تواجُدها داخل الدارة المتسلسلة هي مقاوَمة لفات الوشيعة مـــ.

فلو أن النبيط المقاوم م ينزع من الدارة، فسوف تلاحظ استمرارية حدوث الرنين وذلك بسبب وجود مقاومة اللفات مـــ عبر الدارة ح س. في هذه الحالة، تزداد شدة التيار المشترك بسبب صغر هذه المقاومة مـــ... وعندها فقط تسجل أكبر شدة ممكنة شْ‍ٖ للتيار المشترك عبر الدارة المتسلسلة ح س.

ملاحظة هامة

قد لاحظت دون شك أنّ المقاوَمة مـــ لم تُؤخذ بعين الاعتبار في بداية الدراسة وذلك لأنّها مُهمَلة مقارنة بمقاوَمة النبيط م، أي أن م >> مـــ.



الشكل 4. دارة رنين ح س متسلسلة.

4. الجهد الأقصى

باعتبار أنّ المفاعَلتَيْن، الحثّية والسعوية، تتعادلان عند تردد الرّنين، فإنّ معاوقة الدارة تتمثل في مقاوَمة لفات الوشيعة مـــ فقط ممّا يجعل الطور معدوما فيتزامن التيار المشترك ش مع جهد المنبع ف، وتكون

مقاومة اللفات القيمة مـــ هي أصغر قيمة يُمكن توفيرها لحُدوث الرنين (الشكل 4).

تكتسي الشدة الناجعة القُصوى شْ ه أهمية خاصة من حيث أنّها تمنح جهدا أقصى بين قطبَي المكثفة أو الوشيعة على حدّ سواء، مما يُظهر الدارة وكأنّها مُضخِّم للجهد. كيف ذلك ؟

باعتبار أنّ الدارة مُتسَلسلة فكلّ النوابط يعبرها نفس التيار، وعند الرنين تكون شدته عُظمى وذلك لاختزال المفاعَلتَيْن لبعضهما البعض، وهذا لا يعني عدم وُجود جهد بين قطبَي كل مُفاعلة لكن قُطبيَّتهما مُتعاكسة، بل أنّ :

جهد المفاعَلة الحثية : فْ حه = حف شْ ه $\hat{V}_{L\,rms} = X_L \, \hat{I}_{rms}$

جهد المفاعَلة السعوية : فْ سه = سف شْ ه $\hat{V}_{C\,rms} = X_C \, \hat{I}_{rms}$

ومن حيث أنّ التيار أقصى فسوف يُوَلّد جهدا أقصى كذلك، إلاّ أنّ الجهدَيْن يلغيان بعضهما (الشكل 4) ويكون بذلك جهد المنبع ف مُعادلا ومُزامنا لجهد المقاوَمة مـــ.

فلو أنّ اختيار المخرج يكون بين قطبَي المكثّفة أو الوشيعة فسوف نحصل على جهد المخرج أكبر من جهد المدخل المتمثّل في جهد المنبع المتناوب ف، ولا يتم رفع الجهد ف إلى أقصى حد إلاّ عند الرَّنين وهي عملية تُعرف بالتضخيم... ومن ذلك، تلعب الدارة ح س دور وظيفة

المضخم عند حدوث الرنين فقط بشرط أن يؤخذ مخرج المضخم عبر المكثفة أو الوشيعة، حيث معامل نسبة التضخيم بين المدخل والمخرج كبيرا جدا.

ملاحظة

1. عند الرنين يظهر كل جهد المنبع ف عبر مُقاومة اللّفات مـــ.

2. مجموع جهدَي المفاعلتَيْن معدوم : ف$_{س}$ +ف$_{ح}$ = 0.

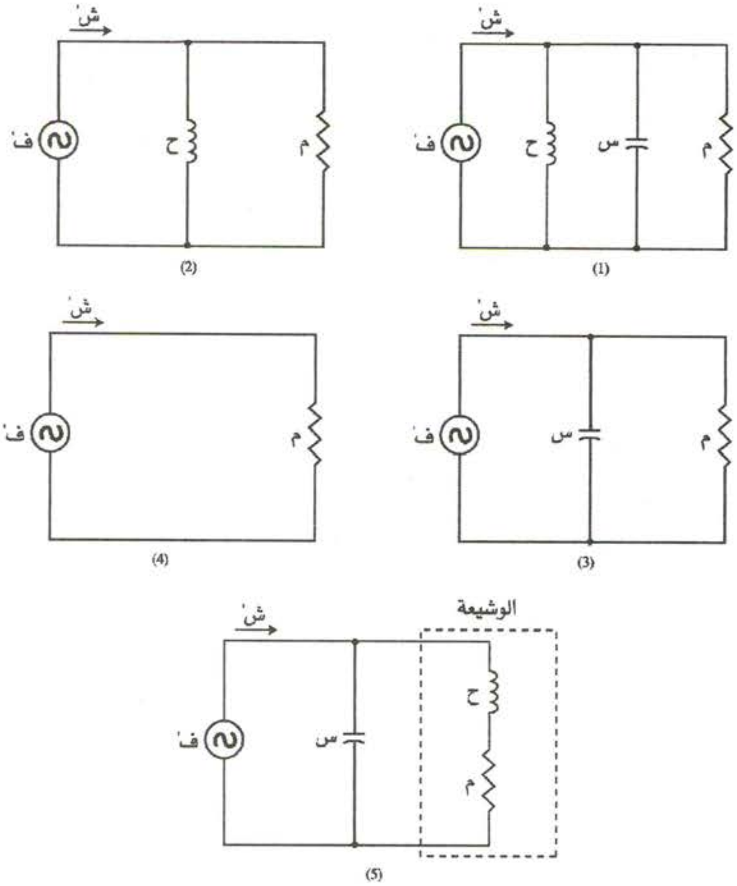
3. المفاعلة الحثية هي أكبر منها للترددات التي تكبر تردد الرّنين، كما أنّ المفاعلة السعوية هي أكبر منها للترددات التي تصغُر تردد الرّنين. فقد تتساءل وتقول أنّ تسجيل الجهد الأقصى يحدث في غير تردد الرنين، لكن تذكّر أنّ زيادة المفاعلة تُؤدي إلى تضعيف شدة التيار وبذلك فالجهد أضعف، وعليه فإنّ الجهد الأقصى لا يُسجلّ لغير تردد الرّنين.

5. الرنين المتوازي

كل الدراسة السالفة كانت لظاهرة الرنين المتسلسل، وما سيتبع هي دراسة للدارات المتوازية ومن ذلك دراسة حدوث الرنين المتوازي وتسجيل مختلف وسائطه وكيفية تصرفها.

1.5. دارة الرنين

إليك دراسة الدارة م ح س للشكل 1.5.



الشكل 5. دراسة الرنين المتوازي

عند الترددات الضعيفة، فإنّ المكثّفة تظهر كدارة مفتوحة باعتبار أنّ المفاعلة السعوية هي $سف = \frac{1}{2\pi\, س\, ن} = \infty$ عندما يتناهى ن إلى الصفر، فتمنع عبور التيار وتُصبح الدارة دارة حثية متوازية (الشكل 2.5).

وأمّا عند الترددات العالية، فإنّ الوشيعة تظهر كدارة مفتوحة بحُكم أنّ المفاعلة الحثية هي $حف = 2\pi . ح . ن = \infty$ عندما يتناهى ن

إلى ∞، وعليه تمنع مرور التيار فتُصبح الدارة دارة سعوية متوازية (الشكل 3.5).

وبنفس الطريقة السالفة عند دراسة الرنين المتسلسل، تلاحظ أنّه دوما ــ ولأجل تَضادّ المفاعَلتَيْن ــ هناك تردد وسيط يحدُث عنده أنّ المفعول الحثي يَعدم المفعول السعوي لتُصبح على إثره الدارة دارة مقاوِمة (الشكل 4.5).

2.5. تردد الرّنين

من خلال دراستك للفصل 12، يمكن استخراج المسامحة المركبة التالية لمثل دارة الشكل 1.5.

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right) \qquad \underline{\text{سح}} = \frac{1}{\text{م}} + \text{ت}\left(\text{س}\,\omega - \frac{1}{\text{ح}\,\omega}\right)$$

وباعتبارها عددا مركبا، فاستخراج الطويلة يكون كالتالي :

$$\left|\underline{\text{سح}}\right| = \text{سح} = \sqrt{\frac{1}{\text{م}^2} + \left(\text{س}\,\omega - \frac{1}{\text{ح}\,\omega}\right)^2}$$

$$\left|\underline{Y}\right| = Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)^2}$$

وأما العُمدة فهي :

$$\underline{\angle \text{سح}} = \theta = \text{ظل}^{-1}\left(\frac{\text{س}\ \omega - \frac{1}{\text{ح}\ \omega}}{\text{م}}\right)$$

$$\underline{\angle Y} = \theta = tg^{-1}\left(\frac{C\ \omega - \frac{1}{L\ \omega}}{R}\right)$$

إنّ حُدوث الرنين يستلزم أن تكون المفاعلة معدومة وهي القسم الخيالي من المسامَحة المركّبة سح، وعليه :

$$\text{س}\ \omega - \frac{1}{\text{ح}\ \omega} = 0 \qquad\qquad C\ \omega - \frac{1}{L\ \omega} = 0$$

وتحديد تردد الرّنين ن$_0$ يكون كالتالي :

$$\text{ن}_0 = \frac{1}{2\ \pi \sqrt{\text{سح}}} \qquad\qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\ C}}$$

وتلاحظ جيدا أنّ الصيغة هي نفسها لتحديد تردد الرنين المتسلسل بالإضافة إلى نفس الشروط لوُقوع الرنين، إذ لابُد أن تكون الدارة مقاومة صافية بحيث أنّ المسامَحة المركبة هي : $|\text{سح}| = \frac{1}{\text{م}}$، بينما تنعدم العمدة θ ليتزامن تيار الجذع الأساسي ش مع جهد المنبع المتناوب ف، مع التنبيه إلى أنّ تردد الرنين ن$_0$ هو تردد المولّد المتناوب.

عند حدوث الرنين، فإنّ المفاعلة حف$_0$ والمفاعلة السعوية سف$_0$ متساويتان ومتعاكستا القطبية فيُلغيان ــ فيُختزلان ــ وهو السبب الذي يجعل التيار عبر الجذع الأساسي أصغر ما يكون بحُكم التركيب المتوازي، ممّا يدفع على الظّن أنّ المعاوقة ضخمة جدا.

وهو كذلك، فإنّ المعاوقة تبلغ أعظم قيمة لها عند تردد الرنين ن$_0$ وتضعُف للترددات التي تكبر أو تصغر عن ن$_0$، وعندها يتزايد تيار الجذع الأساسي. انطلاقا من هذا المبدأ، سُمِّيت دارة الرّنين المتوازي بدارة الصمَّام.

3.5. الجهد المشترك الأقصى

في الدارات المتوازية يكون الجهد مشتركا بين كلّ النوابط، وإذا طبَّقنا قانون أوم فسوف نحصل على العبارة التالية :

$$\underline{\text{ف}} = \underline{\text{ص}}\ \underline{\text{ش}} = \frac{\underline{\text{ش}}}{\underline{\text{سح}}} \qquad\qquad \underline{V} = \underline{Z}\ \underline{I} = \frac{\underline{I}}{\underline{Y}}$$

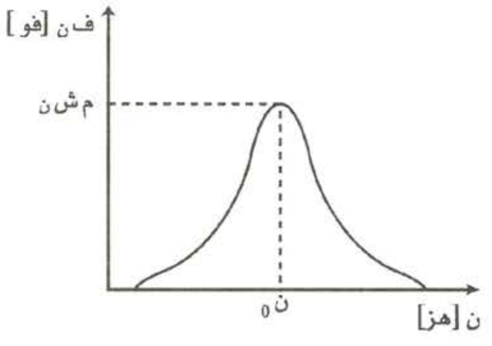
بمعنى :

$$\text{ف}_{\circ} = \frac{\text{ش}_{\circ}}{\text{سح}} = \frac{\text{ش}_{\circ}}{\sqrt{\frac{1}{\text{م}^2} + \left(\text{س}\ \omega - \frac{1}{\text{ح}\ \omega}\right)^2}}$$

$$V_{rms} = \frac{I_{rms}}{Y} = \frac{I_{rms}}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\ \omega - \frac{1}{L\ \omega}\right)^2}}$$

حيث ش₀ هي الشدة الناجعة للتيار الأساسي، و ف₀ هو الجهد الناجع عبر الدارة م ح س، وعند حُدوث الرّنين تُصبح المعادلة كالتالي :

$$\hat{\text{ف}}_{0} = \frac{\text{ش}_{0}}{\frac{1}{\text{م}}} \qquad \hat{V}_{rms} = \frac{I_{rms}}{\frac{1}{R}}$$



الشكل 6. منحنى الرنين المتوازي.

يوضح الشكل 6 منحنى الرنين المتوازي لدارة م ح س متوازية، إذ يظهر تناهي الجهد الناجع ف₀ نحو الصّفر عند الترددات الضعيفة والعالية معا، وما بينهما فإنّ الجهد الناجع ف₀ يتزايد إلى أن يبلغ قيمة عُظمى تحدُث عند تردد الرنين ن_0 يُسجل عنده أضعف تيار وأضخم معاوقة.

وكما سبق أثناء دراسة الرنين المتسلسل، فإنّ التركيب المتوازي ــ تماما كسابقه ــ يُمكن أن يُحدث رنينا ولا يحتاج في ذلك إلاّ لوشيعة ومكثفة، فالمقاومة م تُعوَّض بمقاومة لفات الوشيعة مــ (الشكل 5.5).

في هذه الحالة، يكون التيار الأساسي ش مُتطابق الطور مع جهد المنبع المتناوب ف... عند حدوث الرنين فلا وُجود للاختلال بينهما.

أعمال تطبيقية

تمرين

تُركب دارة رنين متسلسل ح س حيث للمكثفة سعتها س = 106 بيكو فاراد وللنبع للتناوب جهده ف$_{0}$ = 300 μ فولط، وبواسطة تجربة مخبرية تَم تدوين الجدول 1 وذلك بتغيِّير التردد.

1. أرسم منحنى الإجابة لدارة الرنين المتسلسل. استنبط تردد الرنين.

2. أحسب مُحاثَة الوشيعة ح لدارة الرنين المتسلسل. كم هي مقاوَمة لفائها مـــ ؟

3. املأ الجدول، وما تعليقك عليه ؟ إذا أُنتخبَت الدارة على أن تكون مُضخِّم، فبين أيّ نبيط يؤخذ المخرج ولأيّ تردد ؟

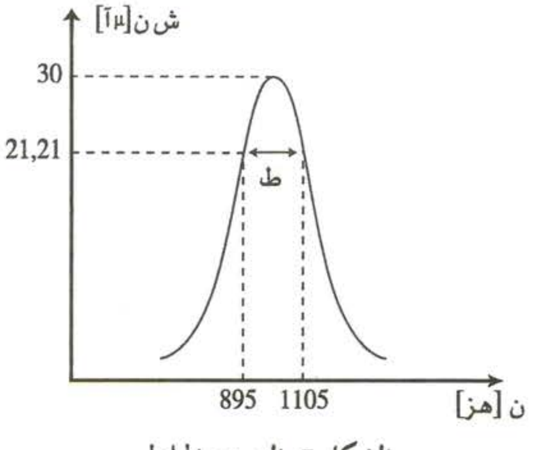
4. استخرج من المنحنى ترددّي القَطْع ن$_1$ و ن$_1$. استنبط نطاق الإمرار.

التردد[هز]	الشدة الناجعة [μآ]	حف[Ω]	ف$_{ح}$ [μفو]	سف[Ω]	ف$_{س}$ [μفو]
600	0,19				
800	0,44				
1 000	30,00				
1 200	0,55				
1 400	0,29				

الجدول 1. نتائج تجربة مخبرية على دارة رنين متسلسل.

الجواب

تركيب متسلسل يحتوي على مكثفة ووشيعة فقط هو دارة رنين متسلسل، بحكم أن لفات الوشيعة تحتوي على مقاومة داخلية مـــ (مقاومة اللفات).



الشكل 7. التمرين المحلول

1. رسم منحنى الإجابة لدارة الرنين المتسلسل يقتضي رسم الدالة ش$_{ه}$(ن) وهي الموضحة في الشكل 7، وما حُدوث الرنين إلاّ لأقصى شدة مسجَّلة. وعليه فمن خلال المنحنى يُستنبط تردد الرنين وهو $ن_0 = 1000$هز، وأحذر أن تستخرجه من خلال الجدول لأنّه عادة يخلو تماما من الجدول.

2. تُستخرج المحاثة من خلال المعادلة :

$$ن_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{ح\ س}} \qquad\qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\ C}}$$

وعليه فالمحاثة هي :

$$ح = \frac{1}{4\pi^2 \text{س} \text{ن}_0^2} \approx 239 \text{ مَيْكْروهنري} \quad [H] = \frac{1}{4\pi^2 C f_0^2} = L$$

وأما لاستخراج مقاوَمة لفات الوشيعة، فالمعادلة هي :

$$\hat{\text{ف}}_{\text{ه}} = \text{مـ}\ \hat{\text{ش}}_{\text{ه}} \qquad \hat{V}_{rms} = r\ \hat{I}_{rms}$$

بحكم أنّه عند حُدوث الرنين لا وُجود للمفاعلتَيْن، بل تيار الرنين $\hat{\text{ش}}_{\text{ه}}$ يعبُر المقاوَمة مـــ لوحدها. وعليه :

$$\text{مـ} = \frac{\hat{\text{ف}}_{\text{ه}}}{\hat{\text{ش}}_{\text{ه}}} = \frac{300\ \mu\ \text{فو}}{30\ \mu\ \text{آ}} \qquad r = \frac{\hat{V}_{rms}}{\hat{I}_{rms}}$$

ومن ثم فهي مـــ $= 10\Omega$.

3. الأمر سهل لملأ الجدول، فالمفاعلة الحثية ما هي إلاّ :

$$\text{حف} = 2\pi \text{ن ح} \qquad X_L = 2\pi f\ L$$

وأما الجهد المتأمّل عبر قطبي الوشيعة فهو :

$$\text{ف}_{\text{ح}} = \text{حف ش}_{\text{ه}} \qquad V_L = X_L\ I_{rms}$$

دون أن يؤخذ بعين الاعتبار مقاومة اللفات مـــ.

فتلاحظ أنّ حف تتزايد دوما لتُسجِّل عند حُدوث الرنين، حف$_0 = 1500\Omega$، وهو الشيء الذي يجعل الجهد المتأمَّل عبر قطبي الوشيعة يتزايد كذلك إلى أن يبلغ أقصى قيمة له $\hat{\text{ف}}_{\text{ح}} = 45\,000\ \mu$ فو عند حُدوث الرنين، أي $\hat{\text{ف}}_{\text{ح}} = 0{,}45$ فو عند ن$_0 = 1000$هز.

لكن بفعل تناقُص التيار، فسوف يتناقص تدريجيا. وأما المفاعلة السعوية فتُستخرج من المعادلة التالية :

$$\text{سف} = \frac{1}{2\pi \text{ ن س}} \qquad X_C = \frac{1}{2\pi f\ C}$$

وأما الجهد المتأمَّل عبرها يُستنبط من المعادلة :

$$\text{ف}_{\text{س}} = \text{سف ش}_{\text{ه}} \qquad V_C = X_C\ I_{rms}$$

فإذا ملأت الجدول، فسوف تُلاحظ أنّ المفاعلة السعوية سف على عكس حف، إذ تتناقص تدريجيا إلى أن تُسجِّل عند الرنين سف$_0$ = 1500 Ω مما يُثبت تعادُل المفاعَلتَيْن.

وأما الجهد المتأمّل عبرها فهو يتزايد دوما ليبلغ أقصى قيمة له $\hat{\text{ف}}_{\text{س}}$ = 45 000 µ فو عند حُدوث الرنين وهي القيمة المطابقة لجهد الوشيعة لتردد الرنين ن$_0$، ثم يتناقص تدريجيا بفعل تناقُص التيار ش$_{\text{ه}}$.

إذا طُلب استعمال هذه الدارة كمُضَخِّم فمن البديهي أنّ المخرج يُؤخذ بين قطبي الوشيعة أو المكثفة بشرط حُدوث الرنين، إلاّ أنّه عبر الوشيعة يكون أكبر منه عبر المكثفة وذلك لإضافة جهد مقاومة اللّفات، إلاّ أنّ الاختلاف طفيف بحُكم المقاومة مـــ الضعيفة.

4. يُستخرج ترددا القطع ن$_1$ و ن$_2$ من خلال المنحنى عند الشدة 70,7% من 30 µ آ والتي تُعادل 21,21 µ آ، فبالإسقاط على محور الفواصل من الشكل 7 نحصل على ن$_1$ = 895 هرتز و ن$_2$ = 1105 هرتز. ومنه يُستنبط نطاق الإمرار وهو ط = 210 هرتز.

مسائل

1. ما هو تعريف الرنين ؟ متى يتحقق ؟ اشرح.

2. أذكر كيفية البحث عن التردد المتسلسل والتردد المتوازي.

3. ما مدلول التيار الأقصى المشترك ؟ اشرح تغيرات المنحنى واذكر في أي الدارات يتم تسجيله.

4. علق على منحنى تغيرات الجهد الأقصى المشترك. ما مدلوله وفي أي الدارات يحدث ؟

5. ما الفرق بين الرنين المتسلسل والرنين المتوازي ؟ استخرج وجه التشابه بينهما.

6. أحسب تردد الرنين $ن_0$ من تركيب مكثفة سعتها س = 3 μفد، ووشيعة محاثتها ح = 30 مهن.

7. تردد الرنين لدارة ح س هو $ن_0 = 1000$ كهز. لو أُزدُوجت المحاثة وأصبحت 2 ح وخُفضت السعة لتُصبح $\frac{س}{8}$، كم هو تردد الرنين الجديد ؟

8. تُركب وشيعة محاثتها ح مع مكثفة سعتها س = 36 μفد، وعند الرنين كانت المفاعلة الحثية $حف_0 = 8,33\ \Omega$. كم هو تردد الرنين وكم هي قيمة المحاثة ح ؟

9. تُركب دارة متسلسلة م ح س حيث ح = 4 هنري، س = 0,16 µ فد، م = Ω 250، وجهد المنبع المتناوب هو 100 مفو. أحسب جهدَي الوشيعة والمكثفة عند حُدوث الرنين.

10. تُركب وشيعة محاثتها ح = 10 مهن مع مكثفة سعتها س، وعند الرنين كانت المفاعلة السعوية سف$_0$ = Ω 8333. كم هو تردد الرنين ن$_0$ ، وكم هي قيمة السعة س ؟

11. كم هي الشدة الناجعة القصوى لتيار يعبر دارة رنين متسلسل عند تردد يُعادل 1 ميغا هرتز حيث ح = 20 µهن، س = 500 بيكوفاراد، مـــ = Ω10، وجهد المنبع المتناوب 10 مفو ؟ استنبط المعاوقة المكافئة عند التردد 1 ميغا هرتز.

دارة التنغيم

حين تسعى إلى ضبط المكثفة أو الوشيعة من خلال الدارة م ح س قصد مُعادلة المفاعلة الحثية بالمفاعلة السعوية، عندها تتحصل على ظاهرة الرنين والتي تحدث لتردد له علاقة مباشرة بهاتين المفاعلتين. مثل هذه الدارة تعرف باصطلاح دارة التنغيم.

1. معامل الجودة لدارة الرنين المتسلسل

مُعامل الجَوْدة، ويُميَّز بالعلامة ج، لدارة رنين يرمُز إلى نُعُومَة الرنين إذ يُظهر مدى قابلية المنحنى في إحداث حافّة حادّة عند تردد الرنين ن$_0$، وهو عموما يتزايد كلما كبُرت نسبة المفاعلة عند حُدوث الرنين على المقاومة المتسلسلة.

1.1. تضخيم الجهد

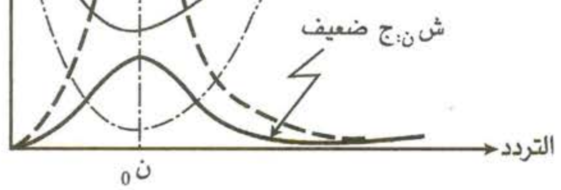
عند حُدوث الرنين في دارة متسلسلة، فإنّ معامل الجودة يُعرّف على أنه :

$$ج = \frac{حف_0}{مـ} = \frac{سف_0}{مـ} \qquad Q = \frac{X_{L0}}{r} = \frac{X_{C0}}{r}$$

حيث :

- حف$_0$ هي المفاعلة الحثية عند تردد الرنين ن$_0$: حف$_0$ [Ω].
- سف$_0$ هي المفاعلة السعوية عند تردد الرنين ن$_0$: سف$_0$ [Ω].
- مـــ هي المقاومة المتسلسلة مع حف$_0$ (مقاومة اللفات) : مـــ [Ω].

إنّ مُعامل الجَوْدة ج هو عديم الوِحدة، ويرجع ذلك إلى أنّ حاصل القسمة يتم بين كميتَيْن متماثلتَيْن في الوحدة. وتلاحظ أنّه بقدر ما تصغر المقاوَمة مـــ يعبر الدارة تيار أكبر، لينتج عن ذلك تضيِّيق حاد في منحنى الإجابة عند تردد الرنين (الشكل 1)، وعليه تكبُر قيمة مُعامِل الجودة ج.



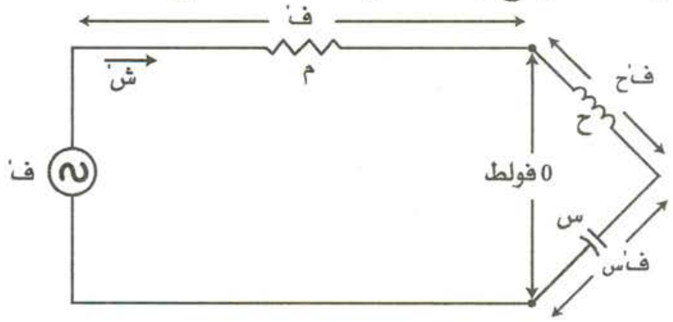
الشكل 1. تأثير المعامل ج في تحديد الشدة الناجعة والمعاوقة.

والعكس صحيح، إذ لو رُكّب مقاوم م في تسلسُل داخل الدارة فسوف يتسبَّب في إضعاف شدة التيار من جهة، ومن جهة أخرى يكبُر مَقام المعادلة السابقة، وبالتالي يصغُر المعامل ج مقارنة بسابقه دون النبيط م.

يُنظر للمعامل ج على أنّه معامل التضخيم لدارة الرنين المتسلسل، إذ يُحدِّد مدى تكبير الجهد عبر الوَشيعة أو المكثفة بفعل عبور تيار شدته الناجعة قُصوى. فالمعامل ج يرمز إلى تلك الكمية التي زيدت - عند حُدوث الرنين - في جهد المخرج، ولا يُؤخذ المخرج إلاّ عبر المكثفة أو الوشيعة لتسجيل جهد أقصى عند تردد الرنين ن$_0$، في حين يقلّ في غيره من الترددات. وعليه، فالعبارة هي :

ف$_ح$ = ف$_س$ = ج ف $\qquad\qquad$ $V_L = V_C = Q\,V$

وكتطبيق عملي لاستخراج المعامل ج من دارة رنين متسلسل كالموضَّحة في الشكل 2، إليك هذه الطريقة : يتم قياس الجهد المتأمَّل عبر الوشيعة أو المكثفة عند حدوث الرنين، ثم قياس جهد المنبع المتناوب وما المعامل ج إلاّ حاصل قسمة القياسَيْن.



الشكل 2. دارة الرنين المتسلسل

تعتبر هذه الطريقة لاستخراج معامل الجودة ج أفضل من استخراجه بواسطة العبارة ج = $\frac{\text{مف}_0}{\text{مـ}}$، لأنّ تحديد قيمة مقاومة لفات الوشيعة مـ صعب للغاية بالإضافة إلى أنّ الأومِّتر يحتوي هو الآخر

على مقاومة داخلية. بل إنّ تحديد المعامل ج بواسطة القياس يسمح باستخراج المقاومة مـ ذاتها، وذلك عن طريق المعادلة $مـ = \frac{مف_0}{ج}$، حيث $مف_0 = حف_0$ أو $مف_0 = سف_0$.

2.1. مفعول تردد الرنين

دارة تحتوي على وشيعة، مُحاثتها ح ومقاومتها مـ، في تسلسُل مع مكثفة سعتها س. وتكون بذلك المعاوقة المركبة هي :

$$\underline{Z} = r + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \qquad ص = مـ + ت\left(ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega}\right)$$

وعليه فطويلة العدد المركب هي :

$$|\underline{ص}| = ص = \sqrt{مـ^2 + \left(ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega}\right)^2}$$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

فبتغيُّر النبض ω تتغيَّر الطويلة ص، حيث تمسح مجالا تبلغ فيه أدنى قيمة لها عندما تكون المفاعلة $\left(ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega}\right)$ معدومة بمعنى :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \qquad ح\,\omega - \frac{1}{س\,\omega} = 0$$

وهو ما يُعرف بشرط حُدوث الرنين، ويكون بذلك التردد المطابق لهذه العلاقة هو تردد الرنين $ن_0$ المعرَّف كالتالي :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}}$$ $$ن_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{ح\,س}}$$

فعند الرنين تُسجِّل المعاوقة $\underline{ص}$ أصغر قيمة لها وتُعادل $ص_0$ = مـــ، فهي مقاومة صافية.

فإذا أعتبرنا أنّ ف$_\circ$ هو الجهد الناجع المطبَّق بين قطبي الدارة، فإنّ التيار المشترك للدارة يُسجِّل أقصى شدة ناجعة عند تردد الرّنين $ن_0$ تكون عبارتها هي :

$$\hat{I}_{rms} = \frac{V_{rms}}{r}$$ $$\hat{ش}_\circ = \frac{ف_\circ}{مـــ}$$

3.1. تأثير المعامل ج

تلاحظ أنّه كلما صغُرت المقاوَمة مـــ كلما زادت قمَّة المنحنى في التضيِّيق (الشكل 1). وبواسطة قانون أوم يُمكن البحث عن جهد المكثفة :

$$\underline{ف}_س = \frac{\underline{ش}}{ت\,س\,\omega} = \frac{1}{ت\,س\,\omega}\,\frac{\underline{ف}}{\underline{ص}}$$

$$\underline{V}_C = \frac{I}{j\,C\,\omega} = \frac{1}{jC\,\omega}\,\frac{\underline{V}}{\underline{Z}}$$

وعند الرنين فإنّ $\underline{ص}$ = مـــ، وعليه :

$$V_{Crms} = \frac{1}{r\,C\,\omega_0}\,V_{rms}$$ $$ف_{س\circ} = \frac{1}{مـــ\,س\,\omega_0}\,ف_\circ$$

وباعتبار المعادلة س ح ω_0^2 =1، فيُمكن كتابة ما يلي :

$$\text{ف}_{\text{س}0} = \frac{\text{ح}\ \omega_0}{\text{مـ}}\ \text{ف}_0 \qquad V_{Crms} = \frac{L\ \omega_0}{r}\ V_{rms}$$

أو كتابة :

$$\text{ف}_{\text{س}0} = \text{ج}\ \text{ف}_0 \qquad V_{Crms} = Q\ V_{rms}$$

عندما تكون الوشيعة ذات نواة حديدية، وبالتالي زيادة مُحاثَة الوشيعة، فمن الممكن جدًّا أن يكون المعامل ج > 100. وبما أنّ المكثفة قد يبلغ الجهد بين قطبَيْها عدَّة آلاف فولط، وهو ما يُعرِّضها للتّحطيم. وفي الدارات ذات التردد اللاّسلكي، يُعتبر المعامل ج ضعيف عندما يصغُر عن 10 وإن فاق 300 يكون ضخما جدا.

عادة ما يكون الجهد المتأمَّل بين قطبَي الوشيعة ذا اختلاف طفيف عن الجهد المتأمَّل بين قطبَي المكثفة عند حُدوث الرنين، وذلك لأنّ :

$$\underline{\text{ف}}_{\text{ح}} = (\text{مـ} + \text{ت}\ \text{ح}\ \omega)\ \underline{\text{ش}} = (1 + \text{ت}\ \text{ج})\ \text{مـ}\ \underline{\text{ش}}$$

$$\underline{V}_L = (r + j\,L\,\omega)\ \underline{I} = (1 + j\,Q)\ r\ \underline{I}$$

وعليه فالعدد هو عدد مركب، إذن :

$$\text{ف}_{\text{ح}0} = \text{ف}_0 \sqrt{1 + \text{ج}^2} \qquad V_{Lrms} = V_{rms}\sqrt{1 + Q^2}$$

فإنّ كان ج ضخما جدا، فإنّ $\text{ج}^2 >> 1$، وعليه :

$$\text{ف}_{\text{س}0} \approx \text{ج}\ \text{ف}_0 \qquad V_{Lrms} \approx Q\ V_{rms}$$

وهو الشيء الذي يُعرِّض الوَشيعة للإتلاف كذلك.

2. معامل الجودة لدارة الرنين المتوازي

1.2. تضخيم المعاوقة

يُستخرج المعامل ج بواسطة نفس الصيغة السابقة، أي :

$$ج = \frac{حف_0}{مـ} \qquad Q = \frac{X_{L0}}{r}$$

حيث مـ هي مقاومة اللفات وهي مُهملة مقارنة بالمفاعلة الحثية حف$_0$، إلاّ أنّ في هذه الحالة ـ الرنين المتوازي ـ فإنّ المعامل ج يُشير إلى مدى ضخامة المعاوَقة ص$_0$ المنظور إليها بين قطبَي الدارة المتوازية ح س عندما يضعُف التيار الأساسي ش تماما أو بعبارة أخرى عند حُدوث الرنين.

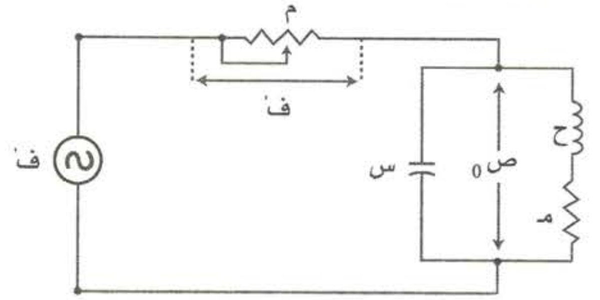
بصفة أدق، فإنّ المعامل يُشير إلى مدى تضخيم المعاوَقة ص$_0$ لدارة الرنين المتوازي بالنسبة إلى المفاعلة الحثية حف$_0$ عند حُدوث الرّنين، وبذلك فهو :

$$ج = \frac{ص_0}{حف_0} \qquad Q = \frac{Z_0}{X_{L0}}$$

وباعتبار أنّ التيار الأساسي هو $ش = \frac{ف}{ص_0}$ وهو أدنى شدة يُمكن تسجيلها عند حُدوث الرنين، فإنّه يُعادل جداء المعامل $\frac{1}{ج}$ في شدة تيار أحد الجذعَيْن، ومن ذلك يتضّح جليا سبب تسميتها بالدارة صَمَّام.

أما للحُصول على المعامل ج عن طريق القياس ففي الشكل 3 كيفية إجرائه، إذ تُضبط المقاوَمة المتغيِّرة م لكي يتعادل الجهد المتناوب

المتأمَّل بين قطبَيْها بجهد الدارة المتوازية ح س. فإن تحقَّق لك ذلك فاحمل المعادلة ص$_0$ = م.



الشكل 3. كيفية قياس المعاوقة ص$_0$

إنّ محاولة الحصول على الرنين عملية إلكترونية تُدعى بالتَّنْغيم، فأنت بالبحث عن محطة البث الإذاعي بواسطة مكثّفة الهواء للمذياع تُحاول أن تُنعم جهازك على تردد مُعين تعمل به هذه المحطة التي تُفضِّل برامجها. والمقصود بكلمة التَّنْغيم لغة هو الانسجام، التآلُف، التوافُق، التطابُق، الموالَفَة.

2.2. دارة الصمام

تحتوي دارة صَمَّام على وشيعة، محاثتها ح ومقاوَمة لفاتها مـــ، ومكثفة سعتها س مُركَّبتان في تواز. تُستخرج المساحة المركبة لكل نبيط على أنّها :

$$\underline{\text{سح}}_{\text{س}} = \text{ت س } \omega \qquad \underline{Y}_C = jC\omega$$

$$\underline{\text{سح}}_{\text{ح}} = \frac{1}{\text{مـ} + \text{ت ح } \omega} \qquad \underline{Y}_L = \frac{1}{r + jL\omega}$$

وعليه تكون المسامحة المكافئة هي :

$$\underline{\text{سح}} = \text{ت س}\,\omega + \frac{1}{\text{مـ} + \text{ت ح}\,\omega} \qquad \underline{Y} = jC\omega + \frac{1}{r + jL\omega}$$

ومنه :

$$\underline{\text{سح}} = \frac{1 - \text{ح س}\,\omega^2 + \text{ت مـ س}\,\omega}{\text{مـ} + \text{ت ح}\,\omega}$$

$$\underline{Y} = \frac{1 - LC\omega^2 + jrC\omega}{r + jL\omega}$$

فعندما تكون مـ << ح ω، فهذا يعني أنّ المعامل $\text{ج} = \frac{\text{ح}\,\omega}{\text{مـ}}$ كبيرا جدا، والمعادلة السابقة تُصبح :

$$\underline{\text{سح}} = \frac{1 - \text{ح س}\,\omega^2 + \text{ت مـ س}\,\omega}{\text{ت ح}\,\omega}$$

$$\underline{Y} = \frac{1 - LC\omega^2 + jrC\omega}{jL\omega}$$

وجداء المرافق لهذه المعادلة يُوصلنا إلى ما يلي :

$$\underline{\text{سح}} = \frac{\text{مـ س}}{\text{ح}} - \text{ت}\,\frac{1 - \text{س ح}\,\omega^2}{\text{ح}\,\omega} \qquad \underline{Y} = \frac{rC}{L} - j\,\frac{1 - LC\omega^2}{L\omega}$$

وهكذا عبَّرنا عن المسامَحة سح في شكل قسم حقيقي وآخر خيالي، ولحدوث الرّنين لابُد من أن تنعدم المفاعَلة، أي القسم الخيالي من المسامَحة سح. ومنه :

$$1 - \text{س ح}\,\omega^2 = 0 \qquad 1 - LC\omega^2 = 0$$

وهو شرط حُدوث الرنين، تبلغ عنده المسامَحة أدنى قيمة لها.

وباعتبار العلاقة $\underline{ص} = \frac{1}{\underline{سح}}$، فإنّ المعاوَقة تبلغ أقصى قيمة لها وهي :

$$سح_0 = \frac{مــ\ س}{ح} \qquad Y_0 = \frac{r\ C}{L}$$

$$\text{وعليه :}\quad ص_0 = \frac{ح}{مــ\ س} = \frac{ح^2\ \omega_0^2}{مــ}$$

$$Z_0 = \frac{L}{r\ C} = \frac{L^2\ \omega_0^2}{r}$$

باعتبار الشرط السابق $ح\,س\,\omega_0^2 = 1$، ومن ذلك :

$$س = \frac{1}{ح\ \omega_0^2} \qquad C = \frac{1}{L\ \omega_0^2}$$

$$\text{علما أنّ :}\quad ج = \frac{ح\ \omega_0}{مــ} \qquad Q = \frac{L\ \omega_0}{r}$$

فيُمكن استخراج العلاقة التالية :

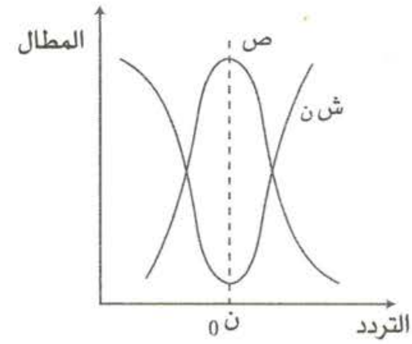
$$ص_0 = مــ \left(\frac{ح\ \omega_0}{مــ}\right)^2 = مــ\ ج^2$$

$$Z_0 = r\left(\frac{L\ \omega_0}{r}\right)^2 = r\,Q^2$$

عند تردد الرنين، فإنّ المعاوَقة تبلغ قيمة قُصوى تضيق بارتفاع ج، إذن فإنّ الدارة صَمَّام تُبدي معاوَقة كبيرة جدا عند تردد الرنين $ن_0$.

3.2. تأثير ج على الدارة

تُعارض هذه الدارة عُبور كل التيارات ذات الترددات المساوية أو القريبة من تردد الرنين ن٠، فلهذا السبب هي مُسَمَّاة بدارة صمّام (الشكل 4).



الشكل 4. تأثير المعاوَقة في تحديد الشدة الناجعَة.

فلو اعتبرنا أنّ الدارة صمّام تُغذّى بواسطة جهد جيبي حيث قيمته الناجعة هي ف٠ وتردده هو تردد الرنين ن٠، بافتراض أنّ ح ω_0 >> مـ، يُمكن استخراج ن٠ :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\ C}} \qquad\qquad ن_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{ح\ س}}$$

وعليه يكون تيار الجذع الحثي :

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{V}}{r + jL\omega} \approx \frac{\underline{V}}{jL\omega} \qquad \underline{ش}_ح = \frac{\underline{ف}}{مـ + ت\ ح\ \omega} \approx \frac{\underline{ف}}{ت\ ح\ \omega}$$

وعليه تُصبح العبارة كالتالي :

$$\underline{I}_L = -j\ \frac{\underline{V}}{L\omega} \qquad\qquad \underline{ش}_ح = -ت\ \frac{\underline{ف}}{ح\ \omega}$$

وكذلك يُستخرج تيار الجذع السعوي :

$$\underline{I}_C = +jC\omega\,\underline{V} \qquad\qquad \underline{\text{ش}}_{\text{س}} = +\text{ت}\,\text{س}\,\omega\,\underline{\text{ف}}$$

وأمّا تيار الجذع الأساسي فهو :

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{Z_0} = \frac{\underline{V}}{r\,Q^2} \qquad\qquad \underline{\text{ش}} = \frac{\underline{\text{ف}}}{\text{ص}_0} = \frac{\underline{\text{ف}}}{\text{مـ}\,\text{ج}^2}$$

بالقيم الناجعة نحصل على :

$$I_{c\,rms} = C\omega\,V_{rms} \qquad\qquad \text{ش}_{\text{س}\,\text{ن}} = \text{س}\,\omega\,\text{ف}_{\text{ن}}$$

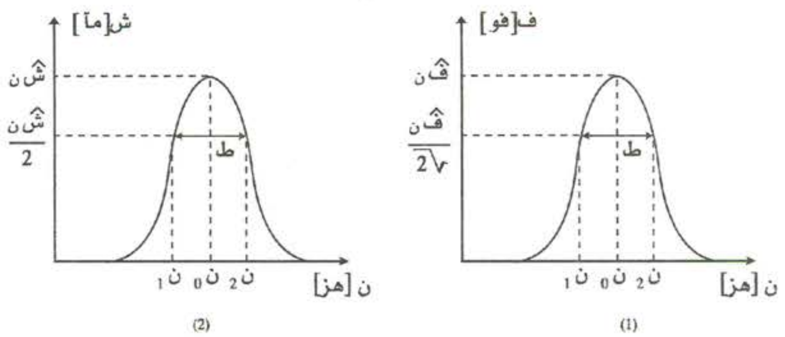
$$I_{L\,rms} = \frac{V_{rms}}{L\,\omega} \qquad\qquad \text{ش}_{\text{ح}\,\text{ن}} = \frac{\text{ف}_{\text{ن}}}{\text{ح}\,\omega}$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{r\,Q^2} \qquad\qquad \text{ش}_{\text{ن}} = \frac{\text{ف}_{\text{ن}}}{\text{مـ}\,\text{ج}^2}$$

وعليه تُستخرج المعادلة التالية :

$$I_{C\,rms} \approx I_{L\,rms} \approx Q\,I_{rms} \qquad\qquad \text{ش}_{\text{س}\,\text{ن}} \approx \text{ش}_{\text{ح}\,\text{ن}} \approx \text{ج}\,\text{ش}_{\text{ن}}$$

وانطلاقا من هذه المعادلة يُمكن القول أنّه عند حُدوث الرّنين، الشدة الناجعة لتيار كل جذع من دارة صمّام هي ج مرّة أكبر من الشدة الناجعة للتيار الأساسي، الشيء الذي يجعل تيار الوَشيعة ذا شدة عالية بما فيه الكفاية لتحطيمها، وكذلك الحال بالنسبة للمكثفة على الرغم من أنّ التيار الأساسي شدته ضعيفة جدّا.



الشكل 5. عَرْض النطاق لدارة رَنين.

3. نطاق الإمرار لدارة الرنين

1.3. موقع الإجابة العظمى

تلاحظ من خلال منحنى الإجابة للشكل 5 أنّه مُركّز حول تردد الرنين $ن_0$، وأنّ الترددات المجاورة لتردد الرنين $ن_0$ (أصغر وأكبر من $ن_0$) تحتوي تقريبا على قيم تُقارب القيمة القُصوى للمنحنى، وعليه فالرنين يكاد يحدُث لمجموعة من الترددات على غرار تردد الرنين $ن_0$ الذي يكون مَرْكز هذه المجموعة.

تُسمّى هذه المجموعة من الترددات نِطاق الإمْرار، ويكون هذا النطاق مُرَكّزا حول التردد $ن_0$. كما يُدعى كذلك بعَرْض النطاق، ووحدته العالمية للقياس هي نفس وحدة التردد : الهرتز، ويجدُر بك أن تعلم أنّ كلمة النطاق يُقصد بها لغة شريط، حزام، ومجال.

يحدُث الرّنين إذن لمجموعة من الترددات تدخل ضمن نطاق الإمرار، حيث يُعدّ مركزه هو تردد الرنين $ن_0$، ولذلك فإنّ الحديث عن الرّنين لا يستلزم القصد منه تردد واحد يتمثّل في التردد $ن_0$، وإنّما يُقصد به نطاق مُحدَّد يشمل مجموعة ترددات تكون الإجابة أكبر ما يُمكن الحصول عليه، إلاّ أنّها بعض الشيء أصغر من إجابة تردد $ن_0$.

قد يتبادر لذهنك سؤال عن كيفية معرفة هذا المجال ولأيّ الترددات هو. ذلك ما سيُدرس بعون الله تعالى فيما سيتبع.

2.3. تحديد عرض النطاق

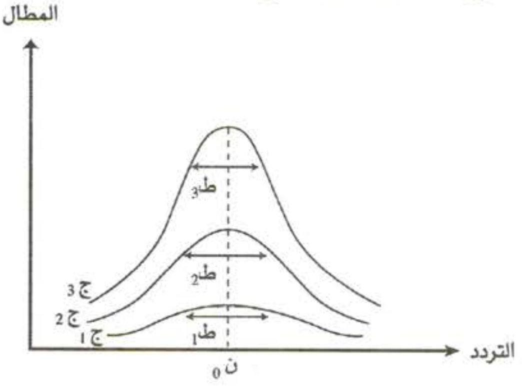
كل الترددات التي تُقابل على محور التراتيب القيم التي تكبر عن 70,7% من القيمة القصوى للمنحنى تُدرج ضمن ترددات نطاق الإمرار (الشكل 5).

فعرض النطاق إذن يُحدَّد ويُقاس بين ترددَيْن $ن_1$ و $ن_2$ حيث $ن_2 > ن_1$ على محور الفواصل، ويتم ذلك لإجابة تكون 70,7% من القيمة العظمى للمنحنى فما فوق. بمعنى أنّ ط، وهو رمز نطاق الإمرار، يُعادل :

$$ط = ن_2 - ن_1 \qquad\qquad B = f_2 - f_1$$

ولاحظ جيِّدا أنّ قيمة 70,7% من القيمة العظمى للمنحنى تُمثّل $0,707 \times \hat{ش}_0$ أو $0,707 \times \hat{ف}_0$، أي أنها ليست سوى $\frac{\hat{ش}_0}{\sqrt{2}}$ أو $\frac{\hat{ف}_0}{\sqrt{2}}$.

عرض النطاق مُتوقّف على معامل الجودة ج لدارة الرنين، فالمنحنى الحاد يرمُز إلى أنّ ج قيمة كبيرة جدا مما ينتُج عنه تقلص في عرض النطاق ط وضخامة في المطال (الشكل 6)، بحيث أنّه بقدر ما يصغر المعامل ج بقدر ما يعرضُ النطاق، وعليه نستنتج أنّ عرض النطاق ط متناسب عكسا مع معامل الجودة ج.



الشكل 6. تأثير المعامل ج على عرض النطاق $ج_3 > ج_2 > ج_1$.

وأما في حالة ما إذا زيد في تردد الرنين $ن_0$ فسوف يتحرَّك كل النطاق، ليبقى الرنين الجديد دوما مركز النطاق ط. وعليه يُمكن كتابة المعادلة التالية :

$$ط = \frac{ن_0}{ج} = ن_2 - ن_1 \qquad\qquad \mathbf{B} = \frac{\mathbf{f_0}}{\mathbf{Q}} = \mathbf{f_2} - \mathbf{f_1}$$

إنّ الزيادة أو النقصان في تردد الرنين $ن_0$ يستلزم تحرُّك النطاق كله، وهو ما يُعرف بانزياح (أو زيحان) النطاق، ليتمركز من جديد حول $ن_0$ ... إنّها تقنية تُستعمل لانتخاب محطّة بث ــ إذاعي أو تلفزيوني ــ دون أخرى، وبذلك تظهر إحدى تطبيقات الرنين من حيث انتخاب التردد المعمول به وتضخيم الجهد أو المعاوقة.

ملاحظة هامة

إنّ تطبيق صيغة المعادلة السابقة يُشترط في كَوْن المنحنى مُتناظِر، فلا يُمكن تطبيقها على دارة الرنين المتوازي المتميِّزة بمعامل ج ضعيف، كأن يكون ج < 10. إلاّ أنّ دارة الرنين المتسلسل لا تستوجب شرطا من هذا القبيل لتطبيقها، بل المعادلة صالحة لأيّ قيمة ج.

3.3. تردد القطع

يُعرَّف نطاق الإمرار على أنّه مجال محصور بين ترددَيْن، ن_1 و ن_2، يتوسَّطهما تردد الرنين ن_0 بحيث :

$$\text{ن}_0 - \text{ن}_1 = \text{ن}_2 - \text{ن}_0 = \frac{\text{ط}}{2} \qquad f_0 - f_1 = f_2 - f_0 = \frac{B}{2}$$

فكأنّ الأمر يتعلّق بمصْفاة تجعل ما داخل النطاق يمر عاديا لتشغيل الدارة، وما دونه يُرفض تماما. وكأنّ الترددَيْن عبارة عن حنفية تتحكَّم في عبور الترددات، فما كان خارج المجال تطرحُها بعيدا عن الدارة. ومن ذلك، فكل تردد يعمل بهذا المبدأ سُمِّي بتردد القَطْع.

إنّ تناظُر المنحنى، وبالتالي توسُّط تردد الرنين ن_0 داخل النطاق ط، يجعل البحث عن تردد القطع أو عرض النّطاق إذا ما تم الإنزياح أمر سهل للغاية بحُكم المعادلة :

$$\text{ط} = \text{ن}_2 - \text{ن}_1 = \frac{\text{ن}_0}{\text{ج}} \qquad B = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}$$

ومن حيث أنّ تردد الرنين هو :

$$\text{ن}_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\text{ح س}}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}}$$

فإن انتخاب تردد الرنين ن$_0$ مُتناسب عكسا مع الجذر التربيعي للمُحاثة ح أو السِّعة س، فعملية تَنْغيم الدارة ح س على تردد مُعيّن يعني تغيِّير ح أو س بنسبة مُعينَّة تكون مُربَّع نسبة تغيِّير تردد الرنين ن$_0$.

تعلم أنّ عَرْض النطاق هو كل ما قابل 70,7% من أقصى مطال المنحنى فما فوق (الشكل 5) .بمعنى على الأقل 0,707 × قيمة المطال، وما هذه القيمة إلاّ العدد $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

علما أنّ الاستطاعة هي عه= ش^2 ×م أو $\frac{ف^2}{م}$، وفي كلتا الحالتَيْن فإنّ مُربَّع 0,707 هو 0,5، وعليه فإنّ القيمة 0,707 في مطال الشدة أو الجهد تُقابلها القيمة 0,5 في الاستطاعة العظمى.

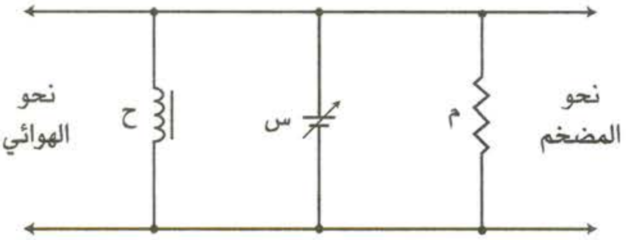
ومن ذلك يُمكن أخذ نطاق الإمرار لكل الترددات التي إجابتها أكبر من 50% من الاستطاعة العظمى. ومن هنا تفهم السبب المباشر الذي بعث على اختيار قيمة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ دون غيرها، إذ لا يُعقل أن يتمَّ استقبال استطاعة يُحوَّل أقل من نصفها.

4. تطبيقات الرنين

الدارة الكهربائية التي تُحقّق الشرط سف$_0$ =حف$_0$ تُدعى دارة الرنين. والرنين يُقصد به عموما توليد إجابة عُظمى لإهتزاز مُعيّن، أي توليد الاستطاعة القصوى عند تردد مُحدَّد هو تردد الرنين ن$_0$.

إنّ ضبط الوَشيعة أو المكثفة لدارة كهربائية لتوفير الشرط $س ف_0 = ح ف_0$ وذلك للحُصول على تردد مرغوب فيه، عملية تُدعى التَّنْغيم. فعندما تُدير زِر التنغيم لجهاز المذياع مثلا، تكون قد حرَّكت لَبُوسَي المكثفة المتغيِّرة مما يتسبَّب في تعديل سعتها.

وبحُكم علاقتها بتردد الرنين $ن_0$، فإنّ هذا الأخير يتغيّر كذلك مما يسمح بانتقاء محطة جديدة. إنّ عملية التنغيم دوما تُنجز بواسطة مكثفة دون الوشيعة.



الشكل7. دارة انتخاب.

تشتهر الدارات الرنّانة بكثرة تطبيقاها، خاصة في ميدان الكهرباء اللاّسلكية حيث البث الإذاعي والتلفزيوني. ومن ذلك الدارة المشار إليها في الشكل 7، إذ تسمح بانتخاب تردد مُعيّن ومُحدَّد وهو تردد البث لمحطة، سمعية أو بصرية. كيف ذلك ؟

إنّ ضبط المكثفة المتغيِّرة يجعل هَوائي المذياع أو التلفزة يتفاعل مع تردد مُعيّن من بين عدّة ترددات واردة عليه. يُشكّل تردد الرنين ـ الذي يُحدَّد بواسطة الصِّيغة $\frac{1}{2\pi\sqrt{ح\, س}}$ حيث س متغيِّرة، وبذلك يُمكنك اختيار محطة بث لاسلكية من بين المئات ـ بتحريك بسيط لزر التنغيم.

أعمال تطبيقية

تمرين

دارة رنين متواز حيث :

ح = 0,48 ميلي هنري، س = 1,2 بيكوفاراد، م = 250 أوم.

تُوصل بمنبع متناوب جهده الناجع يعادل 500مفو. فإن كان التردد المسجّل لنصف الاستطاعة العظمى هو 6 590 014,8 هرتز، إبحث عن معامل الدارة ج، والتردد الثاني المسجّل لنصف الاستطاعة العظمى، مع استنباط نطاق الإمرار.

الجواب

أوّل خُطوة هي البحث عن تردد الرنين ن$_0$:

$$ن_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{ح\ س}} = 6\,631\,455{,}963 \text{ هرتز} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\ C}}$$

باعتبار أنّ المنحنى مُتناظر، فإنّ ن$_0$ تتوسّط نطاق الإمرار المحصور بين ترددي القَطْع ن$_1$ و ن$_2$، بمعنى :

$$\frac{ط}{2} = ن_0 - ن_1 = ن_2 - ن_0 \qquad \frac{B}{2} = f_0 - f_1 = f_2 - f_0$$

علما أنّ ن$_0$ > 6 590 014,8، فالمعادلة المختارة هي :

$$\frac{ط}{2} = ن_0 - ن_1 = 41\,441{,}162 \text{ هز} \qquad \frac{B}{2} = f_0 - f_1$$

وعليه يكون نطاق الإمرار هو :

$$\text{ط} = 82\,882{,}325 \text{ هز}$$

ومنه يُستخرج تردد القَطْع الثاني :

$$\text{ن}_2 = \frac{\text{ط}}{2} + \text{ن}_0 = 6\,672\,897{,}125 \text{ هز} \qquad f_2 = \frac{B}{2} + f_0$$

وأما معامل الجودة فيُستخرج من المعادلة :

$$\text{ج} = \frac{\text{ن}_0}{\text{ط}} \qquad Q = \frac{f_0}{B}$$

وهو ما يُعادل ج = 80.

مسائل

1. أذكر الفرق بين معامل الجودة للدارات المتسلسلة والدارات المتوازية.

2. ما مدلول تردد القطع ؟ اجتهد في ذكر إمكانية تطبيقه.

3. لم تعرّف دارة الرنين المتوازي باصطلاح "دارة الصمام" ؟ اشرح.

4. كيف يمكن استعمال دارة الرنين كمضخم ؟ اشرح.

5. ما هو مفهوم مصطلح "نطاق الإمرار" ؟ حاول ربطه بمفهوم المرشح، وأذكر كيفية اشتغاله.

6. أذكر سبب تسمية دارة الرنين باصطلاح "دارة التنغيم" فيما تختلف عن الدارة الرنانة ؟ اشرح.

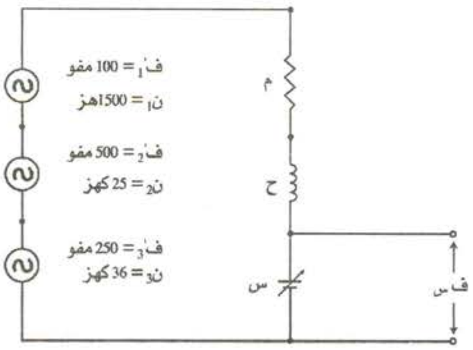
7. تُركب وشيعة محاثتها ح = 25 مهن ومكثفة سعتها س = 62,5 µ فد بتسلسُل مع منبع متناوب جهده 1 فو. عند حدوث الرنين، الجهد المتأمَّل عبر الوشيعة يُعادل 250 مَرَّة جهد المنبع، فكم هو معامل الدارة ج ومقاومة لفات الوشيعة عند حدوث الرنين ؟

8. وشيعة محاثتها ح = 3,6 هنري ومكثفة سعتها س = 7,2 µ فد تُوصلان بمنبع متناوب جهده 500 مفو. فإذا أعتبرنا أنّ معامل الجودة لهذه الدارة هو ج = 15 ، أحسب الجهد المتأمَّل عبر المكثفة في حالة حدوث الرنين. ابحث عن مقاومة لفات الوشيعة مــ، ثُمَّ علِّل عن قيمتها.

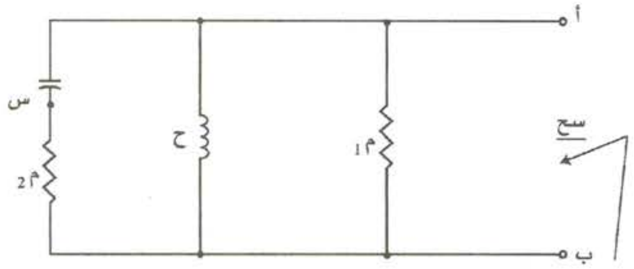
9. تمتاز دارة رنين مُتواز بتردد الرنين ن$_0$ = 796 هرتز باعتبار أنّ م = 0,8 Ω. فلو أنّ المعامل ج = 25 ، ابحث عن المحاثة ح والسعة س. أحسب المعاوَقة الكلية للدارة.

10. دارة رنين متواز حيث ح = 0,072 هن، س = 0,096 µ فد، م = 12Ω، تُوصل بمنبع متناوب جهده 100 فو. فلو عند حُدوث الرنين سَجَّل التيار العابر للوشيعة شدة تُعادل 72 مَرَّة شدة تيار المنبع، فكم هو المعامل ج ؟ ابحث عن تيار كل جذع من الدارة الموازية.

11. تمتاز دارة رنين متواز بمعامل ج = 550 وتردد الرنين ن$_0$ = 750 كيلوهرتز. ابحث عن نطاق الإمرار ط، والترددَيْن ن$_1$ و ن$_2$ المسجّلَيْن لتحويل نِصْف الاستطاعة العُظْمى.



الشكل 8. المسألة 12



الشكل 9. المسألة 13

12. دارة الشكل 8 تشتغل بثلاث منابع ذات ترددات مختلفة حيث الوشيعة محاثتها ح = 0,96 مهن والمقاومة م = 300 Ω. الهدف من ذلك هو تنغيم أحد هذه الترددات على تردد الدارة المتسلسلة وذلك بواسطة المكثفة المتغيِّرة. لكل تردد ابحث عن سعة المكثفة، جهد المكثفة ومعامل الجودة.

13. صُمِّمت دارة الشكل 9 لتشتغل كدارة رنين ترددها ن$_0$.

1. استخرج المساحة المركبة سح للدارة المنظور إليها بين القطبَيْن أ و ب.

2. استخرج صيغة تردد الرنين $ن_0$. كم هي قيمته إن كانت

س $= 500 \mu$ فد، $م_2 = 10\Omega$، ح $= 0{,}2$ هن، $م_1 = 25\Omega$ ؟ ما

استنتاجك بالنسبة للمقاوَمة $م_2$؟

14. تركب دارة الشكل 7. اجتهد في معرفة :

1. سبب تسمية هذه الدارة بدارة انتخاب. فصل ذلك.

2. ما هو دور الهوائي ؟ اشرح.

3. كيف يتم اختيار أحد الترددات الواردة على الهوائي ؟ اشرح.

4. في هذه الحالة، هل يمكن أن نتحدث عن ظاهرة "المواءمة" ؟ اشرح.

5. ما هو دور المقاومة م ؟ اشرح.

6. لم توصل هذه الدارة بمضخم ؟ ما هو دوره ؟ اشرح.

استطاعة ثنائي القطب

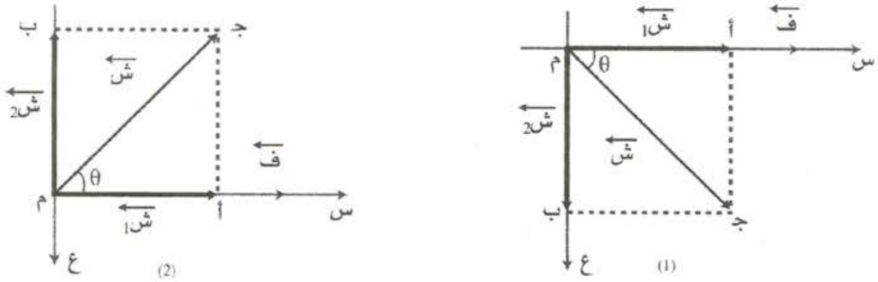
في الفصل 11 رأينا أنّ تركيب الحَمْل يُؤثّر على الدارة تأثيرا مباشرا وهذا يرجع لكيفية تصرُّفه بين قطبَي مخرج الدارة. كما أنّ ثنائي القطب يُؤثّر مباشرة على الاستطاعة اللحظية فلو أخذنا النظام المستقبل كمرجع فإنّ الاستطاعة اللحظية تكون موجبة عندما يعمل ثنائي القطب بالنظام المستقبل، فهو بذلك مستهلك للاستطاعة. وأما عندما يعمل ثنائي القطب بالنظام المولّد فإنّ الاستطاعة سالبة بمعنى أنّ ثنائي القطب يُوَلد ويمنح الاستطاعة.

غالبا، استهلاك الاستطاعة في ثنائي القطب المستقبل يكون أكبر من الاستطاعة الممنوحة، وبذلك فإنّ الاستطاعة المتوَسِّطة عه = ف$_0$. ش$_0$. تجب θ، تكون موجبة أو تُعادل الصفر تبعا للشرط : $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$.

1. مكونتا التيار

رأينا فيما سبق كيفية تمثيل أشعة الجهود والتيارات بواسطة تمثيل فريزنال، ومن خلال الدارات المدروسة فقد لاحظت أنّ التيار إما يتقدَّم أو يتأخَّر أو يُزامن الجهد، وذلك حسب النوابط المركَّبة وكيفية تركيبها.

من خلال هذا التمثيل تستطيع أن ترى مُكوِّنتَي التيار في حالة إسقاطهما على المحورَيْن المتعامدَيْن، فنحصل على مُكوِّنة أفقية تُدعى التيار الفاعل ومُكوِّنة ثانية تكون عَمُودية هي التيار المتفاعل.



الشكل 1. ثنائي القطب الحثي والسعوي

في تحليلنا هذا، سوف نتطرَّق بتوفيق المولى عزّ وجل إلى دراسة الحَمْل ثُنائي القطب الذي يعبُره تيار. وتعلم أنّ الحمل يتصرّف كأحد النوابط الثلاثة : مقاوِم، وَشيعة، أو مكثفة، ومن ذلك تسجيل الاختلال أَوْلاً بين التيار والجهد.

2. التيار الفاعل

1.2. القياس الجبري الأفقي

ويُدعى كذلك تيار الفعل، وهو القياس الجَبْري لإسقاط شعاع الشدة ش على المحور الأفقي وهو محور شعاع الجهد ف. هذا القياس الجبري (الشكل 1) يكون دائما موجبا وهو يُساوي.

$$I_a = I \cos\theta \qquad\qquad ش_1 = ش \text{ تجب } \theta$$

وتُلاحظ أنّ هذه المكوِّنة الأفقية دوما موجبة بحُكْم أنّ تجب $0 \leq \theta$ وهذا يعني أن θ تتغيّر في المجال : $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

إذن تيار الفعل هو المكوِّنة الفاعلة الأُفقية للتيار، أي أنّ هذه المكوِّنة هي التي يتولَّد عنها استهلاك الاستطاعة الفاعلة عه، وهي الوحيدة القادرة على انتاج الطاقة.

2.2. تصرف ثنائي القطب

لدارسة مدى تأثير التيار الفاعل في توليد الاستطاعة، سوف ندرس الإمكانيات الثلاثة لتصرُّف الحمل أو الجهاز.

1. ثنائي القطب المقاوم

وهو حَمْل أو جهاز ذو قطبَيْن فقط يتصرَّف وكأنّه مقاوَمة صافية، أي أنّه يتميّز بخاصِّيات المقاوَمة الخطية.

تعلم ألا وجود للاختلال في المقاوَمة بين التيار ش والجهد ف، فلذلك لا وُجود لمكوِّنتَي التيار ش$_1$ و ش$_2$ (الشكل 1). فالتيار هو الذي يُوَلد الاستطاعة المستهلكة عه داخل هذا الجهاز ثنائي القطب والتي تُحسب بوحدة الواط.

2. ثنائي القطب الحثي

وهو حمل أو جهاز يتصرَّف وكأنّه وَشيعة، دون أن يكون شرطا وشيعة، إذ يمتاز بخاصِّياها فقط.

تعلم أنّه في مثل هذا النبيط، الجهد ف يتقدّم التيار ش بزاوية قدرُها 90°
ولكن في مثل هذه الأجهزة ليس بالضروري أن تكون الزاوية 90° تماما.

إذا تَم إسقاط التيار ش على المحورَيْن المتعامدَيْن فسنحصل على الشكل 1.1. ، فنستنتج أنّ التيار الفاعل ش$_1$ هو المكوِّنة الأفقية المطابقة للجهد ف.

3. ثنائي القطب السعوي

وهو حمل أو جهاز ثنائي القطب يتصرَّف وكأنّه مُكثِّفة، دون أن يكون شرطا مكثفة، ولكنه يتميّز بخاصِّياتها التي يكون فيها التيار ش مُتقدِّما الجهد ف بزاوية قدرُها 90°.

في مثل هذه الأجهزة، لا يستلزم أن تكون الزاوية 90° تماما، فإذا أُسقط التيار ش على المحورَيْن المتعامدَيْن (الشكل2.1.) تكون المكوِّنة الأفقية ش$_1$ للتيار الفاعل دوما مطابقة للجهد ف.

خلاصة

في كل الحالات، يكتب التيار ش$_1$ وفق العبارة التالية :

ش = ش تجب θ $\qquad\qquad$ $I_r = I \cos\theta$

وبإعتبار أن تجب θ دوما موجبا، نستنتج من هذه الدراسة أنّ التيار الفاعل ش$_1$، ومهما كان نوع الحمل أو الجهاز، فهو تيار دوما موجبا في المرجع الاصطلاحي للمستقبِل.

3. التيار المتفاعل

ويُدعى كذلك تيار رد الفعل، وهو القياس الجبري لإسقاط شعاع الشدة ش على المحور العمودي (الشكل 1)، وبذلك تكون علاقة الأصل بالفرع كما يلي :

$I_r = I \sin \theta$ ش$_2$ = ش جب θ

وعليه فإنّ إشارة التيار المتفاعل ش$_2$ مُتوقّفة على إشارة (جب θ) بمعنى إشارة الزاوية θ. وعلى نفس المنوال السابق سوف ندرس التيار المتفاعل.

1. حمل مقاوم

الجهد ف والتيار ش مُتزامنان إذ لا وُجود للاختلال بينهما ($\Delta\varphi = \theta = 0$)، وعليه لا وجود لمكوِّنتَي التيار ش$_1$ و ش$_2$، بل التيار ش يُطابق الجهد ف على المحور الأفقي.

2. حمل حثي

من خلال الشكل 1.1، تلاحظ أنّ المكوِّنة العمودية الممثّلة للتيار المتفاعل ش$_2$ هي دوما موجبة.

2. حمل سعوي

في ثنائي قطب كهذا، يكون التيار المتفاعل ش$_2$ سالبا كما يُوضّحه الشكل 2.1.

خلاصة

نستنتج وبخلاف التيار الفاعل ش$_1$، أنّ إشارة التيار المتفاعل ش$_2$ مُرتبطة بالجهاز أو الحمل الذي يعبُره، فإن كان ثنائي القطب حثيا فهو موجب وإن كان ثنائي القطب سعويا فهو سالب. وأعلم أنّ هذا التيار ـ التيار المتفاعل ش$_2$ ـ لا يُولد الاستطاعة الفاعلة عه كالتيار الفاعل.

إنّ علاقة الأصل بالفرع بواسطة تمثيل فريزنال هي :

$$\vec{I} = \vec{I}_a + \vec{I}_r \qquad \overleftarrow{ش} = \overleftarrow{ش}_1 + \overleftarrow{ش}_2$$

ومن ذلك فإن علاقة القيم الناجعة هي كالتالي :

$$I = I_a^2 + I_r^2 \qquad ش^2 = ش_1^2 + ش_2^2$$

4. أنواع الاستطاعات

1.4. الاستطاعة اللحظية

من خلال ما تقدَّم، أوضحت دراسة الاستطاعة داخل المقاومة أنّ الاستطاعة اللحظية عهَ[1] هي جداء الجهد في التيار للحظة الزمنية التي أُختيرت للقياس، فهي إذن :

$$p = i \times v \qquad عه` = ش` \times ف`$$

وأما في النبيط غير المقاوم (المقاوَمة م)، فإنّ الأمور تختلف وذلك لظهور الاختلال بين الجهد فَ والتيار شَ.

1. خلال كل الفصل، كل كمية مرفوقة بفتحة، تُعبِّر عن القيمة اللحظية لهذه الكمية.

ففي حالة مكثفة فإن الاستطاعة اللحظية عهَ هي دوما جداء الجهد اللحظي فَ في التيار اللحظي شَ للحظة زمنية مختارة، بمعنى أنّها دوما عه` = ف` × ش` إلاّ أنّ الجهد يتأخّر عن التيار بزاوية قدرُها 90°، فإن اعتبرنا أنّ عبارة الجهد هي :

$$v = \hat{V} \sin \theta \qquad\qquad \text{ف}` = \hat{\text{ف}}\ \text{جب}\ \theta$$

نستنبط من ذلك عبارة التيار وهي :

$$i = \hat{I}\ \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \qquad\qquad \text{ش}` = \hat{\text{ش}}\ \text{جب}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

وبواسطة التحويلات المثلثية يُمكن إعادة كتابة التيار على الشكل التالي :

$$i = \hat{I}\ \cos \theta \qquad\qquad \text{ش}` = \hat{\text{ش}}\ \text{تجب}\ \theta$$

وبذلك فالاستطاعة اللحظية هي :

$$p = (\hat{V} \sin \theta)\ (\hat{I}\ \cos \theta) \qquad \text{عه}` = (\hat{\text{ف}}\ \text{جب}\ \theta)\ (\hat{\text{ش}}\ \text{تجب}\ \theta)$$

$$p = \hat{V}\,\hat{I} \sin \theta \cos \theta \qquad \text{وعليه : عه}` = \hat{\text{ف}}\ \hat{\text{ش}}\ \text{جب}\ \theta\ \text{تجب}\ \theta$$

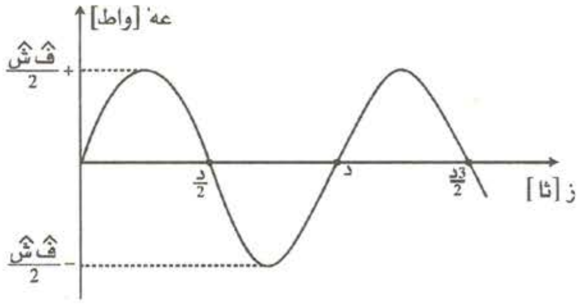
علما أن : $\text{جب}\ \theta\ \text{تجب}\ \theta = \frac{\text{جب}\ 2\theta}{2}$

$$\sin \theta \,.\, \cos \theta = \frac{\sin 2\,\theta}{2}$$

فإن الاستطاعة اللحظية تصبح كالتالي :

$$p = \frac{\hat{I}\,\hat{V}}{2} \sin 2\,\theta \qquad\qquad \text{عه}` = \frac{\hat{\text{ش}}\ \hat{\text{ف}}}{2}\ \text{جب}\ 2\theta$$

ومن خلال هذه النتيجة، نقول أنّ الاستطاعة اللحظية تتبع دالة جيبية (الشكل 2) حيث تكون منحصرة بين قمَّة عظمى موجبة $\left(+\frac{\hat{ش}\,\hat{ف}}{2}\right)$ وأخرى سالبة $\left(-\frac{\hat{ش}\,\hat{ف}}{2}\right)$.



الشكل 2. الاستطاعة اللحظية

وأما في حالة وشيعة صافية (بافتراض مقاومة السلك معدومة) فإنّ الجهد يتقدَّم التيار بزاوية قدرُها 90°. وهكذا تلاحظ أنّ الاستطاعة اللحظية للوَشيعة المثالية تُستخرج بنفس الطريقة المتبعة في البرهنة السالفة.

2.4. الاستطاعة المتوسطة

في حالة مقاوَمة، توصَّلنا إلى استخراج الاستطاعة المتوسِّطة وهي :

$$\overline{عهٔ}_{م} = \frac{\hat{ش}\ \hat{ف}}{2} = ف_{ه}\ ش_{ه} \qquad \overline{P}_R = \frac{\hat{V}\ \hat{I}}{2} = V_{rms}\ I_{rms}$$

وللتأكد من ذلك راجع الفصل 8. أما الآن وقد تقدَّمنا بحمد الله في دروسنا وعرفت ماهية المكثفة والوشيعة، فمن الأجدر بك أن تستخرج الاستطاعة المتوسِّطة لكل من هذَيْن النبيطَيْن.

من خلال الشكل 2 تلاحظ أنّ الاستطاعة اللحظية عهَ مُتناظرة بالنسبة للمحور الأفقي، وعليه فإنّ الاستطاعة المتوسطّة معدومة لتساوي القيم السالبة والموجبة لكل من المكثفة والوشيعة، أي :

$$\overline{P}_L = \overline{P}_C = 0 \qquad\qquad \overline{\text{عه}}_{\text{ح}} = \overline{\text{عه}}_{\text{س}} = 0$$

ملاحظة هامة

1. عندما تُشحن المكثفة، تبدأ باستهلاك الطاقة (امتصاصها) وهذا لمدَّة الشحن، ثم بعدها تُحرَّر هذه الطاقة خلال مدة التفريغ.

2. عندما يتزايد المجال المغناطيسي، تستهلك الوَشيعة الطاقة أي أنّها تمتصُّها، وأما أثناء تناقُص المجال المغناطيسي فإنّ الوَشيعة تُعيد الطاقة إلى الدارة.

3.4. الاستطاعة الظاهرة

يُدرس حَمْل مُفاعِل يعبُره تيار شدته شَ ويُسجل بين قطبَيْه جهد قيمته فَ، تُعرَّف الاستطاعة الظاهرة على أنّها جداء القيمتَيْن الناجعتَيْن للجهد فَ في التيار شَ :

$$S = V_{rms} \times I_{rms} \qquad\qquad \text{عظ} = \text{ف}_{\circ} \times \text{ش}_{\circ}$$

ومن ذلك كانت وِحدة الاستطاعة الظاهرة هي الفولط في الأمبير، أي عظ [فو آ].

إنّ جداء وَحدات الفولط في وَحدات الأمبير يبعث على الاعتقاد أنّ الحمل المدروس يستهلك استطاعة قدرها ف$_{\circ}$ × ش$_{\circ}$، أي عظ. لكن دراستنا الحالية تنصبُّ حول حمل مفاعل (حثي أوسعوي)، أهمّ ما يمتاز به هو ظهور الاختلال، ومن ذلك كانت هذه الفرضية - استهلاك الحمل للاستطاعة عظ=ف$_{\circ}$ × ش$_{\circ}$ - خاطئة تماما.

فالحَمْل يظهر للوَهْلة الأولى من خلال الصيغة الرياضية السابقة أنّه يستهلك مثل هذه الاستطاعة عظ، باعتبارها جداء وِحدة الفولط في وِحدة الأمبير... وكأنّها بالواط. لكن الحَمْل لا يستهلك هذه الاستطاعة في حقيقة الأمر، ومن ذلك كان الاصطلاح على تسميتها بالاستطاعة الظاهرة.

4.4. الاستطاعة الفاعلة

وتُسمى كذلك باستطاعة الفعل أو الاستطاعة الفعلية، وهي كمية فيزيائية تُقاس بجهاز الواطمتر ووحدها الواط (طالع الفصل 8 من الجزء الرابع).

تُعرَّف الاستطاعة الفاعلة على أنها الاستطاعة المتوسطة حيث يُؤخذ في الاعتبار الاختلال المسجَّل عبر الحمل، ومن ذلك تُكتب المعادلة التالية :

عه = ش$_{\circ}$ ف$_{\circ}$ تجب θ $\qquad$ $P = I_{rms}\ V_{rms}\ \cos\theta$

وهي الاستطاعة الممنوحة إلى ثنائي القطب (الحمل) لتُستهلك عبره ليُمكنه إنجاز عمل ما (سبب ما صُنع لأجله)، حيث ش٬ هي الشدة الناجعة و ف٬ هو الجهد الناجع.

لاحظ جيّدا العبارة السابقة، فإنّ الجداء (ش٬ . تجب θ) ما هو إلاّ التيار الفاعل ش$_1$ (الشدة الناجعة)، وبذلك نقول أنّ الاستطاعة المتوَسِّطة الفاعلة هي :

$$P = V_{rms} \times I_a$$ عه = ف٬ × ش$_1$

وهي دوما موجبة (الشكل 1). كما يُمكن حساب الاستطاعة الفاعلة عن طريق العبارة :

$$P = R\ I_{rms}^2$$ عه = م ش٬^{2}

حيث م هي المقاوَمة المكافئة الكلية للدارة الكهربائية أي هي القسم الحقيقي للمعاوَقة المركبة ص للدارة، وأما ش٬ فهو الشدة الناجعة للتيار المتوَلد عن منبع الطاقة فَ حيث سيكون مُتقدِّما أو مُتأخِّرا عنه.

5.4. الاستطاعة المتفاعلة

وتُسمَّى كذلك باستطاعة رد الفعل، وهي جداء الجهد الناجع ف٬ في الشدة الناجعة للتيار المتفاعل ش$_2$، أي :

$$Q = V_{rms} \times I_r$$ عف = ف٬ × ش$_2$

وعليه : **عف = ف$_{ه}$ ش$_{ه}$ جب θ** $\quad$ $Q = V_{rms}\ I_{rms}\ \sin\theta$

ووحدتها هي فآر[1]. ومن خلال هذه العبارة، فإنّك تلاحظ أنّ الاستطاعة المتَفاعلة عف تأخذ إشارة (جب θ) بعبارة أخرى تأخذ إشارة θ.

بهذا المفهوم، فإنّ عف تتصرّف تماما مثل التيار المتفاعل ش$_{2}$، فإن كان ثنائي القطب حثيا فإن θ>0 وعليه تكون عف > 0، وإلاّ فإن عف < 0 عندما يكون ثنائي القطب سعويا أي θ<0. ومن ثَم فإنّ الاستطاعة المتفاعلة عف مُرتبطة مباشرة بنوع المفاعلة مف، وعليه تُكتب المعادلة التالية :

عف = مف ش$_{ه}^{2}$ $\quad$ $Q = X\ I_{rms}^{2}$

حيث مف هي القسم الخيالي من المعاوَقة المركبة ص، وهي إما مفاعلة حثية (حف) وإما مفاعلة سعوية (سف).

بعد كل هذه التعاريف، يتبادر إلى ذهنك سؤال هام، بعدما لاحظت أنّ هناك بعض التشابُه بين الاستطاعات : ما الفرق وما العلاقة التي تجمع هذه الاستطاعات ؟

1. فآر = فولط أمبير مُتفاعل، أي Volt Ampère Réactive = VAR

أعمال تطبيقية

تمرين

خط نقل كهربائي مقاوَمته م $= 2\ \Omega$، يعبُره تيار متناوب جيبي يُوصل بعدَّاد كهربائي. يُعتبر الجهد الناجع عبر العدَّاد ثابتا ويُعادل ف$_{\circ}$ $= 220$ فولط. يُركب جهاز تسخين ــ والمكافئ لمقاوم ــ بعد العدَّاد لمدة 5 ساعات مُتواصلة، فيُشير العدّاد إلى استهلاك عم $= 6$ كواط ساعة.

1. ما ترمز إليه القيمة عم ؟

2. كم هي الاستطاعة المتوسِّطة $\overline{\text{عه}}$ ؟ استخرج مُعامل الاستطاعة تجب θ.

3. أحسب الشدة الناجعة.

4. كم هي الخسائر الحرارية عم$_1$ عبر خط النقل ؟

5. أحسب مَرْدودية النظام η إذا عرَّفناها على أنّها

$$\eta = \frac{\text{عم}}{\text{عم}_1 + \text{عم}}.$$

الجواب

1. الكمية الفيزيائية عم يُعبَّر عنها بالكيلوواط ساعة، فهي الاستطاعة 6 كليوواط (1 واط ساعة = 3600 جول) المستهلَكة خلال ساعة كاملة، فما هي إذن إلاّ مُعدَّل الطاقة 6 كيلوواط ساعة... وهو التعبير المستعمل لدى شركات توزيع الطاقة، كشركة سونلغاز الجزائرية مثلا.

2. الاستطاعة الكهربائية المتوسِّطة للجهاز هي :

$$\overline{\text{عه}} = \frac{\text{عم}}{\text{ز}} \qquad \overline{P} = \frac{W}{t}$$

وعليه $\overline{\text{عه}} = 1{,}2$ كواط.

3. باعتبار أنّ جهاز التسخين مُكافئا لمقاوِم، فلا وُجود للاختلال وعليه فمُعامل الاستطاعة هو تجب $\theta = 1$. ومن ثَم تُستخرج الشدة الناجعة من المعادلة التالية :

$$\overline{\text{عه}} = \text{عه} = \text{ف}_{\circ}\ \text{ش}_{\circ}\ \text{تجب}\ \theta \qquad \overline{P} = P = V_{rms}\ I_{rms} \cos\theta$$

حيث $\text{ف}_{\circ} = 220$ فولط وهو الجهد الناجع، إذن :

$$\text{ش}_{\circ} = \frac{\overline{\text{عه}}}{\text{ف}_{\circ}} \qquad I_{rms} = \frac{\overline{P}}{V_{rms}}$$

وتُعادل $\text{ش}_{\circ} = 5{,}455$ أمبير.

4. الخسائر الحرارية عم_1 تنجُم عن ظاهرة جول، فتضيع كمية من الاستطاعة الممنوحة من قِبَل شركة التوليد والتوزيع، سونلغاز مثلا، عبر خط النقل الكهربائي (مقاوَمته $\text{م} = 2\,\Omega$) فتكون الاستطاعة المستقبلة في المنشآت السكانية والصناعية مختلفة بعض الشيء عما تمنحه محطة التوليد.

ومن ذلك فإنّ الخسائر الحرارية عم_1 هي وفق المعادلة التالية :

$$\text{عم}_1 = \text{م}\ \text{ش}_{\circ}^2\ \text{ز} \qquad W_1 = R\, I_{rms}^2\, t$$

وعليه عم$_1$ = $1{,}07 \times 10^6$ جول، وخلال 5 ساعات فإنّ عم$_1$ = 0,297 كواط ساعة.

5. المردودية هي مدى كفاءة وفعالية النظام لأداء مُهمَّه، وتُعرَّف بالمعادلة التالية :

$$\eta = \frac{\text{عم}}{\text{عم}_1 + \text{عم}} \qquad \eta = \frac{W}{W_1 + W}$$

أي $\eta = 0{,}953$، وعليه $\eta = 95{,}3\%$.

مسائل

1. ما علاقة مكونتي التيار في تحديد نوع الاستطاعة ؟ علَل ذلك.

2. ما الفرق بين الاستطاعة الفاعلة والاستطاعة المتفاعلة ؟ اشرح.

3. لم تعدم الاستطاعة المتوسطة إذا قيست عبر إحدى النوابط الثلاثة : المقاومة، الوشيعة، المكثفة ؟

4. أي الاستطاعات تستهلك عبر الدارة الكهربائية ؟ اشرح.

5. صف تصرف كل من المقاومة، المكثفة والوشيعة خلال النوبة الموجبة من الاشارة المتناوبة، صف هذا التصرف خلال النوبة السالبة. ما هو استنتاجك ؟

6. أحسب الاستطاعة المتفاعلة لحَمْل يمتاز بالخاصّية التالية :

عه = 1000 كواط، تجب $\varphi = 0{,}8$ مُتأخِّر.

7. أحسب الاستطاعة المتفاعلة لحمل تميَّز بما يلي :

عه = 1000 كواط، تجب $\varphi = 0,9$ متقدم.

8. الجهد الملاحظ عبر الحمل، الذي يعبُره تيار شدته 10 آ، يُعادل 200 فولط. أحسب معامل الاستطاعة والاستطاعة الفاعلة إذا كان التيار يتأخَّر عن الجهد بسُدُس $\left(\frac{1}{6}\right)$ دور.

9. أحسب الاستطاعة الظاهرة، الاستطاعة الفاعلة والاستطاعة المتفاعلة للحمل المتميِّز بالخاصِّية التالية : ف = 100∠$\underline{0°}$ [فو] و ش = 10∠$\underline{-45°}$ [آ].

10. يُقرأ على السخَّانة الكهربائية : 220 فولط /2 كواط.

1. إلى ما تُشير القراءتان ؟

2. أحسب معامل الاستطاعة لهذا الجهاز.

3. أحسب شدة التيار الذي يعبر السخانة عندما تُشغَّل.

11. يمتاز مصباح فِلَّوري، كُتب عليه 40 واط/125 فولط/50 هرتز، بمُعامِل الاستطاعة 0,4.

1. إلى ما تُشير القراءات ؟

2. أحسب الاستطاعة الظاهرة.

3. أحسب شدة التيار العابر للمصباح.

12. يُسجَّل عبر حمل ما يلي حيث ف [فو]، ش [آ]، ز [ثا].

ف` = 127√2 جب (ω ز) $\quad\quad$ $v = 127\sqrt{2}\sin(\omega\ t)$

ش` = 10√2 تجب (ω ز) $\quad\quad$ $i = 10\sqrt{2}\cos(\omega\ t)$

1. أحسب الاستطاعة الفاعلة والاستطاعة المتفاعلة.

2. هل الحَمْل يلعب دور مُوَلِّد أم دور مستقبِل ؟

13. يُغذّى جهاز كهرومنزلي بجهد جيـبي 220 فولط وتردده 50 هرتز، فيستهلك تيارا شدته 16 أمبير مع العلم أنّ معامل الاستطاعة يُعادل 0,8 مُتأخِّر.

1. أحسب التيار الفاعل والتيار المتفاعل.

2. أحسب الاستطاعات المتفاعِلة، الفاعِلة والظاهرة.

14. تستهلك ورشة، تُغذّى بواسطة 380 فولط/50 هرتز، عند حَمْل تام 12 كواط بمُعامل استطاعة يُعادل 0,7.

1. أحسب تيار الاستهلاك.

2. أحسب سعة المكثفة اللاّزمة لجعل معامل الاستطاعة يُعادل 0,85.

الفصل 17

الاستطاعة الـــمتناوبة

رأينا أنّ الاستطاعة المستَهْلَكة داخل دارة كهربائية ذات تيار مستمر هي بيِّنة وبسيطة، فهي عبارة عن جداء ضرب التيار في الجهد مع غياب الاختلال. لكن عندما يتعلّق الأمر بدارات كهربائية ذات تيار متناوب فإنّ وسائط كثيرة تأخذ مكانها من الدراسة، كالاختلال والمعاوقة المركّبة مثلا. ولتبسيط ذلك إليك الدراسة مُفصَّلة.

1. الاستطاعة المستهلكة في الدارة

دارة كهربائية تحتوي على مقاوَمات، وشيعات ومكثفات يعبُرها تيار جيـــبي شَ معادلته هي :

ش` = شْ تجب (ω ز) $\qquad \mathbf{i = \hat{I}\ \cos(\omega\ t)}$

في حين أنّ الجهد فَ المتأمَّل بين قطبَيْها هو :

ف` = فْ تجب (θ + ω ز) $\qquad \mathbf{v = \hat{V}\ \cos(\omega\ t + \theta)}$

حيث الزاوية θ هي الاختلال المسجَّل بين الجهد فَ والتيار شَ.

فإذا اعتبرنا :

ص = م + ت مف $\underline{Z} = R + jX$

ص هي المعاوقة المركبة للدارة.

م هو القسم الحقيقي ويُمثِّل مقاومة الدارة.

مف هو القسم الخيالي ويُمثِّل مفاعلة الدارة (وهي إما حثية أو سعوية).

فإن استعمال الأعداد المركبة يسمح بكتابة المعادلة التالية :

ف = ص ش $\underline{V} = \underline{Z}\ \underline{I}$

وتكون الاستطاعة اللحظية عه` المستهلكة من طرف الدارة في اللحظة الزمنية ز هي :

عه` = ف` ش` $p = v \times i$

ومنه : عه` = فْ شْ تجب (ω ز + θ) تجب (ω ز)

$$p = \hat{V}\ \hat{I} \cos(\omega\ t + \theta)\ \cos(\omega t)$$

وعليه : عه` = $\frac{\text{فْ شْ}}{2}$ [تجب (2ω ز + θ) + تجب θ]

$$p = \frac{\hat{V}\ \hat{I}}{2}[\cos(2\omega\ t + \theta) + \cos\theta]$$

أما الاستطاعة المتوسطة عَه المستهلكة من قبل الدارة فهي مُعدَّل القيم اللحظية للاستطاعة اللحظية عه`. فلو اعتبرنا الدراسة قائمة على مجال من الوقت مساو للدور د، فهي إذن :

$$\overline{P}=\frac{1}{T}\cdot\int_0^T p\,.\,dt \qquad\qquad \overline{\text{عه}}=\frac{1}{\text{د}}\int_0^{\text{د}}\text{عه}\,\grave{}\,.\,\text{تفاز}$$

وعليه تصبح المعادلة كالتالي :

$$\overline{\text{عه}}=\frac{1}{\text{د}}\left[\int_0^{\text{د}}\frac{1}{2}\hat{\text{ف}}\,\hat{\text{ش}}\ \text{تجب}\,(2\omega\,\text{ز}+\theta)\ \text{تفاز}+\int_0^{\text{د}}\frac{1}{2}\hat{\text{ف}}\ \hat{\text{ش}}\ \text{تجب}\,\theta\ \text{تفاز}\right]$$

$$\overline{P}=\frac{1}{T}\left[\int_0^T\frac{1}{2}\,\hat{V}\,\hat{I}\cos(2\,\omega\,t+\theta)\,dt+\int_0^T\frac{1}{2}\,\hat{V}\,\hat{I}\cos\theta\,dt\right]$$

حيث القيمة المتوسِّطة للدالة تجب $(2\omega\,\text{ز}+\theta)$ هي معدومة، إذن :

$$\overline{P}=\frac{\hat{V}\,.\,\hat{I}}{2}\,.\cos\theta \qquad\qquad \overline{\text{عه}}=\frac{\hat{\text{ف}}\,.\,\hat{\text{ش}}}{2}\,.\,\text{تجب}\,\theta$$

وعلما أن $\hat{\text{ف}}=\sqrt{2}\,.\,\text{ف}_{\circ}$ وأن $\hat{\text{ش}}=\sqrt{2}\,.\,\text{ش}_{\circ}$، تصبح المعادلة كالتالي :

$$\overline{P}=V_{rms}\ I_{rms}\cos\theta=P \qquad\qquad \overline{\text{عه}}=\text{ف}_{\circ}\,.\,\text{ش}_{\circ}\ \text{تجب}\,\theta\ =\text{عه}$$

فنقول أنه في دارة كهربائية، الاستطاعة الفاعلة عه المبددة من قبل تيار متناوب هي جداء الشدة الناجعة ش$_{\circ}$ في الجهد الناجع ف$_{\circ}$ المتأمل بين قطبي الدارة وكذلك في المعامل (تجب θ)، حيث θ هي الزاوية الممثلة للاختلال الملحوظ على الجهد فَ بالنسبة للتيار شَ، والذي يعرف بمعامل الاستطاعة.

2. الاستطاعة المركبة

1.2. مدلول المعادلة

عندما يعبر دارة كهربائية تيار شدته ش$\grave{}$ = $\hat{\text{ش}}$ تجب$(\omega$ ز$)$، ويظهر بين قطبيها جهد ف$\grave{}$ = $\hat{\text{ف}}$ تجب $(\theta$ ز $+\theta)$، فإن الاستطاعة المركبة لهذه الدارة هي عدد مركب عبارته كالتالي :

عظ = ف . ش*　　　$\underline{S} = \underline{V} . \underline{I}^*$

حيث ش* هو عدد مُركَّب مُرافِق للعدد المركب ش، ومنه :

ف = ف٠ هـ^ت(ω ز + θ)　　　$\underline{V} = V_{rms}\, e^{j(\omega t+\theta)}$

وأنّ : ش = ش٠ هـ^تωز ⇐ ش* = ش٠ هـ^-تωز

$\underline{I} = I_{rms}\, e^{j\omega t} \Rightarrow \underline{I}^* = I_{rms}\, e^{-j\omega t}$

وعليه : عظ = ف٠ ش٠ هـ^ت(ωز + θ) هـ^-تωز

$\underline{S} = V_{rms}\, I_{rms}\, e^{j(\omega t+\theta)}\, e^{-j\omega t}$

ومنه : عظ = ف٠ ش٠ هـ^تθ　　　$\underline{S} = V_{rms}\, I_{rms}\, e^{j\theta}$

وأخيرا : عظ = ف٠ ش٠ (تجب θ + ت جب θ)

$\underline{S} = V_{rms}\, I_{rms}\, (\cos\theta + j\sin\theta)$

حيث الطويلة عظ للعدد المركب عظ هي الجداء (ف٠ .ش٠) والمسماة بالاستطاعة الظاهرة للدارة.

أما القسم الحقيقي للعدد المركب (ف٠ .ش٠ . تجب θ) فهي الاستطاعة المتوسطة عه المستهلكة من طرف الدارة، وهي تدعى كذلك الاستطاعة الفاعلة عه، وتلاحظ أنها عبارة عن جداء الاستطاعة الظاهرة عظ في معامل الاستطاعة (تجب θ)، أي عه = عظ (تجب θ).

أما القسم الخيالي للمركب عظ فهي تُدعى الاستطاعة المتفاعلة عف وهي عبارة عن جداء الاستطاعة الظاهرة عظ في (جب θ)، أي عف = عظ (جب θ).

إذن يمكن إعادة صياغة الاستطاعة المركبة $\underline{\text{عظ}}$ في المعادلة التالية :

$\underline{\text{عظ}}$ = عظ (تجب θ + ت جب θ) $\quad \underline{S} = S(\cos\theta + j\sin\theta)$

وعليه : $\underline{\text{عظ}}$ = عه + ت . عف $\quad \underline{S} = P + j.Q$

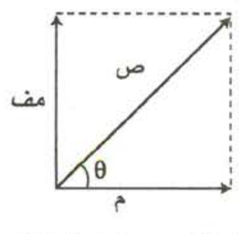
في النظام العالمي لوَحدات القياس، الاستطاعة الفاعلة عه = ش$_\circ$.ف$_\circ$.تجب θ، والتي تُقابِل تبادُل الطاقة، يُعبَّر عنها بالواط. أما الاستطاعة الظاهرة عظ = ش$_\circ$.ف$_\circ$، فوحدتها العالمية هي الفولط أمبير (الرمز : فو آ). والاستطاعة المتفاعلة عف = ش$_\circ$.ف$_\circ$ جب θ، يُعبَّر عنها بوحدة فآر، ولاستخراج قياس أو حساب مختلف الاستطاعات، تجد في الفصل 8 من الجزء الرابع الطريقة العملية لذلك.

2.2. كيفية التبدد

لو اعتبرنا أنّ المعاوَقة المركَّبة هي $\underline{\text{ص}}$ = م + ت مف (الشكل 1) نستنبط أنّ :

تجب θ = $\frac{\text{م}}{\text{ص}}$ $\quad \cos\theta = \frac{R}{Z}$

وأنّ : جب θ = $\frac{\text{مف}}{\text{ص}}$ $\quad \sin\theta = \frac{X}{Z}$



الشكل 1. المعاوقة المركبة

حيث ص هي طويلة المعاوقة ص. وبما أنّ ف$_{0}$ = ص ش$_{0}$، فسنحصل على ما يلي :

$$\underline{\text{عظ}} = \text{شص}_{0}^{2}\left(\frac{\text{م}}{\text{ص}} + \text{ت}\frac{\text{مف}}{\text{ص}}\right) \qquad \underline{S} = Z\, I_{rms}^{2}\left(\frac{R}{Z} + j\frac{X}{Z}\right)$$

وعليه : $\underline{\text{عظ}} = \text{م ش}_{0}^{2} + \text{ت مف ش}_{0}^{2} \qquad \underline{S} = R\, I_{rms}^{2} + j\, X\, I_{rms}^{2}$

وتلاحظ أن الاستطاعة المركبة عظ مكتوبة على الشكل الجبري أ + ت ب، أي :

$$\underline{\text{عظ}} = \text{عه} + \text{ت عف} \qquad \underline{S} = P + jQ$$

حيث :

- الاستطاعة الفاعلة هي عه = م ش$_{0}^{2}$ [واط] $\quad P = R\; I_{rms}^{2}$
- الاستطاعة المتفاعلة هي عف = مف ش$_{0}^{2}$ [فآر] $\quad Q = X\; I_{rms}^{2}$
- الاستطاعة الظاهرة هي عظ = ص ش$_{0}^{2}$ [فوآ] $\quad S = Z\, I_{rms}^{2}$

ومن خلال هذه العلاقات الثلاث، يمكننا استخراج مدلول هذه الاستطاعات :

الاستطاعة الفاعلة عه = م ش$_{0}^{2}$ هي الاستطاعة المفقودة بواسطة ظاهرة جول.

الاستطاعة المتفاعلة عف هي جداء المفاعلة مف في مُربَّع الشدة الناجعة ش$_{0}$ (عف = مف . ش$_{0}^{2}$). والمفاعلة مف إما أن تكون حثية حف وإما أن تكون سعوية سف، ومنه نقول :

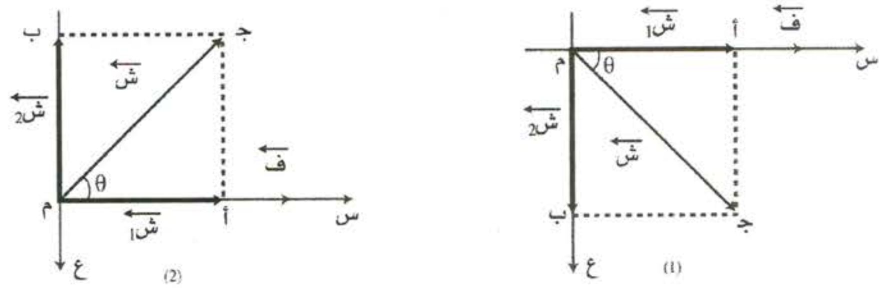
تستهلك الوشيعة استطاعة متفاعلة تُعادل العبارة التالية :

$$ع_ف = ح_ف = ح\,\omega\,.\,ش_{ه}^{2}\,.$$

تمنح المكثفة استطاعة مُتفاعلة هي القيمة المطلقة للعبارة التالية :

$$ع_ف = س_ف = \frac{ش_{ه}^{2}}{س\,\omega}\,.$$

مع العلم أنّ النبض $\omega = 2\pi$ ن حيث ن هو تردد إشارة الدارة.



الشكل2. مكونتا التيار للمفاعلة الحثية والسعوية.

3. علاقة الاستطاعات

1.3. تأثير مكونتَي التيار

تُلاحظ على الشكل 1.2 أنّ هناك زاوية قدرُها θ بين شعاع الجهد $\overleftarrow{ف}$ وشعاع التيار $\overleftarrow{ش}$، بحيث أن $\overleftarrow{ش}$ متأخر بالنسبة للجهد $\overleftarrow{ف}$.

الشعاع $\overleftarrow{م\,ج}$ الذي يُطابق التيار $\overleftarrow{ش}$ يُمكن تحلُّله إلى شعاعَيْن $\overleftarrow{م\,أ}$ و $\overleftarrow{م\,ب}$، هما مُكوِّنتا هذا التيار، أي $\overleftarrow{ش}$ هو مجموع هذَيْن التيارَيْن :

الأول شدته الناجعة هي $\text{ش}_1 = \text{ش}_\circ$ تجب θ، وهو متطابق الطور مع الجهد ف.

وأما الثاني فشدته الناجعة هي $\text{ش}_2 = \text{ش}_\circ$ جب θ، وهو متعامد الطور مع الجهد ف (90°).

كل تيار تكون شدته وفق المعادلة التالية :

$$\text{ش}'_1 = \text{ش}_1 \sqrt{2}\,\text{تجب}\,(\omega\ \text{ز} + \theta) \qquad i_a = I_a \sqrt{2} \cos(\omega\ t + \theta)$$

يُدعى التيار الفاعل وهو عبارة عن حامل الاستطاعة الفاعلة للدارة، لأن عه = ف$_\circ$ ش$_1$. وأما التيار ذو الشدة وفق المعادلة التالية :

$$\text{ش}'_2 = \text{ش}_2 \sqrt{2}\,\text{جب}\,(\omega\ \text{ز} + \theta)$$

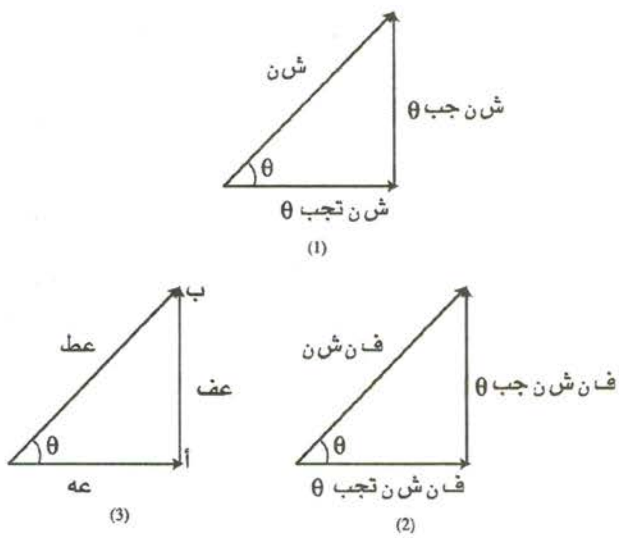
$$i_r = I_r \sqrt{2} \sin(\omega\ t + \theta)$$

فهو التيار المتفاعل إذ الاستطاعة المتوسِّطة التي ينقُلها معدومة، فهو يعمل على توليد المجالات الكهرومغناطيسية[1] أين تتركّز استطاعة مُعّينة، والتي تتحوَّل دَوْريا من حالة كهربائية إلى حالة كهرومغناطيسية... والعكس صحيح.

2.3. مثلث الاستطاعات

أظن أنّه بهذا القدر من الشرح قد بدأت المفاهيم تتضِّح، وتظهر مختلف العلاقات التي تجمع الاستطاعات ومُكوِّنَتَي التيار. والمزيد من الشرح الإضافي يُؤدي بنا إلى مُثلث الاستطاعات.

1. مفهوم خُصِّص له الجزء الثالث من السلسلة.



الشكل 3. استخراج مثلث الاستطاعات.

وانطلاقا من الشكل 1.2 يُمكن رسم الشكل 1.3. ، وإذا ما ضُربت الأحجام الثلاثة بالجهد الناجع فـ ن (الشكل2.3)، فإنّنا نحصل على الشكل 3.3 والذي يُمثّل علاقة الاستطاعات المعروفة باسم مثلث الاستطاعات. عندها يُمكن استخراج عدَّة علاقات وفي نفس الوقت التأكد من صحة ما تقدَّم ذكره، وهي كالتالي :

$\text{جب}\,\theta = \frac{\text{عف}}{\text{عظ}}$	$\sin\theta = \frac{Q}{S}$
$\text{تجب}\,\theta = \frac{\text{عه}}{\text{عظ}}$	$\cos\theta = \frac{P}{S}$
$\text{ظل}\,\theta = \frac{\text{عف}}{\text{عه}}$	$tg\,\theta = \frac{Q}{P}$
$\text{عظ}^2 = \text{عه}^2 + \text{عف}^2$	$S^2 = P^2 + Q^2$

لاحظ جيِّدا أنّ المثلث أُشتُق للقيم الموجبة للاستطاعة الظاهرة عظ، وإذا أردت إنشاء نفس المثلث من جديد لكن للاستطاعة الظاهرة السالبة فما عليك إلاّ أن ترسم المستقيم أ ب تحت النقطة أ وهذا دوما على نفس المحور الأفقي من الشكل 3.3.

ملاحظة : لاستخراج هذه الاستطاعات عمليا، طالع الفصل 8 من الجزء الرابع الذي يتناول دراسة مفصلة لجهاز الواطمتر، حيث تجد عدة طرق للقياس قصد استخراج هذه الاستطاعات الثلاث بواسطة أجهزة قياس، الواطمتر يعد أحدها.

4. نظرية بوشرو

ترتكز نظرية بوشرو أساسا على استبدال أشعة فريزنال بحسابات محضة تتمحور حول الاستطاعات، وذلك باستعمال العلاقات التي درسناها لحد الآن.

لعدم جدوى دراسة ثنائي القطب المقاوم (حمل مقاوم) لمثل هذه النظرية باعتبار أنّ الاختلال معدوم في مثل هذه الحمولات والأجهزة، فسوف تقتصر دراستنا على ثنائي القطب المفاعِل (حثي أو سعوي) الذي يُسجِّل اختلالا بين الجهد والتيار.

1.4. الاستطاعة الفاعلة

4. الدارة المتوازية

نفرض أنّه لدينا دارة كهربائية تحتوي على مجموعة من ثنائيات القطب المستقبلة، ولنفرض أنّها ثلاثة مثلا. يتَوَلَّد في هذه الدارات ثلاثة تيارات ش$_1$، ش$_2$، ش$_3$ كل تيار يعبر ثنائي قطب واحد فقط. علما

أنّ التيارات الفاعلة هي تيارات دوما موجبة، فلذلك فإنّ مجموعها موجب كذلك، أي :

$$ش_{ن}\ تجب\ \theta = ش_{1}\ تجب\ \theta_{1} + ش_{2}\ تجب\ \theta_{2} + ش_{3}\ تجب\ \theta_{3}$$

$$I_{rms} \cos \theta = I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3$$

وإذا ضربنا هذه المعادلة في الجهد المشترك ف$_{ن}$ للدارة المتوازية، فسنحصل على ما يلي :

$$ف_{ن}\ ش_{ن}\ تجب\ \theta = ف_{ن}\ ش_{1}\ تجب\ \theta_{1} + ف_{ن}\ ش_{2}\ تجب\ \theta_{2} + ف_{ن}\ ش_{3}\ تجب\ \theta_{3}$$

$$V_{rms} I_{rms} \cos \theta = V_{rms} I_1 \cos \theta_1 + V_{rms} I_2 \cos \theta_2 + V_{rms} I_3 \cos \theta_3$$

ومنه ينتج أنّ :

$$عه = عه_{1} + عه_{2} + عه_{3} \qquad P = P_1 + P_2 + P_3$$

ونقول أنّ الاستطاعة الفاعلة الكلية هي مجموع الاستطاعات الفاعلة المستهلكة في كل ثنائي قطب على حدة.

2. الدارة المتسلسلة

مجموعة ثنائيات القطب وليكن عددها ثلاثة، متسلسلة يعبرها نفس التيار شَ، فيتَولد عبر كل ثنائي قطب جهد، يكون جهد المولد فَ هو مجموع هذه الجهود، أي :

$$ف_{ن} = ف_{1} + ف_{2} + ف_{3} \qquad V_{rms} = V_1 + V_2 + V_3$$

والتيار ش، يحتوي على مُكوِّنتَيْن إحداهما هي التيار الفاعل ش$_1$ = ش، تجب θ، فإذا ضربنا المعادلة السابقة في التيار الفاعل لكل ثنائي القطب، فسنحصل على ما يلي :

ف، ش، تجب θ = ف$_1$ ش، تجب θ$_1$ + ف$_2$ ش، تجب θ$_2$ + ف$_3$ ش، تجب θ$_3$

$$V_{rms}\, I_{rms} \cos\theta = V_1\, I_{rms} \cos\theta_1 + V_2\, I_{rms} \cos\theta_2 + V_3\, I_{rms} \cos\theta_3$$

فتنتج عن ذلك المعادلة التالية :

عه = عه$_1$ + عه$_2$ + عه$_3$

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

وهي نفس النتيجة السابقة للدارات المتوازية.

2.4. الاستطاعة المتفاعلة

1. الدارة المتوازية

في دارة متوازية تكون التيارات المتفاعلة مُتعامدة الطور، إما موجبة أو سالبة، أي :

ش، جب θ = ش$_1$ جب θ$_1$ + ش$_2$ جب θ$_2$ + ش$_3$ جب θ$_3$

$$I_{rms} \sin\theta = I_1 \sin\theta_1 + I_2 \sin\theta_2 + I_3 \sin\theta_3$$

فإذا ضربنا هذه المعادلة في الجهد المشترَك ف، (الجهد الناجع) للدارة، نحصل على ما يلي :

ف، ش، جب θ = ف، ش$_1$ جب θ$_1$ + ف، ش$_2$ جب θ$_2$ + ف، ش$_3$ جب θ$_3$

$$V_{rms}\, I_{rms} \sin\theta = V_{rms}\, I_1 \sin\theta_1 + V_{rms}\, I_2 \sin\theta_2 + V_{rms}\, I_3 \sin\theta_3$$

فنحصل على ما يلي :

عف = عف$_1$ + عف$_2$ + عف$_3$ $\qquad$ $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

2. الدارة المتسلسلة

بواسطة قانون العيون تكون الجهود وفق المعادلة التالية :

ف$_{\text{ه}}$ = ف$_1$ + ف$_2$ + ف$_3$ $\qquad$ $V_{rms} = V_1 + V_2 + V_3$

وباعتبارها شبكة متسلسلة فالتيار مُشتَرك عبر الدارة كلها، أي :

ف$_{\text{ه}}$ ش$_{\text{ه}}$ جب θ = ف$_1$ ش$_{\text{ه}}$ جب θ_1 + ف$_2$ ش$_{\text{ه}}$ جب θ_2 + ف$_3$ ش$_{\text{ه}}$ جب θ_3

$$V_{rms}\, I_{rms} \sin\theta = V_1\, I_{rms} \sin\theta_1 + V_2\, I_{rms} \sin\theta_2 + V_3\, I_{rms} \sin\theta_3$$

وختاما، نستخلص أنّ :

عف = عف$_1$ + عف$_2$ + عف$_3$ $\qquad$ $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

خلاصة

نستنتج انّه مهما كان تركيب الدارة، موازيا أو متسلسلا، فإنّ الاستطاعة المتفاعلة هي دوما مجموع الاستطاعات المتفاعلة لكل ثنائي قطب على حدة (نبيط كان أو حمل).

3.4. الاستطاعة المركبة

الاستطاعة الفاعلة المستهلكة من طرف شبكة، تغذيتها جهد جيبـــي تردده ثابت، هي مجموع الاستطاعات الفاعلة المستهلكة في كل جهاز، والاستطاعة المتفاعلة الكلية هي المجموع الجبري للاستطاعات المتفاعلة، وعليه :

$$P = P_2 + P_2 + P_3 + \ldots \qquad \text{عه} = \text{عه}_1 + \text{عه}_2 + \text{عه}_3 + \ldots$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots \qquad \text{عف} = \text{عف}_1 + \text{عف}_2 + \text{عف}_3 + \ldots$$

والاستطاعة المركبة هي إذن :

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 + \ldots \qquad \underline{\text{عظ}} = \underline{\text{عظ}}_1 + \underline{\text{عظ}}_2 + \underline{\text{عظ}}_3 + \ldots$$

أي :

$$\text{عه} + \text{ت عف} = (\text{عه}_1 + \text{ت عف}_1) + (\text{عه}_2 + \text{ت عف}_2) + (\text{عه}_3 + \text{ت عف}_3) + \ldots$$

$$P + jQ = (P_1 + jQ_1) + (P_2 + jQ_2) + (P_3 + jQ_3) + \ldots$$

5. أهمية معامل الاستطاعة

كانطلاقة في توضيح أهمية معامل الاستطاعة، سوف نحاول بتوفيق المولى عز وجل إظهار ذلك بواسطة العلاقات الرياضية التي دُرست لحد الآن، وبعدها سوف نُعطي مثالا حيا، وبه ستستنير العقول بإذن الله.

1.5. تأثير التركيب

في تعريفنا للاستطاعة الفاعلة عه، قلنا أنّ الاستطاعة المتوسِّطة هي :

$$P = V_{rms}\, I_{rms} \cos\theta \qquad \text{عه} = \text{ف}_\circ\ \text{ش}_\circ\ \text{تجب}\ \theta$$

حيث ف。 و ش。 هما القيمتان الناجعتان للجهد فَ والتيار شَ على التوالي، و θ هي زاوية الانحناء الموجودة بين الجهد فَ والتيار شَ الجيبيين (أي الاختلال)، وأما تجب θ فهو مُعامل الاستطاعة الذي يُمثل تحوّل الاستطاعة الظاهرة ف。 ش。 إلى استطاعة فاعلة ف。 ش。 تجب θ.

في حالة حمل مقاوِم صافي (ثنائي القطب عبارة عن مقاوَمة صافية) لا وُجود للاختلال بين الجهد والتيار، إذ أنّ $\theta=0$ ومنه تجب$\theta=1$ للمقاومة فقط.

أما أن يكون الحمل مفاعلة صافية (وشيعة أو مكثفة) فإن زاوية الانحناء تكون $\theta=\pm 90°$ ومنه تجب$\theta=0$. وإن كان الحمل مفاعلة، حثية أو سعوية، حيث $+\frac{\pi}{2}>\theta>-\frac{\pi}{2}$، فإنّ الأمر يتعلّق بكيفية التركيب :

1. **الدارة المتسلسلة** : المعاوَقة المركبة للدارة عبارتها هي :

$$\underline{ص} = م + ت\,مف \qquad \underline{Z} = R + jX$$

حيث م هي المقاومة الكلية للدارة أو بعبارة أخرى هي القسم الحقيقي من المعاوقة المركبة $\underline{ص}$ والتي طويلتها هي ص، أي $|\underline{ص}|=ص$.
يُعرَّف مُعامل الاستطاعة على أنه :

$$تجب\,\theta = \frac{م}{ص} \qquad \cos\theta = \frac{R}{Z}$$

ومن هذه المعادلة، نستخرج الحالات التالية :

– إذا كان التركيب لا يحتوي إلاّ على مقاوّمات ($\theta=0$) فإنّ $\underline{ص}=م$، ومنه $|\underline{ص}|=م$ أيّ أن تجب$\theta=1$. وعليه فكل دارة تحتوي على مُعامِل الاستطاعة مساويا للوحدة فهي دارة مقاومة.

– أما إذا احتوت الدارة على مفاعلات دون مقاومات، فسيكون معامل الاستطاعة معدوما (صفرا) مشيرا إلى أنّ الدارة مفاعلة صافية، وشيعة أو مكثفة.

– ما عدا هاتين الحالتين، فإن تجب θ يأخذ قيما تنحصر بين الصفر والواحد (1 > تجب θ > 1) أي عندما تكون الدارة مفاعلة، سعوية كانت أم حثية.

2. الدارة المتوازية : في تركيب متواز، التيار الأساسي ش هو مجموع تيارات كل جذع. يُعرَّف معامل الاستطاعة على أنّه :

$$\text{تجب}\ \theta = \frac{\text{ش}_\text{م}}{\text{ش}} \qquad\qquad \cos\theta = \frac{I_R}{I}$$

حيث ش م هو شدة التيار الذي يعبر المقاومة المكافئة للدارة الموازية.

ومن خلال هذه المعادلة، يتضح جليا أن معامل الاستطاعة تجب θ يرتبط بماهية التيار ش م ومنه تحديد تصرف الدارة المتوازية. وعليه ثلاث حالات توافق هذا التصرف وهي :

– فإن كانت الدارة مقاومة فهذا يعني أنّ التيار ش م الذي يعبر المقاومة المكافئة يُعادل التيار الأساسي ش، وعليه يُصبح حاصل القسمة مساويا للوحدة، وهو الشيء الذي يدُلّ على أنها دارة مقاومة.

– وأما إن كانت الدارة مفاعلة صافية (مكثفة أو وشيعة) فإنّ معامل الاستطاعة معدوم، وهذا لانعدام تيار المقاومة المكافئة.

– وما عدا هاتَيْن الدارتَيْن فإنّ مُعامِل الاستطاعة ينحصر، تماما مثلما هو الحال لدى الدارات المتسلسلة، بين الصفر والواحد، أي 1> تجب θ >0.

2.5. الأهمية العملية

لنفرض أنّه لدينا تركيبا كهربائيا ذا مُعامل الاستطاعة تجبθ، حيث يستهلك استطاعة فاعلة عه بواسطة تغذية جهدها الناجع هو ف$_{ن}$، وقد تّم توصيله بواسطة خط كهربائي مقاوَمته م. وعليه فإنّ شدة التيار داخل التركيب هي :

$$\text{ش}_{\text{ن}} = \frac{\text{عه}}{\text{ف}_{\text{ن}}\ \text{تجب}\,\theta} \qquad I_{rms} = \frac{R}{V_{rms}\ \cos\theta}$$

وتكون الاستطاعة المستهلكة عبر الخط الكهربائي عه$_{خ}$ بواسطة ظاهرة جول وفق المعادلة التالية :

$$\text{عه}_{\text{خ}} = \text{م}\ \text{ش}_{\text{ن}}^{2} = \frac{\text{م}}{\text{ف}_{\text{ن}}^{2}\ \text{تجب}^{2}\,\theta}\ \text{عه}^{2}$$

$$P_L = R\,I_{rms}^2 = \frac{R}{V_{rms}^2 \cos^2\theta}\ P^2$$

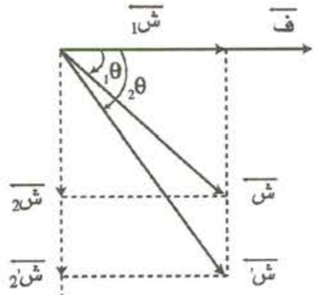
وبذلك تكون الخسارة النسبية للاستطاعة تُعادل :

$$\frac{\text{عه}_{\text{خ}}}{\text{عه}} = \frac{\text{م}}{\text{ف}_{\text{ن}}^{2}\ \text{تجب}^{2}\,\theta}\ \text{عه} \qquad \frac{P_L}{P} = \frac{R}{V_{rms}^2 \cos^2\theta}\,P$$

تركيب كهربائي يستهلك استطاعة كهربائية مُعيّنة حيث الخسارة النسبية للاستطاعة بواسطة ظاهرة جول في الخط الكهربائي مُتناسبة عكسا مع مُربّع مُعامِل الاستطاعة. ولهذا السبب، لابُد على مُعامل

الاستطاعة أن يقترب من قيمته القُصوْى (تجب $\theta=1$) بقدر الإمكان قصد تقليل الخسائر.

أغلب التجهيزات الكهربائية تحتوي على اختلال موجب، أي أنّ التيار يتأخّر عن الجهد[1]، وذلك لأنّها تضمُّ غالبا أجهزة حثية كالمحوِّلات مثلا أو المحرِّكات الكهربائية.



الشكل 4. توضيح أهمية معامل الاستطاعة.

تستهلك هذه التجهيزات إذن الاستطاعة المتفاعلة، ولنفس التيار الفاعل (أي استطاعة فاعلة محدَّدة) فإنّ الشدة الناجعة للتيار تكبُر بقدر ما يتزايد الاختلال θ (الشكل 4) تماما مثل الاستطاعة المفقودة في الخط الكهربائي.

ولتفادي هذه المساوئ، تُركَّب أجهزة كالمكثفات مثلا لتدارُك هذه الخسائر لأنّها تمنح الاستطاعة المتفاعلة، فتكون مَوْصولة على تواز في التركيب المرغوب في تدارُك خسائره.

1. يُستعمل اصطلاح "معامل الاستطاعة المتقدِّم" أو "معامل الاستطاعة المتأخِّر" للتعبير عن ذلك، لأنّ الدالة تجب هي دالة زوجية، أي تجب (θ) = تجب (– θ).

أعمال تطبيقية

تمرين

يحتوي تركيب كهربائي على مُحرِّكَيْن، تغذيتهما موصولة بالمنبع 220 فولط/50 هرتز، وخاصِّياتـــهما هي كالتالي :

المحرك الأول : يتميز بالوسائط التالية :

الاستطاعة العملية 3 كواط، المردودية 0,85، تجب $\varphi_1 = 0,87$.

المحرك الثاني : يتميز بالوسائط التالية :

الاستطاعة العملية 1 كواط، المردودية 0,80، تجب $\varphi_2 = 0,75$.

1. أحسب لهذا التركيب الكهربائي، التيار، مُعامل الاستطاعة، الاستطاعة الفاعلة والاستطاعة المتفاعلة.

2. يُراد حَمْل مُعامل الاستطاعة لتركيب المحرِّكَيْن على القيمة 0,9، وذلك بإلحاق مكثفة موازية لهما. أحسب سعة هذه المكثفة.

الجواب

تُعتبر الاستطاعة الممنوحة لمدخل تركيب كهربائي (مُحرِّك مثلا) أكبر تماما من الاستطاعة المتوسِّطة المسجَّلة في مخْرَجه. ويرجع ذلك إلى أنّ نسبة من طاقة المدخل تُحوَّل إلى حرارة، تُدرَج كخسائر ناجمة عن تصميم التركيب ذاته. ومن ذلك تُصاغ المعادلة التالية :

استطاعة المدخل = استطاعة المخرج + الخسائر

Input power = Output power + losses

وللحُكم على فعالية ونجاعة التركيب، أي مدى تسبُّبه في حُدوث الخسائر، يُستعان بمعامل يُعرف بالمردودية η التي تنحصر داخل المجال [0،1]، وهي بقدر ما تقترب من الوحدة (η = 1) بقدر ما تكون الخسائر مُهمَلة وتُحوَّل كل استطاعة المدخل نحو مخرج التركيب.

1. تُعرَّف المردودية η وفق العبارة التالية :

$$\eta = \frac{\textbf{Output power}}{\textbf{Input power}} \qquad\qquad \eta = \frac{\text{استطاعة المخرج}}{\text{استطاعة المدخل}}$$

وتحديد الاستطاعة الممنوحة للمُحركين يكون كالتالي :

عه$_1$ = $\frac{3000}{0,85}$، أي عه$_1$= 3530واط.

عه$_2$ = $\frac{1000}{0,80}$، أي عه$_2$= 1250واط.

فإن كان : تجب φ_1=0,87، فإن φ_1= 29,5°، أي ظل φ_1=0,57

تجب φ_2=0,75، فإن φ_2= 41,4°، أي ظل φ_2=0,88

المحرك 1 : عه$_1$ = 3530 واط.

عف$_1$ = عه$_1$ (ظل φ_1) 3530 × 0,57، أي عف$_1$ = 2000 فآر

المحرك 2 : عه$_2$ = 1250 واط.

عف$_2$ = عه$_2$ (ظل φ$_2$) = 1250 × 0,88، أي عف$_2$ = 1100 فآر

ومن ذلك استطاعة تركيب المحرِّكين هي كالتالي :

الاستطاعة الفاعلة : عه = 3530 + 1250 = 4780 واط

الاستطاعة المتفاعلة : عف = 2000 + 1100 = 3100 فآر

وعليه تكون الاستطاعة الظاهرة كالتالي :

عظ = $\sqrt{\text{عه}^2 + \text{عف}^2}$ = 5700 فو . آ

ومن ثم فإنّ تيار التركيب يُستخرج كالتالي :

ش = $\frac{\text{عظ}}{\text{ف}} = \frac{5700}{220}$، أي ش = 26 أمبير.

فإن كان : ظل φ = $\frac{\text{عف}}{\text{عه}}$ = 0,65،

أي تجب φ = 0,84 وأنّ جب φ = 0,54 .

واستخراج مُكوِّنتَي تيار التركيب يكون كالتالي :

المكَوِّنة الفاعلة : ش$_1$= ش تجب φ = 26 × 0,84، أي ش$_1$ = 21,8 آ.

المكونة المتفاعلة : ش$_2$= ش جب φ = 26 × 0,54، أي ش$_2$ = 14,1 آ.

حيث مُعامل الاستطاعة لتركيب المحرِّكَيْن هو تجب φ = 0,84 .

2. عندما يُرغب في معامل استطاعة تجب φ = 0,9، فإن :

جب φ = 0,436، أي ظل φ = 0,484 .

فقبل التعويض : عه = 4780 واط

عف = 3100 فآر

وأما بعد التعويض : عه = عهَ = 4780 واط

عفَ = عهَ (ظل φ) = 4780 × 0,484، أي عفَ = 2315 فآر.

ومن ذلك فإنّ الفرق في الاستطاعة هو 3100 - 2315 = 785 فآر، وعليه وجب على المكثفة أن تمنح هذا الفرق في الاستطاعة المتفاعلة لإرغام هذا التركيب على أن يصبح معامل استطاعته تجب φ = 0,9. وعليه :

$$Q_C = V^2 C \omega = 785 \qquad \text{عف}_{\text{س}} = \text{ف}^2\ \text{س}\ \omega = 785$$

$$C = \frac{Q_C}{V^2 \omega} \qquad \text{أي : س} = \frac{\text{عف}_{\text{س}}}{\text{ف}^2\ \omega}$$

$$\text{س} = \frac{785}{(220)^2\ 314}\text{، أي س} = 51{,}63\ \mu\text{فد}$$

مسائل

1. ما الفرق بين الاستطاعة المركبة والاستطاعة الظاهرة ؟ اشرح مع ذكر العلاقة التي تجمعهما.

2. كيف تبدد الاستطاعة الفاعلة في كل من المقاومة، المكثفة والوشيعة ؟ اشرح.

3. ما الدافع من استعمال مثلث الاستطاعات ؟ اشرح مع مراعاة حالتَي الاستطاعة الظاهرة، عندما تكون موجبة وعندما تكون سالبة.

4. لم يلعب معامل الاستطاعة دورا هاما في تحديد التصاميم والإنجازات الكهربائية ؟ اشرح.

5. ما المغزى من نظرية بوشرو ؟ اشرح.

6. يُطبق بين قطبَي مقاومة م = 2 Ω جهد متناوب دوره 20 مثا، بحيث :

ف = + 100 فولط عندما ز ∈ [0، 10 مثا]
ف = − 100 فولط عندما ز ∈ [10 مثا، 20 مثا]

1. أرسم ف(ز) وش(ز).

2. أحسب الاستطاعة المتوسِّطة عه.

3. ابحث عن الجهد الناجع فـ ن والشدة الناجعة ش ن.

4. كم هو معامل الاستطاعة ؟ تحقَّق من النتيجة حسابيا.

7. تُطبَّق بين قطبَي حمل إشارة مُربَّعة [+ 100 فو، - 100 فو] دورها يُعادل 0,02 ثانية. باستظهار إشارة التيار، تبيَّن أنّ هناك إنْزِياح قدرُه 2,5 مثا.

1. أرسم المنحنى ش (ز)، ثم استخرج المنحنى عه (ز).

2. أحسب الاستطاعة المتوَسِّطة. استخرج مُعامل الاستطاعة.

3. كم هي الاستطاعة المتوسطة إذا سُجِّل إنزياح التيار ش (ز) قدرُه 5 مثا ؟ استخرج معامل الاستطاعة.

8. تُدوَّن في الجدول 1 الاستطاعة المستهلكة من قبل مُحرِّك كهربائي بعدَّة أحمال، ومعامل استطاعته لجهد جيـــبي 220 فولط/50هرتز.

عه [واط]	400	628	700	845	1040
تجب φ	0,67	0,80	0,82	0,85	0,88

الجدول 1. تجربة مخبرية.

1. أحسب الاستطاعة المتفاعلة لكل حَمْل.

2. أرسم منحنى الاستطاعة المتفاعلة بدلالة الاستطاعة المستهلَكة.

9. يُطبَّق عبر حَمْل، يعبره تيار شدته 5 أمبير ويستهلك استطاعة تُعادل 570 واط، جهد يُعادل 127 فولط.

1. أحسب الاستطاعة الظاهرة ومعامل الاستطاعة.

2. أحسب معاوَقة الحمل. استخرج مقاوَمته ومفاعَلته.

10. خط نقل كهربائي مقاومته م$=2\,\Omega$، يعبُره تيار متناوب جيـــبي تردده ن = 50 هرتز، يُوصَل بعدَّاد كهربائي يُسجِّل بين قطبَيْه جهدا ناجعا ثابتا يُعادل ف$_{ن}$= 220 فولط.

1. تُركَّب مكثفة بعد العَدَّاد سعتها س = 0,1 مفد.

أ. أحسب الشدة الناجعة ش$_{ن}$. استنبط الخسائر الحرارية عم$_1$ عبر خط النقل لمدة 5 ساعات.

ب. أحسب مُعامل الاستطاعة. استنبط الاستطاعة المتوَسطة $\overline{\text{عه}}$ المسجَّلة على العدَّاد.

ج. أحسب المردودية η. كيف تُفسِّر ذلك ؟

2. تُعوَّض المكثفة س بمُحرِّك كهربائي يشتغل بمعامل الاستطاعة تجب $\theta = 0,7$، ولمدَّة 5 ساعات يُشير العَدَّاد إلى استهلاك عم = 6 كواط ساعة.

أ. أحسب الاستطاعة المتوَسِّطة. استنبط الشدة الناجعة ش$_0$.

ب. أحسب الخسائر الحرارية عم$_1$ خلال مُدَّة 5 ساعات.

ج. أحسب المردودية η.

11. يحتوي تركيب كهربائي، يُغذَّى بجهد جيبـــي 220 فولط/50هرتز، على مجموعة مصابيح ومُحرِّك كهربائي. بواسطة أمبير متر يُقاس :

– التيار المسْتهلَك من قبل المصابيح فقط، فوُجد أنّه 12 أمبير.

– التيار المسْتهلَك من قبل المحرِّك وحده، لوُحِظ أنه 20 أمبير.

– التيار المستهلَك من قبل التركيب جُمْلة، شدَّته 30 أمبير.

1. أحسب معامل استطاعة المحرِّك ومُعامِل استطاعة المصابيح.

2. أحسب الاستطاعة الفاعِلة والاستطاعة المتفاعلة المستهلكتان من قِبَل المحرِّك.

3. أحسب معامل الاستطاعة لكل التركيب.

الفصل 18

النظام ثلاثي الطور

كل المستقبلات التي دُرست لحد الآن تمّ توصيلها بالمنبع الذي يُغذّيها بواسطة سلكَيْن ناقلين. فعندما يكون فرق الكمون بين قطبي المنبع جيبيا، يطلق عليه تسمية الجهد وحيد الطور، وهذا لتفريقه عن المنابع التي تمنح جهودا لأنظمة مُتعددة الطور... كأن يكون نظاما ثلاثي الطور.

1. النظام أحادي الطور

في الدارات المقاومة، لاوُجود للاختلال $(\varphi = 0)$ فالتيار المتناوب يتصرَّف وكأنّه تيار مستمر إذ بزيادة الجهد تزداد شدة التيار المتناوب بنفس النسبة. وأما في الدارات المفاعلة - حثية كانت أم سعوية - فإنّ الاختلال موجود، وفي هذا الفصل سينصب اهتمامنا على المفاعلة الحثية بصفة خاصة.

إنّ وجود وشيعة في دارة كهربائية ذات تيار متناوب يُقلِّص من شدة التيار ويُعيقُه عن السريان، فيتأخَّر بذلك عن "رَكْب" الجهد بزاوية قدرُها $\frac{\pi}{2}$راديان... وهو مفهوم نظام وحيد الطور.

عبارة "وحيد الطور" تُطلق عادة على الدارة الكهربائية والنوابط التي توصل عبرها، كما تُطلق كذلك على الكميات الجيبية من جهود وتيارات : جهد وحيد الطور وتيار وحيد الطور... مفهوم التيار المتناوب وحيد الطور تمت دراسته بالتفصيل من خلال الفصليْن 6 و7.

من خلال دراساتنا السابقة، قمنا بتحليل الدارات الكهربائية ذات تيار متناوب وحيد الطور والتي تمتاز بفرق طور وحيد بين التيارات والجهود، وهو المعروف باسم نظام وحيد الطور. وهناك غيره، فالأنظمة متعددة الطور أنواع كثيرة أهمها : نظام ثنائي الطور – نظام ثلاثي الطور – نظام رباعي الطور – نظام سداسي الطور.

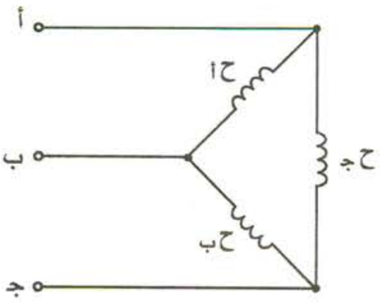
2. النظام ثلاثي الطور

وفي هذا الفصل سوف نقتصر، بتوفيق من المولى عزّ وجل، على دراسة النظام الأكثر استعمالا في العلوم الصناعية وهو نظام ثلاثي الطور، بمعنى ن = 3. والنظام ثلاثي الطور هو التركيبات، التجهيزات والدارات الكهربائية ذات التيار المتناوب ثلاثي الطور. فما مدلول هذه العبارة ؟

لتعلم أنّ عبارتَي جهد ثلاثي الطور وتيار ثلاثي الطور تُستعملان عادة للدلالة على جهد جيـــبي أو تيار جيـــبي[1] لنظام ثلاثي الطور، لا غير.

---

1. عُمومـــا، تحتوي الإشارات الصناعية وحيدة الطور وثلاثية الطور على مُكوِّنات تَوافُقية، وهـــو الشـــيء الذي يُودي إلى أنّ هذه الإشارات متناوبة، وليست شرطا جيبية. ولتبسيط التحليل والدراسة، تُعتبر هذه الإشارات جيبية صافية.



الشكل 1. التركيب المثلثي لنظام ثلاثي الطور

النظام أُحادي الطور هو دارة كهربائية لا تحتوي إلاّ على فرق طور وحيد بين جهودها وتياراتها، وأما النظام ثلاثي الطور فهو عبارة عن ثلاثة دارات كهربائية مُترابطة فيما بينها كما يوضحه الشكل 1.

وهذا الترابُط أو التوصيل نوعان : توصيل نجمي وآخر مثلثي، وهو الشيء الذي يدفع بظُهور ثلاثة أطوار. وللتفصيل سوف ندرس كل توصيل على حدة بعد ما ندرس الخاصِّيات المشترَكَة بين التركيبَيْن النجمي والمثلثي.

3. خاصيات التركيب ثلاثي الطور

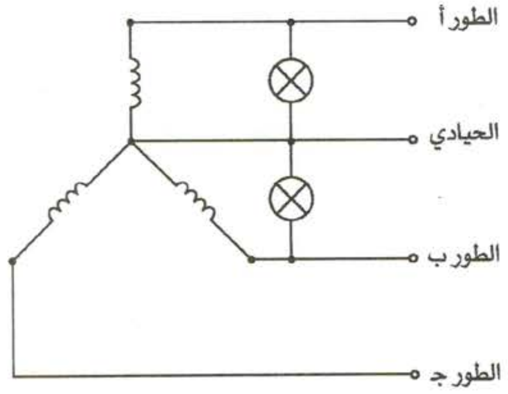
تعلم أنّ الجهد المطبَّق بين قطبَي الوَشيعة الصافية يتقدَّم التيار الذي يعبُرها بزاوية قدرُها 90°، إذن هناك اختلال في الوشيعة الواحدة بين جهدها وتيارها. فما هو الاختلال بين الجهود والتيارات إذا ما رُكِّبت ثلاث وشيعات في شكل نجمة ؟

للإجابة عن هذا السؤال، سوف نعرج بالضرورة على دراسة الخاصيات الفنية التي يتميز بها هذا النظام ثلاثي الطور. ومن هذه الخاصيات، سوف نتطرق للمصطلحات التالية :

1. النظام ثلاثي الطور المتوازن : وهو نظام يحتوي على ثلاث تيارات جيبية بنفس التردد ونفس الشدة الناجعة (أو نفس المطال)، حيث الاختلال المسجَّل بين كل تيارَيْن مُتتابعَيْن هو 120° (أي $\frac{\pi 2}{3}$ راديان).

في حالة ما إذا اختلّت إحدى هذه **الشروط الأربعة**، يفقد هذا النظام صفة التوازُن. وأهم ما يُميِّز النظام ثلاثي الطور المتوازن أنّ مجموع أشعة التيارات العابرة للأطوار الثلاثة ومجموع أشعة الجهود، تُساوي الصفر مع الإشارة إلى أنّ الاستطاعة اللحظية لمثل هذا النظام ثابتة لا تتغيّر.

2. السلك الحيادي : أو اختصارا الحيادي، وهو سلك ناقل كُمونه صفر وتياره معدوم (حالة النظام ثلاثي الطور المتوازن)، ومن ذلك تسميته كذلك بالسلك الصفري، يعني أنّه لا يحتوي على كمون ذي قيمة مُعيَّنة وهو بذلك يُستعمل كمرجع.



الشكل 2. تركيب ثلاثي الطور نجمي متوازن.

وفي حالة النظام ثلاثي الطور، إذا اختلّ توازُن الحمولات، كمصابيح الشكل 2 مثلا فإنّ الزيادة الحاصلة في التيار تمر عبر السلك الحيادي. فإذا قُطع هذا السلك الحيادي يختل التوازُن ويظهر فرق في الكمون على مستوى خطوط المخرج أ، ب، جـ. فإذا كان اختلال التوازُن كبيرا، ظهر اختلاف بيّن في إضاءة المصابيح.

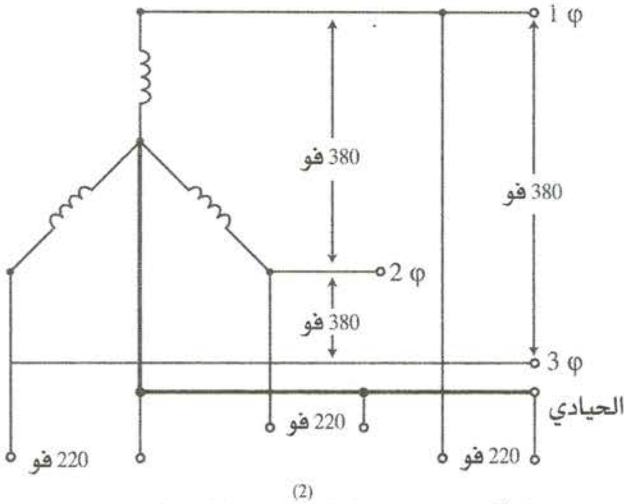
3. خط الطور : كما يُدعى بساطة الطوْر، وهو عبارة عن دارة كهربائية ذات طرفَيْن إثنَيْن بحيث أنّ أحدهما يتصل بدارة التركيب المثلثي أو النجمي.

إن كمون هذا الخط موجب بالنسبة للخط الحيادي في التركيب المثلثي، والجهد بين خطيْن للطور (أو بين طورَيْن) يكون أكبر من الجهد المأخوذ بين الطور والخط الحيادي.

فعلى الشكل 3. تُلاحظ أن الجهد المأخوذ بين طورَيْن (380 فو ثلاثي الطور) هو أكبر من الجهد المتأمِّل بين الطور والخط الحيادي (220 فو أحادي الطور). ولتعلم من باب التطبيق العملي أنّ المأخذ أحادي الطور يُستعمل عموما في المنشآت المترلية والتجارية كالإضاءة مثلا، وأما المأخذ ثلاثي الطور فهو يُستعمل في المنشآت الصناعية كالمحرّكات الحثية ثلاثية الطور مثلا.

أعلم أنّ التركيبات ثلاثية الطور، نجمية كانت أم مثلثية، يُمكن أن تحتوي على غير هذه القيم للجهود، والتي أُعطيت كانت كمثال فقط وكذلك لكثرة استعمالها.

كما أنّ هذه التركيبات يُمكن أن تحتوي على ترددات غير تردد 50 هرتز (وهو التردد المعمول به في المنشآت السكانية والصناعية) مثل تردد 60 هرتز المعمول به في أمريكا، وتردد 400 هرتز المعمول به في الطائرات والبواخر.



الشكل 2. جهود النظام ثلاثي الطور النجمي.[2]

أعمال تطبيقية

تمرين

يُصمَّم تركيب نجمي مُتوازن يتم تغذيته بجهد ثلاثي الطور يُعادل 20 كفو. كم هو جهد اللفات لكل حمل ؟

الجواب

يمثل الجهد 20 كفو ثلاثي الطور جهد الخط (أي الجهد المركب)، أي :

$V_L = 20\,000\ V$ ف$_{خ}$ = 20 000 فو

ومن ذلك فجهد اللّفات (وهو الجهد البسيط) للتركيب النجمي المتوازن يُستخرج وِفق المعادلة التالية :

$V_L = \sqrt{3}\ V_\varphi$ ف$_{خ}$ = $\sqrt{3}$. ف$_{\varphi}$

$V_\varphi = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ أي : ف$_{\varphi}$ = $\frac{\text{ف}_{خ}}{\sqrt{3}} = \frac{20\,000}{\sqrt{3}} = 11\,547$ فو

ملاحظة

عندما لا يُشار لأيّ القيم يُؤخذ القياس، فأعلم أن الأمر يتعلق عادة بالقيم الناجعة إلاّ ما نُبِّه لغير ذلك.

مسائل

1. ما هو النظام ثلاثي الطور ؟ ما هي تركيباته الخاصة ؟

2. ما الهدف من استعمال النظام ثلاثي الطور ؟ اذكر محاسنه.

3. ما الفرق بين التركيب النجمي والتركيب المثلثي ؟ فصل في ذلك.

4. ما الفرق بين القيم المركبة وقيم الخط ؟

5. ما الفرق بين القيم البسيطة وقيم الطور ؟

6. ما الهدف من توصيل الخط الحيادي في التركيب النجمي ؟ علّل.

7. ما الفرق بين قيم الخط وقيم الطور، أيهما يكبر الآخر ؟ اشرح.

8. ما الفرق بين القيم البسيطة والقيم المركبة ؟ اشرح.

9. ما المقصود بالنظام ثلاثي الطور متوازن ؟ أذكر خاصياته.

10. أذكر سبب انعدام مجموع تيارات الطور.

التيار المتناوب ثلاثي الطور

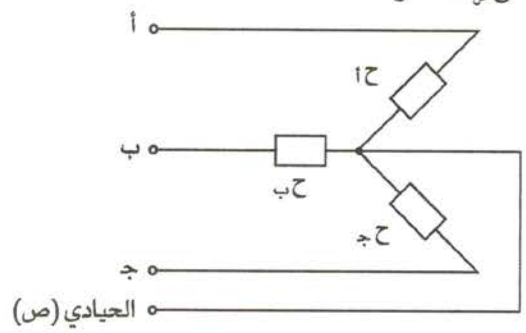
تُستعمل الأنظمة مُتعدِّدة الطور (من جهود وتيارات) عندما تُصبح الاستطاعة المطلوبة كبيرة وهامة جدا. فالنظام متعدد الطور هو نظام يحتوي على ن كمية جيبية ذات نفس التردد، حيث كميتان مُتتابعتان من هذا النظام تُسجِّلان اختلالا بينهما قدرُه $\frac{2\pi}{ن}$ راديان علما أن ن في هذه الدراسة الموالية بالذات يعادل ن = 3.

1. النظام ثلاثي الطور

1.1. التركيب النجمي

يحتوي هذا التركيب على ثلاثة مستقبلات (أي حمولات)، غالبا مفاعلات حثية، مركبة على شكل نجمة (الشكل 1)، أي أنّ الحمولات الثلاثة تحتوي على فرع مشترك ص (وهو الخط الحيادي) في حين أنّ الفرع الثاني لكل حمولة موصول بأقطاب المخرج أ، ب وجـ، أي أنّ كل جهاز يُوضع بين خط الطور والخط الحيادي.

شدة التيار لكل جهاز هي مساوية لشدة التيار الذي يعبر السلك الناقل المطابق للجهاز. في حين أنّ التيار الذي يعبر الخط الحيادي ش$_{ص}$ شدته هي مجموع هذه الشدات الثلاث (ش$_{أ}$ + ش$_{ب}$ + ش$_{ج}$)، ولتحديد هذه الشدة وجب البحث عن مجموع هذه الأشعة الثلاثة. وفي حالة نظام ثلاثي متوازن، تكون هذه الشدة ش$_{ص}$ معدومة.

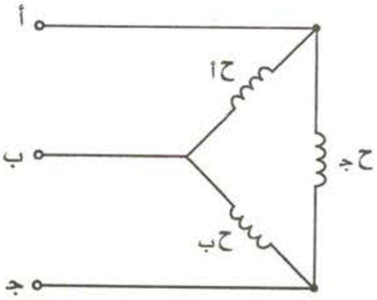


الشكل 1. تركيب نجمي لنظام ثلاثي الطور

في حالة نظام ثلاثي الطور مُتوازِن، فإنّ مُعاوَقات الأجهزة الثلاثة مُتماثلة، ومنه فإن الشدات الناجعة للتيارات ش$_{أص}$، ش$_{بص}$، ش$_{جص}$ متساوية في المقدار ومختلّة بزاوية 120° وكذلك الحال بالنسبة للإختلالات φ_1، φ_2، φ_3 بين الجهود البسيطة والتيارات فإنّها متساوية. فما المقصود باصطلاح "جهد بسيط" ؟

2.1. التركيب المثلثي

في هذا التركيب، الأجهزة الثلاثة، وقلنا عادة مفاعلات حثية، موصولة في تتابُع فيظهر مثلث هندسي الشكل كما يُبيِّنه الشكل 2، بحيث بين كل خطيْن للمخرج (أي خطيْن للطور) تُركب وشيعة.



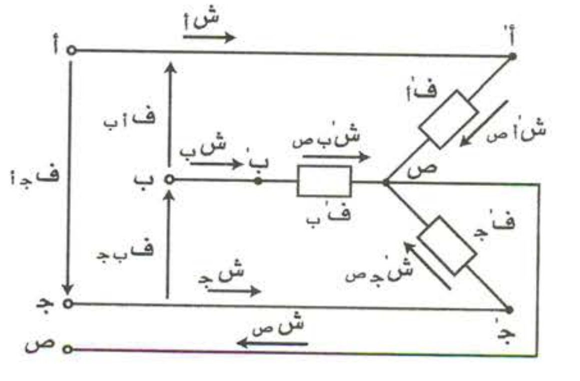
الشكل 2. التركيب المثلثي لنظام ثلاثي الطور.

في حالة توازن أو عدم توازن، فإن هذا التركيب لا يحتاج إلا لثلاثة أسلاك ناقلة للتغذية، وعندما يتحقّق التوازن فإن الشدات الناجعة لتيارات الأجهزة الثلاثة تتساوى لكن باختلال قدرُه 120° بين كل تيارَيْن مُتتابعَيْن، حيث يُؤخذ الاتجاه الموجب للتيارات وفق نظام يُعتمد كإصطلاح لإتجاه الكميات ثلاثية الطور.

2. التركيب النجمي

1.2. علاقة التيارات

تُلاحظ من خلال الشكل 3، أنّه عبر كل خط للمخرج يعبُر تيار يُدعى التيار المركب أو تيار الخط :



الشكل 3. القيم البسيطة والمركبة لنظام نجمي ثلاثي الطور.

خط المخرج أ ← تيار الخط ش$_{أ}$	I_a
خط المخرج ب ← تيار الخط ش$_{ب}$	I_b
خط المخرج جـ ← تيار الخط ش$_{جـ}$	I_c

كما أنّه عبر كل وشيعة يمر تيار هو التيار البسيط أو تيار الطور :

الوشيعة ح$_{أ}$ ← شَ$_{أص}$	I'_{aN}
الوشيعة ح$_{ب}$ ← شَ$_{بص}$	I'_{bN}
الوشيعة ح$_{جـ}$ ← شَ$_{جـص}$	I'_{cN}

ومن البديهي، وأظنّك قد تنبَّهت لذلك من خلال الشكل 3، أنّ علاقة التيارات البسيطة بالتيارات المركبة هي :

ش$_{أ}$ = شَ$_{أص}$	$I_a = I'_{aN}$
ش$_{ب}$ = شَ$_{بص}$	$I_a = I'_{aN}$
ش$_{جـ}$ = شَ$_{جـص}$	$I_c = I'_{cN}$

وهي علاقات لا تصلُح إلاّ للتركيب النجمي دون التركيب المثلثي.

ولتعلم أنّ هذه التيارات مُتزامنة بفعل توازُن النظام، إذ كل تيار بسيط مُتطابق الطور مع التيار المركب. كما أنّ التيارات العابرة لخطوط الطور تُشكِّل نظاما متوازنا، وبالتالي فمجموع هذه الشدات معدوم، أي أنّ التيار ش$_{ص}$ العابر للخط الحيادي معدوم كذلك، وعليه فيُمكن خلعُه من التركيب كلية.

وعندما نقوم بذلك، فإن شدة التيار في كل ناقل تكون عكس مجموع التيارَيْن الباقيَيْن في السلكَيْن الناقلَيْن، وعليه تسير الأمور في نظام ثلاثي الطور متوازن وكأنّ كل ناقل هو سلك الرجوع للتيارَيْن الأخرَيْن.

أمّا عندما يكون التركيب غير متوازن، فإنّ الخط الحيادي لا يكون وُجوده ضروريا ولكن يُستحسَن الإبقاء عليه في النّظام ثلاثي الطور، لأنّه يسمح بتدارُك التوازُن وذلك بتطبيق بين قطبَي التركيب نظاما للجهود ثلاثي الطور متوازنا. فعندما لا تُكوِّن التيارات $\text{ش}_{\text{أ}}$، $\text{ش}_{\text{ب}}$، $\text{ش}_{\text{جـ}}$ نظاما ثلاثي الطور متوازنا يظهر سَرَيان التيار $\text{ش}_{\text{م}}$ في الخط الحيادي.

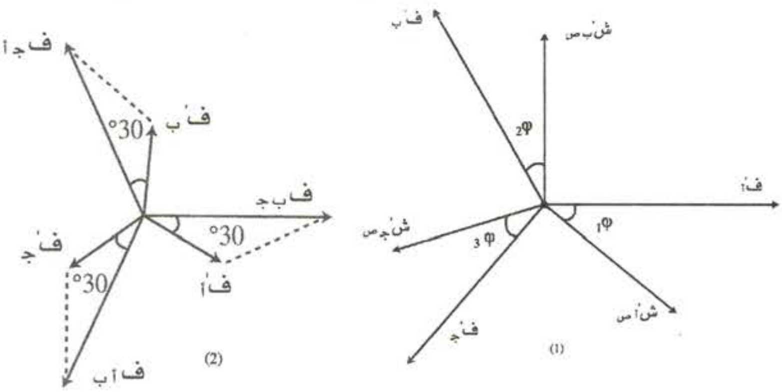
2.2. علاقة الجهود

استخراج العلاقة التي تربط الجهود البسيطة بالجهود المركبة مُتوقِّف على معرفة ماهية هذه الكميات الجيبية. فالجهد البسيط هو الجهد المطبَّق بين قطبَي الوَشيعة بمعنى الجهد المتأمَّل بين خط للطور والخط الحيادي، كما أنّه يُسمَّى كذلك بجهد اللفات : $\text{ف}'_{\text{أ}}$، $\text{ف}'_{\text{ب}}$، $\text{ف}'_{\text{جـ}}$[1]. أما الجهد المركَّب فهو الجهد المطبَّق بين خطَيْن للمخرج (أي خطيْن للطور) : $\text{ف}_{\text{أب}}$، $\text{ف}_{\text{بجـ}}$، $\text{ف}_{\text{جـأ}}$.

التركيب النجمي يستلزم وضع الجهاز (أي الحمولة) بين خط الطور والخط الحيادي، وعليه فإنّ تغذيته تتم بواسطة الجهد البسيط لكل وشيعة من

1. ولأكثر مِصْداقية، فإنّ هذه الجهود تُساوي في الحقيقة $\text{ف}'_{\text{أص}}$، $\text{ف}'_{\text{بص}}$، $\text{ف}'_{\text{جـص}}$. وما كُتبت بالطريقة الأولى ($\text{ف}'_{\text{أ}}$، $\text{ف}'_{\text{ب}}$، $\text{ف}'_{\text{جـ}}$) إلاّ للتبسيط.

الشبكة الكلية كما هو مُوَضَّح على الشكل 3. عندما يتعلّق الأمر بتركيب نجمي متوازن، فإنّ الحمل حثي يظهر بين قطبَيْه جهد بسيط، ويعبره تيار يكون متأخِّرا عن هذا الجهد البسيط بزاوية قدرُها φ (الشكل 1.4).



الشكل 4. تركيب نجمي متوازن

من خلال الشكل 3، يُمكن كتابة الجهد المركب ف جـأ في عبارة فرق في الكمون بين النقطتَيْن أ و جـ، وباعتبار أنّهما تحتويان على التوالي على نفس الكمون للنقطتَيْن أَ و جَـ تُكتب المعادلة التالية :

ف جـأ = ف جـ - ف أ = ف جـَ - ف أَ

$$\vec{V}_{ca} = \vec{V}_c - \vec{V}_a = \vec{V}_{c'} - \vec{V}_{a'}$$

ومن ذلك : ف جـأ = (ف جـَ - ف ص) + (ف ص - ف أَ)

$$\vec{V}_{ca} = (\vec{V}_{c'} - \vec{V}_N) + (\vec{V}_N - \vec{V}_{a'})$$

وعليه : ف جـأ = (ف جـَ - ف ص) - (ف أَ - ف ص)

$$\vec{V}_{ca} = (\vec{V}_{c'} - \vec{V}_N) - (\vec{V}_{a'} - \vec{V}_N)$$

ومن خلال الشكل 3، يُمكن صِياغة هذه العبارة الشعاعية في الشكل التالي :

$$\overrightarrow{\text{ف}}_{\text{جـ أ}} = \overrightarrow{\text{ف}'}_{\text{جـ}} - \overrightarrow{\text{ف}'}_{\text{أ}}$$

$$\overrightarrow{V}_{ca} = \overrightarrow{V'}_{c} - \overrightarrow{V'}_{a}$$

ومنه نستخلص العلاقتين المتبقيتَيْن :

$$\overrightarrow{\text{ف}}_{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ف}'}_{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ف}'}_{\text{ب}}$$

$$\overrightarrow{V}_{ab} = \overrightarrow{V'}_{a} - \overrightarrow{V'}_{b}$$

$$\overrightarrow{\text{ف}}_{\text{ب جـ}} = \overrightarrow{\text{ف}'}_{\text{ب}} - \overrightarrow{\text{ف}'}_{\text{جـ}}$$

$$\overrightarrow{V}_{bc} = \overrightarrow{V'}_{b} - \overrightarrow{V'}_{c}$$

هذه العلاقة المكتوبة في عبارة شعاعية، لو مُثلث على رسم بياني سوف نتحصل على الشكل 2.4. ولاحظ جيِّدا على الرسم أنّ الشعاعيْن $\overrightarrow{\text{ف}}_{\text{جـ أ}}$ و $\overrightarrow{\text{ف}'}_{\text{ب}}$ مثلا، يُكوِّنان زاوية بينهما قدرها 30° ($\frac{\pi}{6}$ راديان). ومنه نحصل على ما يلي :

$$\text{ف}_{\text{جـ أ}} = 2\,\text{ف}'_{\text{ب}}\ \text{تجب}\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\,\text{ف}'_{\text{ب}}\ \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ca} = 2\,V'_{b}\ \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\,V'_{b}\ \frac{\sqrt{3}}{2}$$

أي : $\text{ف}_{\text{جـ أ}} = \sqrt{3}\ \text{ف}'_{\text{ب}} = 1{,}73\ \text{ف}'_{\text{ب}}$

$$V_{ca} = \sqrt{3}\ \ V'_{b} = 1{,}73\ V'_{b}$$

وعليه تستخلص العلاقتان المتبقيتان :

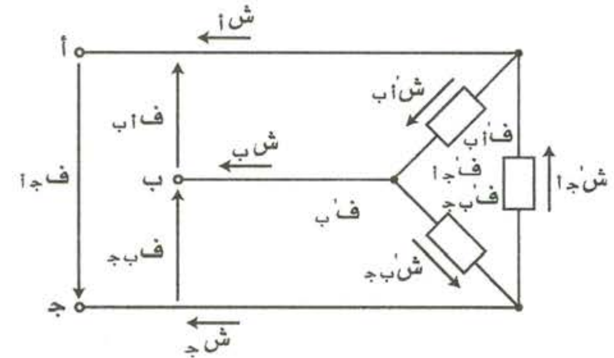
$$\text{ف}_{\text{أب}} = \sqrt{3}\ \text{ف}'_{\text{جـ}} = 1{,}73\ \text{ف}'_{\text{جـ}} \qquad V_{ab} = \sqrt{3}\ \ V'_{c} = 1{,}73\ V'_{c}$$

$$\text{ف}_{\text{ب جـ}} = \sqrt{3}\ \text{ف}'_{\text{أ}} = 1{,}73\ \text{ف}'_{\text{أ}} \qquad V_{bc} = \sqrt{3}\ \ V'_{a} = 1{,}73\ V'_{a}$$

وعليه فإنّ الجهد المركب يساوي جداء ضرب العدد $\sqrt{3}$ في الجهد البسيط، مع تسجيل اختلال بينهما قدره $\frac{\pi}{6}$ راديان.

ملاحظة

تكتب الجهود والتيارات البسيطة بزيادة الفتحة أمام رمز الكمية (شَ أو فَ) بغرض تـــمييِّزها عن الجهود والتيارات المركبة التي تكتب دون الفتحة (ف أو ش).



الشكل 5. القيم البسيطة والمركبة لنظام مثلثي ثلاثي الطور.

3. التركيب المثلثي

1.3. علاقة الجهود

من خلال الشكل 5 يسهل عليك استنتاج أنّ الجهود المركبة مُوازِية للجهود البسيطة، وعليه :

الوشيعة $ح_{أ} \rightarrow ف_{أب} = ف'_{أب}$ $\qquad$ $V_{ab} = V'_{ab}$

الوشيعة $ح_{ب} \rightarrow ف_{بجـ} = ف'_{بجـ}$ $\qquad$ $V_{bc} = V'_{bc}$

الوشيعة $ح_{جـ} \rightarrow ف_{جـأ} = ف'_{جـأ}$ $\qquad$ $V_{ca} = V'_{ca}$

والجهد البسيط هو الجهد المتأمَّل بين قطبي كل مستقبل، وهو مساو للجهد المركب، وفي نفس الوقت هما متطابقا الطور أي مُتزامنان.

لنفرض أنّ φ_1، φ_2، φ_3 هي الاختلالات المتوالية للتيار ش`أب بالنسبة للجهد ف`أب، ش`ب جـ بالنسبة للجهد ف`ب جـ، ش`جـ أ بالنسبة للجهد ف`جـ أ.

معاوقة المستقبلات الثلاثة هي نفسها (أي هي متساوية) بمعنى أن الاختلالات متساوية، ومن ذلك فإنّ التيارات، مثلها مثل الجهود، تُكوِّن نظاما ثلاثي الطور متوازنا.

2.3. علاقة التيارات

على نفس المنوال الذي تم بواسطته البرهنة على علاقة الجهود للتركيب النجمي، يتم به استخراج علاقة التيارات للتركيب المثلثي.

باعتبار أنّه نظام ثلاثي متوازن، فإنّ التيارات البسيطة متساوية في المقدار (ش$_\varphi$) ومختلّة فيما بينها بزاوية 120°، فإن اخترنا التيار البسيط ش`أب كمرجع للنظام كله أمكن كتابة المعادلات التالية :

ش`أب = ش$_\varphi$ $\angle$°0	$I'_{ab} = I_\varphi \angle 0°$
ش`ب جـ = ش$_\varphi$ $\angle$°120+	$I'_{bc} = I_\varphi \angle +120°$
ش`جـ أ = ش$_\varphi$ $\angle$°120-	$I'_{ca} = I_\varphi \angle -120°$

وتطبيق قانون العقد على الشكل 5 يمنح المعادلات التالية :

ش⃖أ = ش⃖`أب - ش⃖`جـ أ	$\overrightarrow{I_a} = \overrightarrow{I'_{ab}} - \overrightarrow{I'_{ca}}$
ش⃖ب = ش⃖`ب جـ - ش⃖`أب	$\overrightarrow{I_b} = \overrightarrow{I'_{bc}} - \overrightarrow{I'_{ab}}$
ش⃖جـ = ش⃖`جـ أ - ش⃖`ب جـ	$\overrightarrow{I_c} = \overrightarrow{I'_{ca}} - \overrightarrow{I'_{bc}}$

فالتيار المركب شأ مثلا، يُستخرج كالتالي :

شأ = ش$_\varphi$ $\angle$°0 - ش$_\varphi$ $\angle$°120-	$I_a = I_\varphi \angle 0° - I_\varphi \angle -120°$

باستعمال الأعداد المركبة، تكتب هذه المعادلة كالتالي :

$$\text{ش}_{\text{أ}} = \text{ش}_{\varphi}(\text{تجب } 0 + \text{ت جب } 0) - \text{ش}_{\varphi}(\text{تجب } (-120^\circ) + \text{ت جب } (-120^\circ))$$

وعليه : $\text{ش}_{\text{أ}} = \text{ش}_{\varphi} - \text{ش}_{\varphi}\left(-\frac{1}{2} - \text{ت}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

ومن ثم : $\text{ش}_{\text{أ}} = \text{ش}_{\varphi}\left(1 + \frac{1}{2} + \text{ت}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \text{ش}_{\varphi}\left(\frac{3}{2} + \text{ت}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

باستخراج العدد $\sqrt{3}$ كمعامل مشترك، تصبح المعادلة كالتالي :

$$\text{ش}_{\text{أ}} = \text{ش}_{\varphi}\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \text{ت}\frac{1}{2}\right)$$

ومن ذلك : $\text{ش}_{\text{أ}} = \sqrt{3}\ \text{ش}_{\varphi} \angle 30^\circ$ $\qquad$ $I_a = \sqrt{3}\ I_{\varphi} \angle 30^\circ$

ونفس النتيجة تستخرج للتيارين المتبقيَيْن :

$\text{ش}_{\text{ب}} = \sqrt{3}\ \text{ش}_{\varphi} \angle 30^\circ$ $\qquad$ $I_b = \sqrt{3}\ I_{\varphi} \angle 30^\circ$

$\text{ش}_{\text{جـ}} = \sqrt{3}\ \text{ش}_{\varphi} \angle 30^\circ$ $\qquad$ $I_c = \sqrt{3}\ I_{\varphi} \angle 30^\circ$

وهي نتائج تشير إلى أنّ التيار المركب هو جداء العدد $\sqrt{3}$ في التيار البسيط، بالإضافة إلى تسجيل اختلال بينهما قدرُه 30° (أي $\frac{\pi}{6}$ راديان).

4. الاستطاعة في النظام ثلاثي الطور

النظام ثلاثي الطور متكون من ثلاث دارات متناوبة، والاستطاعات الممنوحة في نظام ثلاثي الطور هي مجموع الاستطاعات الممنوحة لكل دارة على حدة. إذن بعبارة أبسط، لكل جهاز مستقبل (وهي حمولة) يمكن تعريف ما يلي :

– الاستطاعة الفاعلة وهي استطاعة مستهلكة عه : P

– الاستطاعة المتفاعلة عف : Q

– الاستطاعة الظاهرة عظ : S

1.4. التركيب النجمي

في التركيب النجمي (الشكل 3)، يكون الجهاز المستقبل حأ تحت تأثير الجهد البسيط ف\`1 ويعبره تيار شدته ش\`أص، الذي يُسجِّل بينه وبين الجهد المستقبل ف\`أ اختلالا قدره φ_1، ونفس الشيء للمستقبلَيْن المتبقيَيْن، ومنه :

عهأ = ف\`أن ش\`أص ن تجب φ_1 $$P_a = V'_{a\,rms}\ I'_{aN\,rms}\ \cos\varphi_1$$

عفأ = ف\`أن ش\`أص ن جب φ_1 $$Q_a = V'_{a\,rms}\ I'_{aN\,rms}\ \sin\varphi_1$$

عظأ = ف\`أن ش\`أص ن = √(عه²أ + عف²أ)

$$S_a = V'_{a\,rms} \cdot I'_{aN\,rms} = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2}$$

في حالة ما إذا كان النظام ثلاثي الطور متوازنا، فإنّ معادلات النظام النجمي هي :

ف\`أن = ف\`ب ن = ف\`جـ ن = فφ ن $$V'_{a\,rms} = V'_{b\,rms} = V'_{c\,rms} = V_{\varphi\,rms}$$

فأب ن = فب جـ ن = فجـ أن = فخ ن

$$V_{ab\,rms} = V_{bc\,rms} = V_{ca\,rms} = V_{L\,rms}$$

ش\`أص ن = ش\`ب ص ن = ش\`جـ ص ن = شφ ن

$$I'_{aN\,rms} = I'_{bN\,rms} = I'_{cN\,rms} = I_{\varphi\,rms}$$

ش أه = ش به = ش جـه = ش خه $\qquad I_{a\,rms} = I_{b\,rms} = I_{c\,rms} = I_{L\,rms}$

$\varphi =_3 \varphi = {}_2\varphi = {}_1\varphi \qquad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$

ومنه تصبح الاستطاعات كالتالي :

1. الاستطاعة الفاعلة

عه = 3 عه أ = 3 عه ب = 3 عه جـ $\qquad P = 3\,P_a = 3\,P_b = 3\,P_c$

وعليه : **عه = 3 ف φه ش φه تجب φ** $\qquad P = 3\,V_{\varphi\,rms}\,I_{\varphi\,rms}\cos\varphi$

وبما أن التركيب نجمي، فالجهد المركب يساوي جداء ضرب $\sqrt{3}$ في الجهد البسيط، وتيار الخط يساوي التيار البسيط، فتُصبح الاستطاعة الفاعلة كالتالي :

عه = $\sqrt{3}$ ف خه ش خه تجب φ $\qquad P = \sqrt{3}\,V_{L\,rms}\,I_{L\,rms}\cos\varphi$

حيث ف خ هو جهد الخط (أي الجهد المركب) و ش خ هو تيار الخط.

2. الاستطاعة المتفاعلة

عف = 3 عف أ = 3 عف ب = 3 عف جـ $\qquad Q = 3\,Q_a = 3\,Q_b = 3\,Q_c$

عف = 3 ف φه ش φه جب φ $\qquad Q = 3\,V_{\varphi\,rms}\,I_{\varphi\,rms}\sin\varphi$

عف = $\sqrt{3}$ ف خه ش خه جب φ $\qquad Q = \sqrt{3}\,V_{L\,rms}\,I_{L\,rms}\sin\varphi$

ومنه نستخلص أن الاستطاعتيْن، الفاعلة والمتفاعلة، تُضاف شعاعيا لبعضهما لاستخراج الاستطاعة الظاهرة للتركيب، وتُستخرج هذه الأخيرة بواسطة العبارة التالية :

عظ = $\sqrt{\text{عه}^2 + \text{عف}^2}$ $\qquad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

وبالتعويض نحصل على ما يلي :

$$عظ = \sqrt{\left(\sqrt{3}\ ف_{خ ف}\ ش_{خ ف}\ تجب\ \varphi\right)^2 + \left(\sqrt{3}\ ف_{خ ف}\ ش_{خ ف}\ جب\ \varphi\right)^2}$$

$$S = \sqrt{\left(\sqrt{3}\ V_{Lrms}\ I_{Lrms}\ \cos\varphi\right)^2 + \left(\sqrt{3}\ V_{Lrms}\ I_{Lrms}\ \sin\varphi\right)^2}$$

وبما أنّ تجب^2 φ + جب^2 φ = 1، فإنّ الاستطاعة الظاهرة عظ تصبح في الشكل التالي :

$$عظ = \sqrt{3}\ ف_{خ ف}\ ش_{خ ف} \qquad S = \sqrt{3}\ V_{Lrms}\ I_{Lrms}$$

أو :

$$عظ = 3\ ف_{\varphi ف}\ ش_{\varphi ف} \qquad S = 3\ V_{\varphi rms}\ I_{\varphi rms}$$

حيث :

- ف$_{\varphi}$ هو جهد الطور (الجهد البسيط) : $ف_{خ ف} = \sqrt{3}\ ف_{\varphi ف}$
- ش$_{\varphi}$ هو تيار الطور : $ش_{خ ف} = ش_{\varphi ف}$

2.4. التركيب المثلثي

يدرس الجهاز ح$_1$ (الشكل 5)، إذ يعبر التيار ش`$_{أب}$ هذا الحمل فيتَوَلَّد بين قطبَيْه الجهد ف`$_{أب}$، ويُسجل بينهما اختلال قدره الزاوية φ$_1$. تعرَّف الاستطاعات كالتالي :

$$عه_{أ} = ف`_{أب ف}\ ش`_{أب ف}\ تجب\ \varphi_1 \qquad P_a = V'_{abrms}\ I'_{abrms}\ \cos\varphi_1$$

$$عف_{أ} = ف`_{أب ف}\ ش`_{أب ف}\ جب\ \varphi_1 \qquad Q_a = V'_{abrms}\ I'_{abrms}\ \sin\varphi_1$$

$$عظ_{أ} = ف`_{أب ف}\ ش`_{أب ف} = \sqrt{عه_{أ}^2 + عف_{أ}^2}$$

$$S_a = V'_{abrms}\ I'_{abrms} = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2}$$

وأعلم أنّ الأمر مُماثل للحملَيْن المتبقِيَيْن. فإن كان النظام متوازيا، استخرجت العلاقات التالية :

ف أب ن = ف ب جـ ن = ف جـ أ ن = ف خ ن

$$V_{ab\,rms} = V_{bc\,rms} = V_{ca\,rms} = V_{L\,rms}$$

فَ أب ن = فَ ب جـ ن = فَ جـ أ ن = ف φ ن

$$V'_{ab\,rms} = V'_{bc\,rms} = V'_{ca\,rms} = V_{\varphi\,rms}$$

ش أ ن = ش ب ن = ش جـ ن = ش خ ن

$$I_{a\,rms} = I_{b\,rms} = I_{c\,rms} = I_{L\,rms}$$

شَ أب ن = شَ ب جـ ن = شَ جـ أ ن = ش φ ن

$$I'_{ab\,rms} = I'_{bc\,rms} = I'_{ca\,rms} = I_{\varphi\,rms}$$

φ = ₃φ = ₂φ = ₁φ

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

مع العلم أنّ التركيب المثلثي المتوازن يمتاز بخاصِّيتَيْن هما :

ف خ ن = ف φ ن

$$V_{L\,rms} = V_{\varphi\,rms}$$

ش خ ن = √3 ش φ ن

$$I_{L\,rms} = \sqrt{3}\ I_{\varphi\,rms}$$

ومن ذلك تُصبح علاقات الاستطاعات كالتالي :

عه أ = عه ب = عه جـ = ف φ ن ش φ ن تجب φ

$$P_a = P_b = P_c = V_{\varphi\,rms}\ I_{\varphi\,rms} \cos \varphi$$

عف أ = عف ب = عف جـ = ف φ ن ش φ ن جب φ

$$Q_a = Q_b = Q_c = V_{\varphi\,rms}\ I_{q\,rms} \sin \varphi$$

عظ أ = عظ ب = عظ جـ = ف φ ن ش φ ن = √(عه²أ + عف²أ)

$$S_a = S_b = S_c = V_{\varphi\,rms}\ I_{\varphi\,rms} = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2}$$

وإنّ عُوِّضت العلاقات السابقة، كتبت هذه الاستطاعات في الشكل التالي :

عه أ = عه ب = عه جـ = ف خ ف (ش خ ف / √3) تجب φ

$$P_a = P_b = P_c = V_{L\,rms}\ \frac{I_{L\,rms}}{\sqrt{3}}\ \cos\ \varphi$$

عف أ = عف ب = عف جـ = ف خ ف (ش خ ف / √3) جب φ

$$Q_a = Q_b = Q_c = V_{L\,rms}\ \frac{I_{L\,rms}}{\sqrt{3}}\ \sin \varphi$$

عظ أ = عظ ب = عظ جـ = ف خ ف (ش خ ف / 3) = √(عه²أ + عه²أ)

$$S_a = S_b = S_c = V_{L\,rms} = \frac{I_{L\,rms}}{\sqrt{3}} = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2}$$

ولاستخراج مختلف الاستطاعات للتركيب المثلثي المتوازن، تضرب هذه العلاقات في المعامل 3، أي :

عه = 3 عه أ = √3 ف φ ف ش φ ف تجب φ = √3 ف خ ف ش خ ف تجب φ

$$P = 3\,P_a = 3\,V_{\varphi\,rms}\ I_{\varphi\,rms}\ \cos \varphi = \sqrt{3}\ V_{L\,rms}\ I_{L\,rms}\ \cos \varphi$$

عف = 3 عف أ = √3 ف φ ف ش φ ف جب φ = √3 ف خ ف ش خ ف جب φ

$$Q = 3\,Q_a = 3\,V_{\varphi\,rms}\ I_{\varphi\,rms}\ \sin \varphi = \sqrt{3}\ V_{L\,rms}\ I_{L\,rms}\ \sin \varphi$$

$$\text{عظ} = 3\,\text{عظ}_{\text{أ}} = \sqrt{\text{عه}^2 + \text{عف}^2} = 3\,\text{ف}_{\varphi\text{ن}}\ \text{ش}_{\varphi\text{ن}} = \sqrt{3}\,\text{ف}_{\text{خ}\text{ن}}\ \text{ش}_{\text{خ}\text{ن}}$$

$$S = 3\,S_a = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3\,V_{\varphi rms}\ I_{\varphi rms} = \sqrt{3}\ V_{L rms}\ I_{L rms}$$

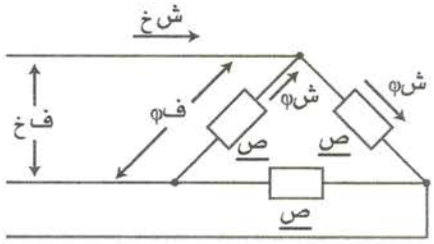
وقد لاحظت أنّها علاقات يُمكن صِياغتها لأيّ نظام ثلاثي متوازن (التركيب النجمي أو التركيب المثلثي).

أعمال تطبيقية

تمرين

ثلاث معاوقات متساوية ص=3+4 ت[Ω] موصولة في تركيب مثلثي، تتم تغذيتها بجهد خط ثلاثي الطور يُعادل 220 فو.

1. أرسم الدارة مع توضيح الجهود والتيارات المركبة والبسيطة.
2. استخرج معامل الاستطاعة، ثُم استنبط المعامل المفاعِل.
3. ابحث عن تيار الطور. استنبط تيار الخط.
4. أحسب الاستطاعة الظاهرة. استنبط الاستطاعة المركبة.



الشكل 6. التمرين المحلول

الجواب

1. الدارة هي كما يُوَضِّحها الشكل 6، حيث :

ف$_{خ}$ = ف$_{\varphi}$ $\qquad$ $V_L = V_\varphi$

ش$_{خ}$ = $\sqrt{3}$. ش$_{\varphi}$ $\qquad$ $I_L = \sqrt{3} \cdot I_\varphi$

2. تكتب المعاوقة المركبة على الشكل التالي :

$$\underline{ص} = 3 + 4 \text{ ت} = م + ت \text{ مف} \qquad \underline{Z} = 3 + 4j = R + jX$$

وتُستخرج العمدة كالتالي :

$$\text{ظل}\ \varphi = \frac{\text{مف}}{م} \qquad \text{tg}\ \varphi = \frac{X}{R}$$

أي : $\varphi = \text{ظل}^{-1} \frac{4}{3} = 53{,}13°$

ومن ذلك فإن معامل الاستطاعة هو :

$\text{تجب}\ \varphi\ = \text{تجب}\ (53{,}13°) = 0{,}6$

وأما المعامل المفاعل ـ وما هو سوى تسمية اصطلاحية للمعامل جب φ ـ فهو كالتالي :

$\text{جب}\ \varphi\ = \text{جب}\ (53{,}13°) = 0{,}8$

3. للبحث عن تيار الطور ش$_{\varphi}$، لأبُد من معرفة طويلة المعاوقة، ومن ذلك :

$$|\underline{ص}| = ص = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ \Omega \qquad |\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

وعليه يُستخرج تيار الطور وفق المعادلة التالية :

$$ش_{\varphi} = \frac{ف_{\varphi}}{ص} = 44\text{آ} \qquad I_{\varphi} = \frac{V_{\varphi}}{Z}$$

وأما تيار الخط فهو وفق المعادلة التالية :

ش ع = $\sqrt{3}$ ش φ = 76,21 آ $\qquad I_L = \sqrt{3}\, I_\varphi$

4. وبذلك تكون الاستطاعة الظاهرة عبر النظام المتوازن كالتالي :

عظ = 3 . ف φ . ش φ = 29 040 فو . آ $\qquad S = 3\, V_\varphi \cdot I_\varphi \; [V \cdot A]$

وأما الاستطاعة المركبة فهي وفق المعادلة التالية :

عظ = عظ (تجب φ + ت جب φ) $\qquad \underline{S} = S\,(\cos\varphi + j \sin\varphi)$

ومن ذلك تُستخرج كالتالي :

عظ = 29 040 (0,6 + ت 0,8) $\qquad \underline{S} = 29\,040\,(0{,}6 + j\,0{,}8)$

أي : عظ = 17 424 + ت 23 232 [فو آ]

مسائل

1. أكتب العلاقة الرياضية الجامعة بين جهد الخط وجهد الطور في التركيب النجمي. أذكر الاختلال المسجل بينهما.

2. أكتب العلاقة الرياضية الجامعة بين تيار الخط وتيار الطور في التركيب المثلثي. أذكر الاختلال المسجل بينهما.

3. أكتب العلاقات الجامعة بين الاستطاعات لكلا التركيبيْن.

4. اجتهد في ذكر سبب اعتماد النظام المتوازن للنظام ثلاثي الطور.

5. ما مدلول معامل الاستطاعة في عبارة الاستطاعات ؟ إلى ما يرمز ؟ اشرح.

6. يُصمَّم تركيب مثلثي متوازن، فيُغذّى بجهد ثلاثي الطور يُعادل 547 11 فو. كم هو الجهد الملاحظ عبر المخرج ؟

7. تحتوي ثلاثة مُحوِّلات على نفس الخاصِّيات، وتُوصل أساسية كل محوِّل في تركيب نجمي عبر جهد خط ثلاثي يُعادل 138 كفو.

1. أرسم الدارة مع توضيح الجهود.

2. كم هو جهد أساسية كل مُحوِّل ؟

تنبيه : عُولِج موضوع المحوِّل في الفصل 33 من الجزء الثالث.

8. جهد الخط ثلاثي الطور يُعادل 208 فو يُغذّي مُحرِّكا ثلاثي الطور موصولا في تركيب مثلثي، حيث تيار الطور عبر كل لف هو 5 أمبير بمُعامل الاستطاعة 0,8 مُتأخِّر (أي $\varphi = 36{,}9°$).

1. أرسم الدارة مع توضيح الجهود والتيارات المركبة والبسيطة.

2. أحسب تيار الخط ثُمّ جهد الطور.

3. يُختار الجهد ف`أب كمرجع لرسم الأشعة. أكتب مع رسم كل الجهود والتيارات في شكل مُطاوِر.

9. ثلاث معاوقات متساوية ص = 4 - 3ت [Ω] موصولة في تركيب نجمي عبر جهد الخط ثلاثي الطور الذي يعادل 208 فولط.

1. أرسم الدارة مع توضيح الجهود والتيارات المركبة والبسيطة.

2. ابحث عن جهد الطور وتيار الطور.

3. أحسب معامل الاستطاعة.

4. أحسب مختلف الاستطاعات، ثم استخرج عبارة الاستطاعة المركبة.

10. توصَل ثلاثة مُعاوَقات متساوية ص = 3 + 4ت [Ω] في تركيب مثلثي عبر جهد ثلاثي الطور يُعادل 173,2 فو.

1. كم هو مقدار جهد الخط ؟ استنبط مقدار جهد الطور.

2. أحسب تيار الطور. استنبط تيار الخط.

3. أحسب استطاعة كل خط طور، ثم الاستطاعة الكلية عبر النظام الثلاثي.

11. نفس المسألة إلاّ أن المعاوَقات تُوصَل في تركيب نجمي.

12. تُركب ثلاث معاوقات متساوية ص = 4 + 3ت [Ω] في توصيل مثلثي عبر نظام ثلاثي متوازن يمتاز بجهد الخط يُعادل 240 فولط.

1. أحسب تيار الطور، ثم استنبط تيار الخط.

2. استخرج معامل الاستطاعة.

3. ابحث عن الاستطاعة الكلية للنظام الثلاثي.

13. نفس المسألة إلا أنّ المعاوقات تُوصل في تركيب نجمي.

14. يُمنح جهد قدره 2300 فو لحمل ثلاثي الطور متوازن، حيث تيار الخط يعادل 60 أمبير ومعامل الاستطاعة يعادل 0,9. أحسب لمعامل الاستطاعة المتأخِّر، الاستطاعة الظاهرة لمدخل النظام بالإضافة إلى الاستطاعة المتفاعلة.

15. ثلاثة أحمال مختلفة في نظام متوازن، يتم تغذيتها بجهد خط ثلاثي الطور يعادل 208 فو. تُركَّب هذه الأحمال على توازٍ عبر النظام الثلاثي المتوازن حسب المعطيات التالية :

الحمل 1 : ثلاثة مقاوَمات متساوية م = 20,8 Ω موصولة في تركيب مثلثي.

الحمل 2 : ثلاثة معاوقات متساوية $\underline{ص} = 12\underline{\angle -53{,}1°}\ [\Omega]$ موصولة في تركيب نجمي.

الحمل 3 : مُحرِّك حثي ثلاثي الطور موصول في تركيب مثلثي يتم تغذيته بتيار شدته 5 أمبير بمُعامل الاستطاعة 0,8 مُتأخِّر (أي $\varphi = 36{,}9°$).

1. ما المقصود من نظام ثلاثي متوازن ؟

2. ابحث عن تيار الطور عبر الحمل 1، ثُم استنبط تيار الخط.

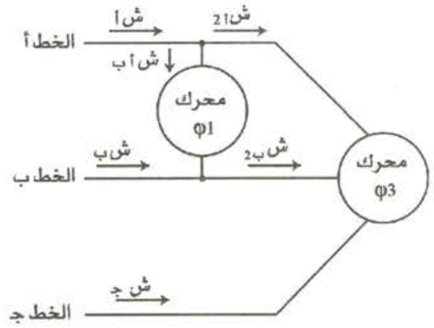
3. أحسب جهد الطور عبر قطبي الحمل 2. استخرج تيار الطور لهذا الحمل.

4. كم هو جهد الطور عبر الحمل 3 ؟ أحسب تيار الخط.

5. أحسب مجموع التيار الذي يمنحه النظام الثلاثي المتوازن للأحمال الثلاثة.

تلميح : اتخذ الجهد فَ$_{أب}$ الملاحظ عبر المقاومة 1 من الحمل 1 كمرجع، وأحسب التيار ش$_{أ}$.

16. يوصل محرِّك حثي وحيد الطور، يعمل بشدة 6 أمبير بمُعامل الاستطاعة 0,707 متأخِّر، بين الخطين أ و ب من نظام ثلاثي موصول بمحرك حثي ثلاثي الطور، يعمل بشدة 10 أمبير بمعامل الاستطاعة 0,8 متأخِّر (الشكل 7).



الشكل 7. المسألة 16

1. أكتب التيار ش$_{أب}$ في الشكل الجبري.

2. أحسب تيارات الخط للمُحرِّك الحثي ثلاثي الطور في عبارة المطاوِر.

3. أحسب تيارات الخط للنظام الثلاثي.

تلميح : إنّ تعاقُب الأطوار يُؤثِّر بشكل مباشر في تحديد التيارَيْن $ش_أ$ و $ش_ب$،
لذلك يُفضل استعمال التعاقُب المألوف وهو أ جــ ب عِوَض أ ب جــ.

حل المسائل

الفصل 2 : خصائص الدارة الكهربائية

6. ش$_{2}$ = 7 أمبير.

7. ش$_{1}$ = – 5,5 أمبير، في الاتجاه المعاكس.

8. ش$_{4}$ ≈ –2,498 أمبير، في الاتجاه المعاكس وأنّ ش$_{4}$ ≈ ش$_{1}$.

9. ف$_{3}$ = 13 فولط.

10. ف$_{2}$ = 11,905 فولط، ش = 23,81 ميلي أمبير.

11. ف$_{بجـ}$ = 5 فولط، ف$_{أجـ}$ = 8 فولط، ف$_{بد}$ = 12 فولط.

12. ف = 7,83 فو، ش$_{1}$ = 5,22 مآ، ش$_{2}$ = 326 مآ، ش$_{3}$ = 1,96 مآ.

1.13 4 عقد، 5 جُذوع، 6 عُيُون. **2.** ش$_{1}$ = –5 أمبير، ش$_{2}$ = 6آ، ش$_{3}$ = 2 أمبير. **3.** ف = 24 فولط.

14. 4 عُقد، 6 عُيُون، 5 جُذُوع، ش = 1 أمبير، ش$_{1}$ = 1 أمبير، ش$_{2}$ = 0، ش$_{3}$ = $\frac{2}{3}$ أمبير، ش$_{4}$ = $\frac{1}{3}$ أمبير.

1.15 3 عقد، 5 عيون، 4 جذوع. **2.** ش = 5 آ، ش$_{1}$ = 3 أمبير، ش$_{2}$ = 2,2 أمبير، ش$_{3}$ = 2,8 أمبير. **3.** م = 6,8 Ω، ف$_{أب}$ = 34 فولط.

16. ش$_{1}$ = 5,11 أمبير، ش$_{2}$ = 5,33 أمبير، ش$_{3}$ = –16 أمبير.

الفصل 3 : استغلال الدارة الكهربائية

6. ش = 1 أمبير، م$_2$ = 10 أوم.

7. ف$_1$ = ف$_2$ = 45 فو، ش$_1$ = 3آ، ش$_2$ = 1آ، ش = 4آ، م = 11,25Ω .

8. م$_{\text{أب}}$ = 120 أوم.

9. 5 أوم، 10 أوم، 5 أوم.

10. **1.** ش$_1$ = 3,125 ميلي أمبير، ش$_2$ = 46,875 ميلي أمبير، نِسْبَتان مُتَسَاوِيتان ثا = 15، **2.** ف = 0,9375 فولط.

11. س = 8,33 فاراد.

12. **1.** س = 0,67 ميْكروفاراد، ك$_1$ = ك$_2$ = 0,67 ميلي كولومب. **2.** ف$_2$ = ف$_3$ = 111 فولط، ك$_2$ = 0,22 ميلي كولومب، ك$_3$ = 0,44 مكو.

13. م = 37,5 أوم، ش$_2$ = 10 أمبير.

14. **1.** ك$_1$ = 6 μ كو، ك$_2$ = 4 μ كو، ك$_3$ = 50 μ كو. **2.** ف = 3330 فو، ك$_1$ = 10مكو، ك$_2$ = 33,3 μ كو، ك$_3$ = 16,7 مكو. **3.** عم$_1$ = 100جول، عم$_2$ = 265,8 جول، **4.** عم = 156,8 جول، تُبدَّد عَبْر أسلاك التوصيل.

الفصل 4 : ضوابط الدارة

6. ف$_{1}$ = ف$_{2}$ = ف$_{3}$ = 20 فولط، ش$_{2}$ = 2 أمبير، ش$_{3}$ = 4 أمبير.

7. ش = 0، وَصْل المصابيح بالتوازي.

8. 46,94 واط.

9. **1.** 30 واط. **2.** لا، يجب تبديد 30 واط وليس 20 واط.

10. 50 Ω، المواءمَة.

11. **3.** م$_{0}$ = 250 Ω، المواءمَة عندما م$_{0}$ = مـــ حيث من خلال المنحنى عه (م$_{0}$) يظهر تحوُّل أعظم استطاعة نحو م$_{0}$.

الفصل 5 : دراسة النظريات

6. م$_{\text{ت}}$ = 7 أوم، ف$_{\text{ت}}$ = −12 فولط.

7. ف$_{3}$ = 75 فولط.

8. ش = 1آ، ش$_{1}$ = 193,5 مآ، ش$_{2}$ = 483,5 مآ، ش$_{3}$ = 322,6 مآ.

9. ف$_{\text{ت}}$ = 9 فولط، م$_{\text{ت}}$ = 2,25 أوم.

10. ش$_{\text{ن}}$ = 13,3 ميلي أمبير، م$_{\text{ن}}$ = 225 أوم.

11. ف$_{\text{ت}}$ = 3 فولط، م$_{\text{ت}}$ = 225 أوم.

12. ش$_{1}$ = 2,43 مآ، ش$_{2}$ = 0,759 مآ، ش = ش$_{1}$ + ش$_{2}$ = 3,189 مآ.

13. $\text{م}_{\text{ه}} = 2{,}5$ أوم، $\text{ش}_{\text{ه}} = 2{,}8$ أمبير.

14. $\text{م}_{\text{ت}} = 2{,}4$ أوم، $\text{ف}_{\text{ت}} = 4{,}8$ فولط.

15. $\text{ف}_{0} = 2$ فولط.

17. **1.** $\text{م}_{\text{ه}} = 2$ أوم، $\text{ش}_{\text{ه}} = 15$ آ. **2.** $\text{م}_{\text{ت}} = 2$ أوم، $\text{ف}_{\text{ت}} = 30$ فولط.

3. $\text{ف}_{\text{ت}} = \text{م}_{\text{ه}} \times \text{ش}_{\text{ه}}$، $\text{م}_{\text{ه}} = \text{م}_{\text{ت}}$.

18. $\text{ش}_{1} = 2{,}25$ أمبير، $\text{ش}_{2} = 1{,}375$ أمبير، $\text{ش}_{3} = -0{,}875$ أمبير.

الفصل 6 : الإشارة الدورية

6. ن = 95,5 هرتز، **د** = 10,5 ميلي ثانية.

7. 10^{-6} ثانية، 0,5 مَيْكروثانية.

8. 1 كيلوهرتز، 1 ميلي ثانية.

9. 1 سم.

10. 50 ميغاهرتز.

11. 3,44 م.

الفصل 7 : التيار المتناوب

6. 50 فولط، 70,7 فولط، 100 فولط، -100 فولط.

1.7. $\hat{\text{ش}} = 8$ ميلي أمبير، **2.** $\varphi = -38{,}682° = -0{,}675$ راديان.

3. $\omega = 562{,}61$ راديان/ثانية، ن = 89,54 هرتز، **د** = 11,2 مثا.

4. $\text{ش}'(\text{ز}) = 8\,\text{جب}\,(562{,}61\,\text{ز} - 0{,}675)$ [مآ].

8. $\hat{ش} = 10$ ميلي أمبير، د $= 1$ ميلي ثانية، ن $= 1$ كيلوهرتز، $\varphi = 0$، $\omega = 6\,280$ راديان/ثانية.

9. 1. ش` إشارة جَيْبية، $\omega = 60$ راديان/ثانية، د $= 0{,}105$ ثا، ن $= 9{,}55$ هرتز، **2.** ش` = $\hat{ش}$ تجب $(\omega$ز $+ \varphi)$، $\varphi = -0{,}559$ راديان. **3.** ش` $= 0{,}943$ تجب $(60$ز $- 0{,}559)$ [آ].

10. $\omega = 50\,\pi$ راديان/ثانية.

1.11. إشارة سن المنشار، **2.** 200 هرتز.

الفصل 8 : القيم الجيبية

7. أنظر الشكل 2

8. $\overline{ف} = 0$، ف$_{ه} = 0{,}707$ فولط، ف$_{ق} = 2\hat{ف} = 2$ فولط.

9. $\hat{ش} = 1{,}2$ أمبير.

10. $\hat{ف} = 16$ فولط، ف$_{ق} = 32$ فولط، ف$_{ه} = 11{,}31$ فولط، $\hat{ش} = 0{,}5$ أمبير، ش$_{ق} = 1$أمبير، ش$_{ه} = 0{,}354$ أمبير.

11. ش` $= 50$ جب$(6\,280$ ز$)$، د $= 1$ ميلي ثانية.

12. 1. 46 ميلي أمبير، **2.** ش` $= 65$ جب$(7\,854$ز$)$ [مآ].

13. 1. $\omega = 15\,708$راديان/ثا، ن $= 2\,500$ هز، د $= 0{,}4$ مثا. **2.** $\hat{ش} = 15$ أمبير، ش$_{ه} = 10{,}61$ أمبير، $\overline{ش} = 9{,}55$ أمبير.

14. د $= 1$ ميلي ثانية، ف$_{ه} = 42{,}43$ فولط.

15. 1. 7,07 أمبير، **2.** شَ 5 $\sqrt{2}$ جب(100π . ز) [آ]. **3.** ش` = 6,12 أمبير.

16. 1. ن = 100 هرتز، د = 10 مثا، $\overline{\text{ش}}$ = 0، شـه = 141 مآ، $\varphi = +\frac{\pi}{3}$ راديان، **2.** ز = $\frac{\text{د}}{12}$ ثانية.

الفصل 9 : تمثيل فريزنال

6. 1. ش`$_2$ يتأخّر عن ش`$_1$ ، ش = 3,50 أمبير، **2.** $\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{3}$ راديان، Δز = 0,105 ثانية.

7. 1. ش`$_2$ يتقدّم ش`$_1$، ش = 2,02 آ، **2.** $\Delta\varphi = 3,05$ راديان، Δز = 0,152 ثانية.

8. 1. ف`$_1$ يتقدّم ف`$_2$، $\hat{\text{ف}}$ = 3,61 فو، **2.** $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{8}$ راديان، Δز = 1,25 ميلي ثانية.

9. 1. الشكل 3، $\overleftarrow{\text{ش}}_1$ يتقدّم $\overleftarrow{\text{ش}}_2$، **2.** $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ راديان، Δز = 0,25 ميلي ثانية، تعامد الطور، **3.** شـه = 8 ميلي أمبير، $\hat{\text{ش}}$ = 11,31 ميلي أمبير، $\varphi = 3,03°$. **4.** ش` = **8**$\sqrt{2}$ جب (2000π ز + 0,0531) [مآ].

10. 1. ف` جَيْبـي، 25 فولط، 10 فولط، 15 فولط، ن = 50 هرتز، **2.** $\hat{\text{ف}}$ = 42,43 فولط، $\theta = -23°$، **3.** ف` = 30 $\sqrt{2}$ تجب (100π . ز - 0,4) [فو].

11. **1.** شَ إشارَة جيبية، $\omega = 60$ راديان/ثانية. **2.** $\hat{\text{ش}} = 0,943$ أمبير، $\varphi = -0,559$ راديان، **3.** شَ $= 0,943$ تجب $(60\,\text{ز} - 0,559)$ [آ].

12. **1.** ف$`_1$ يتقدَّم ف$`_2$، $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$ راديان، **2.** Δز $= 1,57$ مثا، **3.** ف$`_1 = 0,4$ تجب $\left(1000\,\text{ز} + \frac{\pi}{2}\right)$، ف$`_2 = 0,6$ تجب $(1000\,\text{ز})$، **4.** ف$` = 0,721$ تجب $(1000\,\text{ز} + 0,558)$، ف$_\circ = 0,51$ فولط.

13. **1.** ف$`_2$ يتأخَّر عن ف$`_1$، ن $= 208,3$ هرتز، **2.** Δز $= 0,5$ مثا، $\Delta\varphi = 0,655$ راديان، **3.** ف$`_2 = 3$ تجب $1309$ ز [مفو]، ف$`_1 = 2$ تجب $(1309\,\text{ز} + 0,655)$ [مفو].

الفصل 10 : الأعداد المركبة

6. -6+ 5 ت.

7. -8+ 0 ت.

8. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}$ ت.

9. ص $= \sqrt{2}$، $\theta = \frac{\pi}{4}$ راديان، ص $= \sqrt{2}\left(\text{تجب}\frac{\pi}{4} + \text{ت جب}\frac{\pi}{4}\right)$.

10. ص $= 2$، $\theta = \frac{\pi}{6}$ راديان، ص $= 2\left(\text{تجب}\frac{\pi}{6} + \text{ت جب}\frac{\pi}{6}\right)$

11. ص $= \sqrt{6} - \sqrt{2}$، $\theta = \frac{\pi}{12}$ راديان، ص $= (\sqrt{6} - \sqrt{2})\left(\text{تجب}\frac{\pi}{12} + \text{ت جب}\frac{\pi}{12}\right)$.

12. ص $2\sqrt{2}$، $\theta = \frac{5\pi}{6}$ راديان،

$\underline{ص} = 2\sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{5\pi}{6} + \text{ت جب}\frac{5\pi}{6}\right)$.

13. ص = 2، $\theta = \frac{\pi}{3}$ راديان، $\underline{ص} = 1 + \text{ت}\sqrt{3}$.

14. $\underline{ص}_1 = 1 + \text{ت}$، $\underline{ص}_2 = 1 - 2\text{ت}$.

15. $\underline{ص}_1 = 3(1 + \text{ت})$، $\underline{ص}_2 = 1 - \text{ت}$.

16. $\underline{ص}_1 = 2 + 3\text{ت}$، $\underline{ص}_2 = 1 + \text{ت}$.

17. $\underline{ص}_1 = -\frac{\sqrt{5}}{2} - \text{ت}\frac{\sqrt{3}}{2}$، $\underline{ص}_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2} + \text{ت}\frac{\sqrt{3}}{2}$.

18. $\underline{ص}_1 = 3 - \text{ت}$، $\underline{ص}_2 = -3 + \text{ت}$.

19. $\underline{ص}_1 = \sqrt{5} + 2\text{ت}$، $\underline{ص}_2 = -\sqrt{5} - 2\text{ت}$.

20. $\underline{ص}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3} + \text{ت})$، $\underline{ص}_2 = -\underline{ص}_1$.

1.23. كُتب شَ في الشكل المثلثي لأنّه يظهر من خلال مُعادلته، طويلة وعمدة العدد المركب المكافئ $\underline{ش}$. **2.** $\underline{ش} = 4{,}95\,\text{هـ}^{\text{ت}\frac{3\pi}{4}}$ [آ]، $ش_{ه} = 4{,}95$ أمبير، $\theta = \frac{3\pi}{4}$ راديان.

1.24. ن = **60** هرتز، **2.** $\underline{ف} = 389\,\text{هـ}^{\text{ت}\frac{2\pi}{3}}$ [كفو]، $ف_{ه} = 389$ كفو، $\theta = \frac{2\pi}{3}$ راديان.

1.25 $\underline{ش}_1 \sqrt{}= 2$ هــ^{ت20ز}، $\underline{ش}_2 = 2{,}83$ هــ$^{ت\left(20ز - \frac{\pi2}{3}\right)}$ [آ]،

2. شَ $=\sqrt{12}$ جب (20ز)، شₒ $=\sqrt{12}$ أمبير، $\theta = -\frac{\pi}{2}$ راديان.

1.26 ف`$_1 = 5{,}66$ تجب$(100\pi$ ز $+ 0{,}47)$.

ف`$_2 = 4{,}24$ تجب$(100\pi$ ز $- 1{,}40)$.

2. فَ $= 6$ تجب (100 π ز$-$ 0,275)، $\underline{ف} = 4{,}23$ هــ$^{ت(100\pi ز - 0{,}275)}$،

فₒ $= 4{,}23$ فولط، $\theta = -0{,}275$ راديان.

1.27 ن = 50 هرتز، **2.** $\hat{ف}_1 = 3$ فولط، $\hat{ف}_2 = 2$ فولط، $\theta_1 = 0$،

$\theta_2 = -\frac{\pi}{8}$ راديان، **3.** ف`$_2$ يتأخَّر عن ف`$_1$، $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{8}$ راديان،

Δ ز $= 1{,}25$ ميلي ثانية، **4.** $\underline{ف}_1 = 2{,}12$ هــ$^{ت100\pi ز}$ [فو]،

$\underline{ف}_2 = \sqrt{2}$ هـ$^{ت\left(100\pi ز - \frac{\pi}{8}\right)}$ [فو].

الفصل 11 : المعاوقة المركبة

12. 94,25 أوم، وشيعة صافية.

1.13 $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ راديان، التيار يتأخّر عن الجهد. **2.** 62,83 أوم،

3. 62,83 أوم، **4.** 1,91 أمبير.

1.14 $\underline{ص} = -\frac{ت}{س \cdot \omega}$، ص = 320 أوم، **2.** 0,375 أمبير.

الفصل 12 : معاوقة الدارات الكهربائية

1.9. $\text{ص}_1 = 150$ أوم، $\text{ص}_2 = 200{,}55$ أوم، $\angle \underline{\text{ص}}_1 \approx 0$، $\angle \underline{\text{ص}}_2 = 85{,}77°$، **2.** $\underline{\text{ص}} = 164{,}8 + 200\,\text{ت} = \text{م} + \text{ت مف}\ [\Omega]$.

3. $\angle \underline{\text{ص}} = 50{,}5°$، ص = 259,15 أوم.

10. $\text{س} = 8\,\mu$فد، $\Delta\varphi = -53°$، $\text{شَ} = 0{,}34$ جب$(100\pi\,\text{ز} - 0{,}92)$.

11. $$\underline{\text{ص}} = \frac{\text{م}_1 + \text{م}_2}{(\text{م}_1 + \text{م}_2)^2\,\text{س}^2\,\omega^2 + 1} + \text{ت}\left(\omega\,\text{ح} - \frac{\text{س}\,.\,\omega(\text{م}_1 + \text{م}_2)^2}{(\text{م}_1 + \text{م}_2)^2\,\text{س}^2\,\omega^2 + 1}\right)$$

$= \text{م} + \text{ت مف}$، التردد $\text{ن} = \frac{\omega}{2\pi}$.

1.12. 2,77 مآ، **2.** 8,31 فولط، **3.** $\underline{\text{ص}} = 3\,000 - 2\,000\,\text{ت}$،

ص = 3,61 كيلوأوم، $\theta = -33{,}69°$.

1.13. 2 120 أوم، **2.** 45°، **3.** 13,2 ميلي أمبير، **4.** 19,8 فولط،

5. 2 122هرتز.

الفصل 13 : رباعي القطب

1.6. $\text{ش}_1 = 1{,}282$ ميلي أمبير، $\text{ش}_2 = 0$، $\text{ص}_{11} = 7\,800$ أوم،

$\text{ص}_{12} = 2\,200$ أوم، **2.** $\text{ص}_{11} = 7800{,}31\ \Omega$، $\text{ص}_{12} = 2200{,}088$ أوم.

1.7. يمكن تعويضه برباعي القطب المكافئ T. **2.** $\text{سح}_{11} = \frac{3}{2\text{م}}$،

$\text{سح}_{22} = \frac{3}{4\text{م}}$، $\text{سح}_{21} = \text{سح}_{12} = -\frac{1}{2\text{م}}$.

8. - 19,05 ميلي Ω^{-1}، - 19,05ميلي Ω^{-1}، - 28,6ميلي Ω^{-1}، - 48,8ميلي Ω^{-1}.

9. 68,6 أوم، 68,6 أوم، 85,7 أوم، 102,9 أوم.

10. ص$_{11}$ = $3,53\ \Omega^{-1}$، ص$_{21}$ = $0,588\ \Omega^{-1}$، ص$_{12}$ = $0,588\ \Omega^{-1}$،

ص$_{22}$ = $4,76\ \Omega^{-1}$.

11. ص = $\begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{13}{7} \\ \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$ ، سح = $\begin{bmatrix} -\frac{2}{5} & -\frac{3}{5} \\ \frac{13}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$.

12. **1.** سح$_{11}$ = $0,6\ \Omega^{-1}$، سح$_{21}$ = $0,333\ \Omega^{-1}$، سح$_{12}$ = $-2,10\ \Omega^{-1}$،

سح$_{22}$ = $0,5\ \Omega^{-1}$ **2.** سح$_{11}$ = $1,60\ \Omega^{-1}$، سح$_{21}$ = $0,0952\ \Omega^{-1}$،

سح$_{12}$ = $-0,600\ \Omega^{-1}$، سح$_{22}$ = $0,1429\ \Omega^{-1}$.

1.13. سح$_{11}$ = $0,3\ \Omega^{-1}$، سح$_{21}$ = سح$_{12}$ = $-0,1\ \Omega^{-1}$،

سح$_{22}$ = $0,15\ \Omega^{-1}$، ش$_{1}$ = 0,3 ف$_{1}$ - 0,1 ف$_{2}$،

ش$_{2}$ = -0,1 ف$_{1}$ + 0,15 ف$_{2}$. **2.** ف$_{1}$ = 40 فولط، ف$_{2}$ = 10 فولط،

ش$_{1}$ = 11 أمبير، ش$_{2}$ = −2,5 آ.

1.14. 186,1 فولط جهد ناجع، **2.** 10,83 كيلو أوم، **3.** سح$_{11}$ = 6,67

ميلي Ω^{-1}، سح$_{21}$ = 0,333 ميلي Ω^{-1}، سح$_{12}$ = -0,667 ميلي Ω^{-1}،

سح$_{22}$ = 0,0667 ميلي Ω^{-1}.

1.15. −4 فولط، **2.** 40 كيلو أوم، **3.** ص$_{11}$ = −500 أوم، ص$_{21}$ = 15

أوم، ص$_{12}$ = −1 ميغا أوم، ص$_{22}$ = 10 كيلو أوم.

الفصل 14 : الرنين

6. 530,52 هرتز.

7. **2** ميغا هرتز.

8. $ن_0$ = 530,729 هرتز، ح = 2,498 ميلي هنري.

9. $ف_ح$ = $ف_س$ = 2 فولط.

10. $ن_0$ = 132 623, 814 هرتز، س = 144 بيكوفاراد.

11. شً = 52 ميلي أمبير، ص = 192 أوم.

الفصل 15 : دارة التنغيم

7. ج = 250، مــ = 0,08 أوم.

8. $ف_س$ = 7,5 فولط، مــ = 66,67 أوم.

9. س = 10 مَيْكروفاراد، ص = 500 أوم، ح = 4 ميلي هنري.

10. ج = 72، ش = 1,76 مآ، $ش_س$ = 127 مآ، $ش_ح$ = 127 مآ.

11. ط = 1,364 كيلوهرتز، $ن_1$ = 748,636 كيلوهرتز، $ن_2$ = 750,682 كيلوهرتز.

12. للمُكَثِّفة س = 11,7 μفد، ف ($ن_1$) = 3,0 مفو، ف ($ن_2$) = 0,1 مفو، ف ($ن_3$) = 0,2 مفو، والمكثفة س = 0,0029 μفد، ف ($ن_1$) = 99,9 مفو، ف ($ن_2$) = 955 مفو، ف ($ن_3$) = 285 مفو، وأما المكثفة س = 0,0198 μ فد، ف ($ن_1$) = 100 مفو، ف ($ن_2$) = 73,8 مفو، ف ($ن_3$) = 183,5 مفو.

1.13. $\underline{\text{سح}} = \left(\frac{1}{\text{م}_1} + \frac{\text{س}^2 \cdot \omega^2 \cdot \text{م}_2^2}{1+\text{م}_2^2\,\text{س}^2 \cdot \omega^2}\right) + \text{ت}\left(\frac{\text{س} \cdot \omega}{1+\text{م}_2^2\,\text{س}^2 \cdot \omega^2} - \frac{1}{\text{ح} \cdot \omega}\right)$، **2.**

$\text{ن}_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\text{ح} \cdot \omega - \text{س}^2\,\text{م}_2^2}}$، $\text{ن}_0 = 18,382$هرتز.

الفصل 16 : إستطاعة ثنائي القطب

6. + 750 كيلوفآر.

7. -484 كيلوفآر.

8. تجب $\varphi = 0,5$، عه = 500 واط.

9. تـجب $\varphi = 0,707$، عـظ = 1000 فولط أمـبـير، عه = 707 واط، عف = 707 فآر.

1.10. تَغْذية التشْغيل، الاستطاعة المستهلكة، **2.** تجب $\varphi = 1$، لأنّ السخّانة عبارة عن حَمْل مُقاوِم، **3.** ش = 9,1 أمبير.

11. الاستـطاعة الـفاعلة، الـجهد الناجع لـلتغذية، تردد التغذية.

2. عظ = 100 فولط أمبير، **3.** ش = 0,8 أمبير.

1.12. عه = 0، عف = 270 1 فآر، **2.** مستقبل.

1.13. $\text{ش}_1 = 12,8$أمبير، $\text{ش}_2 = 9,6$ أمبير، **2.** عه = 2816واط، عف = 112 2فآر، عظ = 520 3فولط أمبير.

1.14. 45,11 أمبير، **2.** س = 106مَيْكْروفراد.

الفصل 17 : الاستطاعة المتناوبة

2.6. عه = 5 كيلوواط، **3.** $\text{ف}_{\circ} = 100$ فولط، $\text{ش}_{\circ} = 50$ أمبير،

4. تجب $\varphi = 1 = \frac{5\,000}{100 \times 50}$ ، **2.7.** عه = 2500 واط، تجب $\varphi = 0{,}5$ ،

3. عه = 0، تجب $\varphi = 0$

1.8. عف [فآر] هي على التوالي : 443، 471، 489، 524، 561. **2.** المنْحنى المحصل عليه عبارة عن خط مستقيم.

1.9. عظ = 635 فولط أمبير، تجب $\varphi = 0{,}895$. **2.** ص = 25,4 أوم، م = 22,7 أوم، مف = ± 11,3 أوم.

1.1.10. ش$_{\text{ن}}$ = 6,91 أمبير، عم$_1$ = 1,72 ميغاجول

= 0,478 كواط ساعة.

2.1. تجب $\varphi = 0$ ، $\overline{\text{عه}}$ = 0 . **3.1** $\eta = 0$ ، فُقْدان الطاقة غَيْر مسموح به لأنّها غير مُعَوَّضة بثَمَن. **1.2.** $\overline{\text{عه}}$ = 1,2 كواط، ش$_{\text{ه}}$ = 7,79 آ .

2.2. عم$_1$ = 0,607 كيلوواط ساعة **3.2.** $\eta = 0{,}908$.

1.11. تجب $\varphi = 0{,}742$ ، تجب $\varphi = 1$ ، **2.** عه = 260 3 واط، عف = 950 2 فآر، **3.** تجب $\varphi = 0{,}895$.

الفصل 19 : التيار المتناوب ثلاثي الطور

6. 547 11 فولط.

2.7. 239 كيلوفولط.

2.8. ش$_{\text{خ}}$ = 3,66 آ، ف$_{\varphi}$ = 120فو، **3.** ف$_{\text{أب}}$ = $120\angle 0°$ فو، ف$_{\text{ب جـ}}$ = $120\angle +120°$ فولط، ف$_{\text{جـ أ}}$ = $120\angle -120°$ فولط،

$ف_{أب} = 208\angle -30°$ فو، $ف_{ب جـ} = 208\angle 90°$ فو،
$ف_{جـ أ} = 208\angle -150°$ فو، $ش'_{أب} = 5\angle -66,9°$ آ، $ش'_{ب جـ} = 5\angle 53,1°$ آ،
$ش'_{جـ أ} = 5\angle 173,1°$ آ، $ش_{أ} = 8,66\angle -36,9°$ آ، $ش_{ب} = 8,66\angle 83,1°$ آ،
$ش_{جـ} = 8,66\angle -156,9°$ آ.

2.9. $ف_{م} = 120$ فولط، $ش_{م} = ش_{خ} = 24$ أمبير، **3.** تجب $(-36,9°) = 0,8$ متقدم، **4.** عه = 6,92 كيلوواط، عف = -5,19 كفآر، عظ = 8,65 كفو.آ، عظ = 6,92 – ت 5,19 [كفو.آ].

1.10. $ف_{م} = ف_{خ} = 173,2$ فو، **2.** $ش_{خ} \approx 60$ آ، $ش_{م} = 34,64$ آ.

3. للطور الواحد : $عه_{م} = 3,6$ كيلوواط، $عف_{م} = 4,8$ كيلوفآر، $عظ_{م} = 6$ كيلوفولط أمبير. ولكل النظام : عه = 10,8 كيـــلوواط، عف = 14,4 كيلوفآر، عظ = 18 كفو آ، $\overline{عظ}$ = 10,8 + ت 14,4 [كفو آ].

1.11. $ف_{خ} = 173,2$ فولط، $ف_{م} = 100$ فو، **2.** $ش_{م} = 20$ آ، $ش_{خ} = 34,46$ أمبير، **3.** للطور الواحد : $عه_{م} = 1,2$ كيلوواط، $عف_{م} = 1,6$ كفآر، $عظ_{م} = 2$ كفو آ، ولكل النظام : عه = 3,6 كواط، عف = 4,8 كيلوفآر، عظ = **6** كفو آ، $\overline{عظ}$ = 3,6 + ت 4,8 [كفو آ].

1.12. $ش_{م} = 48$ أمبير، $ش_{خ} = 83,14$ أمبير، **2.** تجب $(36,9°) = 0,8$ متأخِّر، **3.** عه = 27,648 كيلوواط، عف = 20,736 كيلوفآر، عظ = 11,520 كيلوفولط أمبير، $\overline{عظ}$ = 27,648 + ت 20,736 [كفو آ].

1.13. ف$_{\varphi}$ = 138,56 فولط، ش$_{\varphi}$ = 27,72 آ، ش$_{\text{خ}}$ = 48 آ، **2.** تجب = (36,9°) = 0,8 متأخِّر، **3.** عه = 9,218 كيلوواط، عف = 6,913 كفآر، عظ = 11,523 كفو آ. $\overline{\text{عظ}}$ = 9,218 + ت 6,913 [كفو آ].

14. عظ = 414 كيلوفولط أمبير، عف = 180,5 كيلوفآر.

1.15. كل مجموعة حمولات هي مُتَوازِنة، فينتُج أنّ التيارات المرَكَّبة للنظام كله عَبْر كل خط مُتساوية في المقدار، ولذلك فإنّك تحتاج إلى معرفة شدة واحدة منها فقط (ش$_{\text{أ}}$ مثلا)، **2.** φ = 0، ش$_{\varphi}$ = 10 أمبير، ش$_{\text{خ}}$ = 17,32 أمبير، **3.** ف$_{\varphi}$ = 120 فولط، ش$_{\text{خ}}$ = ش$_{\varphi}$ = 10 أمبير، φ = ±53,1°، **4.** ف$_{\varphi}$ = ف$_{\text{خ}}$ = 208 فولط، ش$_{\text{خ}}$ = 8,66 أمبير، φ = ±36,9° **5.** ش$_{1}$ = 30,38 $\angle$ 5,29° أمبير.

1.16. $\overline{\text{ش}}_{\text{أب}}$ = 6 $\angle$ -15° = 5,80 - ت 1,55 [آ]،

2. ش$_{\text{ب}2}$ = 10 $\angle$ -156,9° آ، ش$_{\text{أ}2}$ = 10 $\angle$ -36,9° آ، ش$_{\text{جـ}}$ = 10 $\angle$ 83,1° آ، **3.** ش$_{\text{جـ}}$ = 10 $\angle$ 83,1° أمبير، ش$_{\text{ب}}$ = 15,73 $\angle$ -28,7° أمبير، ش$_{\text{أ}}$ = 15,19 $\angle$ -171,0° أمبير.

1.17. نجمي، 220 فولط، **2.** لا، لأنّ الحمولات غَيْر مُتَساوِية. **3.** لا، لتَواجُد الحيادي وعند نَزْعِه تتفاوت إضاءَة المصابيح، **4.** ش$_{\text{أ}}$ = 0,91 أمبير، ش$_{\text{ب}}$ = 1,36 أمبير، ش$_{\text{جـ}}$ = 0,455 أمبير، ش$_{\text{س}}$ = 0,75 أمبير.

المصطلحات

English	Français	عربي
Phase shift	Déphasage	الاختلال
Ground	Terre	الأرض
Fundamental	Fondamentale	الأساسي
Apparent power	Puissance apparente	الاستطاعة الظاهرة
Active power	Puissance active	الاستطاعة الفاعلة
Reactive power	Puissance réactive	الاستطاعة المتفاعلة
Deviation	Déviation	الانحراف
Time shift	Décalage	الإنزياح (الزيحان)
Refraction	Réfraction	الانعطاف (الانكسار)
Reflection (Reflexion)	Reflexion	الانعكاس
Interference	Interférence	التداخل (التشويش)
Cut off frequency	Fréquence de coupure	تردد القطع
Synchronisation	Synchronisation	التزامن (المزامنة)
Distortion	Distorsion	التشَوُّه
In phase	En phase	تطابق الطور
Phase opposition	Opposition de phase	تعاكس الطور
Phase opposition	Qudrature de phase	تعامد الطور
Vector representation	Représentation de Fresnel	تمثيل فريزنال
Tuning	Accord	التنغيم
Harmonic	Harmonique	التوافقي

Active current	Courant actif	التيار الفاعل
Reactive current	Courant réactif	التيار المتفاعل
Y (why)/ Δ (Delta) Connection	Brachement étoile/triangle	توصيل نجمي/مثلثي
One-port network	Bipôle	ثنائي القطب
Branch	Branche	الجذع
Load	Charge	الحمولة (الحمل)
Neutral	Neutre	الحيادي
Losses	Pertes	الخسائر
Imaginary	Imaginaire	الخيالي (التخيُّلي)
Tuning circuit	Circuit de raccordement	دارة التنغيم
Resonant circuit	Circuit resonant	الدارة الرنانة
Tank circuit	Circuit bouchon	دارة الصمّام
Equivalent circuit	Circuit équivalent	الدارة المكافئة
Open circuit	Circuit ouvert	الدارة المفتوحة
Short circuit	Court circuit	الدارة المقصورة
Exponential function	Fonction exponentielle	الدالة الأسية
Period	Période	الدور
Two-port Network	Quadripôle	رباعي القطب
Oscilloscope	Oscilloscope	راسم الاهتزازات
Resonance	Resonance	الرنين
Slide	Curseur	الزلاقة
Filament	Filament	السليك
Phase/Argument	Phase/Argument	الصفحة/العمدة

Wave length	Longueur d'onde	طول الموجة
Modulus/Magnitude	Module/Magnitude	الطويلة/المقدار
Node/Mesh	Nœud/Maille	العقدة/العين
Fuse	Fusible	الفاصِمَة (الصهور)
Simple/Complex value	Diviseur de tension/courant	قاسم الجهد/التيار
Switch	Interrupteur	القاطعة
Voltage/Current divider	Valeur simple/Composée	القيمة البسيطة/المركبة
Peak to peak value	Valeur crête à crête	القيمة ذروة لذروة
Instantaneous value	Valeur instantanée	القيمة اللحظية
R.m:s value	Valeur efficace	القيمة الناجعة
Inductance	Inductance (self)	المحاثة (الذاتية)
Spectrum analyser	Analyseur de spectre	محلل التوافقيات الترددية
Output/Input	Sortie/Entrée	المخْرَج/المدْخَل
Trace	Trace	المخط
Conjuguate	Conjugué	المرافق
Filter	Filtre	المَرَشِّح
Admittance	Admittance	المسامَحَة
Amplitude	Amplitude	المطال
Phasor	Phaseur (Phasor)	المطاور
Impedance	Impédance	المعاوقة
Power factor	Facteur de puissance	معامل الاستطاعة
Quality factor	Facteur de qualité	معامل الجَوْدة
Rheostat	Rhéostat	المعَدِّلة(الريُوسْطات)
Inductive/Capacitive reactance	Réactance inductive/capacitive	المفاعلة الحثية/السعوية

Socket	Prise	المقبس
Potentiometer	Potentiomèter	مقياس الكمون
Determinant	Déterminant	المميز
Response curve	Courbe de réponse	منحنى الإجابة (الاستجابة)
Matching	Adaptation	المواءمة
Frequency/Generator	Générateur de Fonctions	مولد الإشارات
Voltage/Current generator	Générateur de tension/courant	مولد الجهد/التيار
Voltage/Current source	Source de tension/courant	منبع الجهد /التيار
Pulsation	Pulsation	النبض
Active/Passive device	Composant actif/passif	النبيط الفعال/المحايد
Duty cycle	Rapport cyclique	نسبة الدورة
Pass band	Bande passante	نطاق الإمْرار
Three phase system	Système triphasé	النظام ثُلاثي الطوْر
Superposition theorem	Théorème de superposition	نظرية التراكُب
Melting point	Point de Fusion	نقْطة الإنصهار
Electronic components	Composants éléctroniques	النوابط الإلكترونية
Antenna (Aerial)	Antenne	الهَوائي
Chassis	Châssis	الهَيْكَل المعْدَني
Hybrid parameters	Paramètres hybrides	الوَسائط الهَجينَة
Hypotenuse	Hypoténuse	الوتر
Coil (inductor)	Bobine	الوشيعة (المحاث)

Bibliographie

1. Introduction to circuit : L. W CHURCHMAN HOLT,
Rinehart and Winston, New York.

2. Resistive and Reactive circuits : P.A. MALVINO,
Mc Graw- Hill Book company.

3. Engineering circuit analysis : W.H. HAYT, JR – J.E. KEMMERLY,
Mc Graw- Hill Book company.

4. L'Electronique : B. GROB,
Mc Graw- Hill Book company.

5. Fundamentals of Physics : D. HALLIDAY-R. RESNICK,
John Wiley & Sons.

6. An introduction to electrical machines and transformers : G. Mc PHERSON.
John Wiley & Sons.

7. Cours d'électronique (tome 1) : F. MILSANT,
Eyrolles.

8. Electrotechnique à l'usage des ingènieurs (tome 1) : A. FOUILLE
Dunod.

9. Electricité industrielle (tome 2) : M. BELLIER – A. GALICHON. F. LUCAS,
Delagrave.

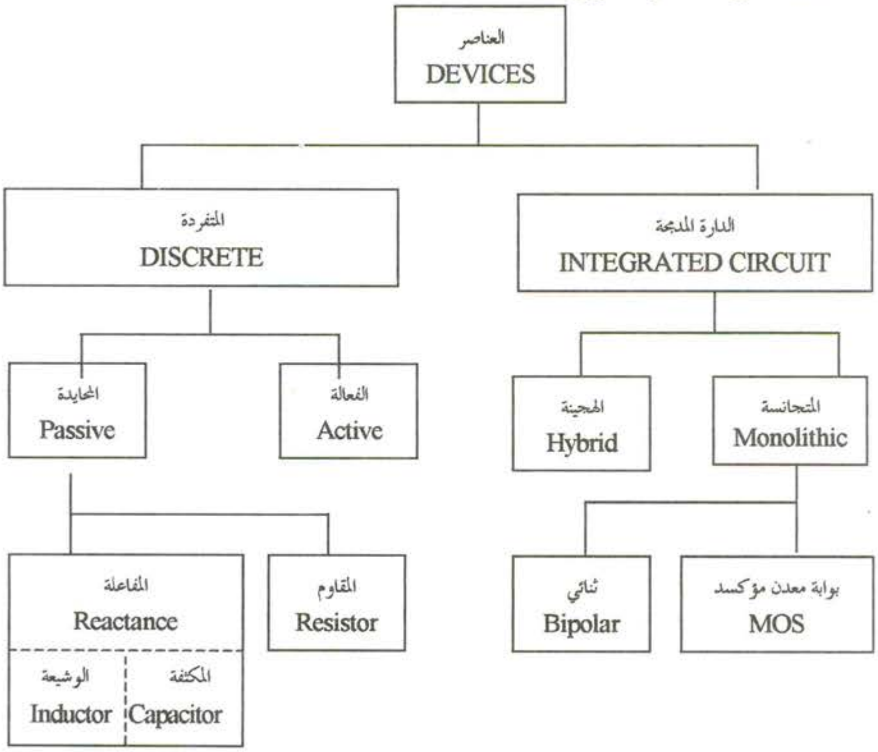
10. A comprehensive Dictionnary of Electrical Engineering : A.A. AL AWSI,
Arab Scientific Pyblishers.

11. Dictionnaire de Physique : J.P. SARMANT ,
Hachette.

12. Al MAWRID : M. BAALBAKI,
Dar EL ILM lil Malayen.

الملحق 1

تصنيف النوابط الإلكترونية



تصنف النوابط الإلكترونية حسب وظيفتها وطريقة تصنيعها، بحيث تقسم هذه النوابط الإلكترونية إلى قسمين أساسيين هما : النوابط المتفردة والدارات المدمـــجة.

1. النوابط المتفردة

تتكون من عناصر منفصلة على نحو واضح، بحيث يصنع كل نبيط لوحده لينجز وظيفة محددة. عموما، يضم هذا القسم عائلتين أساسيتين هما النوابط الفعالة والنوابط المحايدة.

فأما النوابط المحايدة فهي عموما النوابط المستهلكة للطاقة، وأهم خاصية تمتاز بها هي أنها نوابط خطية تسمح بتطبيق قانون أوم عليها. من هذه النوابط وأشهرها على الاطلاق في علم الإلكترونيات هو المقاوم، بالإضافة إلى النوابط المفاعلة والتي تعتبر مخزنا للطاقة الكهربائية وتتمثل في المكثفة والوشيعة.

أما النوابط الفعالة، فهي عموما كل النوابط التي تصنع من الوصلة م س كالثنائية مثلا وترانْزِسْطُر الثنائي، وأهم خاصياتها أنها تؤثر بشكل مباشر على الطاقة الواردة عليها فتحول أحد وسائطها لتنجز وظيفة حددت من قبل، ومن هذه الوظائف مثلا التضخيم، التقويم، تغيير التردد، تغيير الطور، ...

2. الدارة المدمجة

بواسطة عمليتي الترسب والتطعيم، يتم دمج النوابط الفعالة والمحايدة قصد ضمان وظيفة أو مجموعة وظائف لدارة إلكترونية.

تقوم هذه الدارات المدمجة عادة بإنجاز هذه الوظائف عن طريق تنفيذ مهام وتحقيق دوال رياضية... إلى أن طورت هذه التكنولوجية في السنوات الأخيرة فصممت المعالجة الدقيقة، أو ما يعرف بإصطلاح المَيْكْرُوبْروسِسُور.

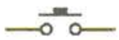
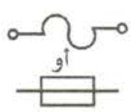
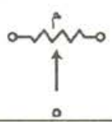
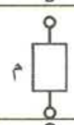
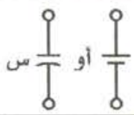
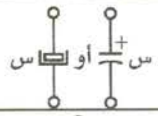
يتم تصنيف الدارات المدمجة حسب تكنولوجية الصنع، فمنها الدارات المتجانسة وهي دارات مدمجة مصنوعة داخل وحدة بلورية فريدة (Unique Block) مصغرة وموحدة الشكل متجانسة.

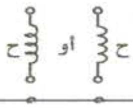
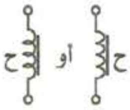
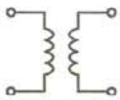
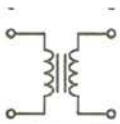
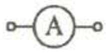
وأما الدارات المدمجة الهجينة فهي تحتوي على نوعين أو أكثر من النوابط المختلفة كالثنائية وترانزسطر بأنواعه، وتقوم بمهام متشابهة.

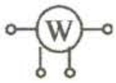
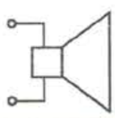
الملحق 2

رمز الكميات الفيزيائية

معناه	الرمز	الرقم
التيار المستمر Direct current Courant continu		1
التيار المتناوب Alternating current Courant alternatif		2
مَرْبط/وصل Connection Borne/Connexion	○ أو ●	3
تقاطع ناقلَيْن دون وصل Two-conductor cross without connection Croisement de 2 conducteurs sans connexion		4
تقاطع ناقلَيْن بوصل Two-conductor cross with connection Croisement de 2 conducteurs avec connexion		5
الأرض Ground (Earth) Terre		6
الهيكل المعدني Chassis (Frame connection) Châssis (Masse)		7
قاطعة Switch Interrupteur		8

9		زر إنضغاطي Pushbutton Switch Bouton poussoir
10		فاصمة Fuse Fusible
11		مقاومة داخلية Internal resistance Résistance interne
12		مقاومة Resistance Résistance
13		مقاومة متغيرة Variable resistance Résistance variable
14		مقياس الكمون Potentiometer Potentiomètre
15		حمل مقاوم مجهول Unknown resistive load Charge resistive quelconque
16		معاوقة Impedance Impédance
17		مكثفة Capacitor Condensateur
18		مكثفة كهروتحللية Electrolytic capacitor Condensateur électrolytique
19		مكثفة متغيرة Variable capacitor Condensateur variable

20		وشيعة ذات نواة فارغة Air cored inductor Bobine sans noyau
21		وشيعة ذات نواة حديدية Inductor with magnetic core Bobine avec noyau magnétique
22		وشيعة متغيرة Variable inductor Bobine variable
23		محول ذو نواة فارغة Air cored transformer Transformateur sans noyau
24		محول ذو نواة حديدية Transformer with magnetic core Transformateur avec noyau magnétique
25		منارة ضوئية Signal lamp Voyant lumineux
26		جهاز غلفاني Galvanomter Galvanomètre
27		أمبير متر Ammeter Amperemètre
28		فولطمتر Voltmeter Voltmètre
29		أومتر Ohmmeter Ohmmètre

30		واطمتر Wattmeter Wattmètre
31		بطارية كيماوية Chemical battery Batterie chimique
32		تغذية مستقرة (مولد جهد مستمر) Regulated power supply Alimentation stabilisée
33		مولد تيار مستمر Constant-Current source Gérérateur de courant constant
34		مولد جهد متناوب AC-oscillator source Générateur de tension alternative
35		مولد تيار متناوب AC-current Source Générateur de courant alternatif
36		مكبر الصوت Loudspeaker Haut-parleur
37		لاقطة Microphone Microphone
38		هوائي Antenna (Aerial) Antenne

فهرس

الفصل 13 : رباعي القطب المحايد

الفصل 14 : الرنين

الفصل 15 : دارة التنغيم

الفصل 16 : إستطاعة ثنائي القطب

إنجاز و تصميم : منشورات ثالة
3, شارع عمر بونغاز، الأبيار، الجزائر
الهاتف : 72 17 79 021 / 58 36 92 021
فاكس: 72 17 79 021

Electrical Engineering series

This book has been divided into five volumes :

volume 1 : Electrostatics and Electrokinetics
volume 2 : Electric circuits
volume 3 : Electromagnetism
volume 4 : Electric measurement "Design principles of meters"
volume 5 : Electronics "Active electronic devices"

Each volume consists of several chapters, dealing with specific concepts.

Through the first volume, the reader is introduced to the study of stationary chargers and their effect on the surrounding environment. In second part of this volume, we investigate the kinetics of these charges within a given environment, namely in conducting wires.

The reader may move on the second volume, wich introduces the electric circuits.
In order to deal with them, the reader is invited to study their laws and how they behave.

The third volume deals with electromagnetism. Firstly, it presents some introductory concepts on magnetism, and secondly it studies the magnetic effects on the current flow through conducting wires.

Electromagnetism is a basic concept to the design of measurement equipment, wich is the fourth volume. It investigates the design of the most encountered measurement systems, and studies the measurement techniques.

While in volume five, we present some electronic components as a pre-requisite to the study active of electronic circuit. This volume studies the behaviour of such active devices and its basic applications.

R.M. OUHAIBIA

I.S.B.N : 9961 - 9960 - 4 - 4 ردمك: